# Scotogenic Model におけるダークマターとバリオンの起源の追求

令和 4 年度修了

埼玉大学大学院理工学研究科 物理機能系専攻物理学コース

学籍番号 21MP112
酒井裕平

2023 年 3 月 20 日

# 概要

Scotogenic 模型は標準模型に $Z_2$ 対称性を課し, $Z_2$ odd な右巻きニュートリノと SU(2) 二重項スカラー場を加えた模型である．本研究では, Scotogenic 模型に暗黒物質 (DM) の役割を果たす $Z_2$ odd な一重項スカラー場を加えた拡張模型を考え, $Z_2$ odd な SU(2) 二重項スカラー場を媒介粒子とし, バリオンのエネルギー密度と DM エネルギー密度が同じオーダーになることを説明する．従来の Scotogenic 模型と同様に, レプトン非対称は CP を破る右巻きニュートリノの崩壊により生成され, スファレロン過程によってバリオン非対称に変換される．本模型の重要な点は, レプトン非対称性の生成の際に同じ大きさの媒介粒子の生成されることである．この非対称が弱い相互作用による媒介粒子の対消滅後にも保たれて, 残った媒介粒子の崩壊から DM が生成されるとする．このようにして、媒介粒子である $Z_2$ odd な SU(2) 二重項スカラー場を介して, DM の数密度とレプトン非対称、ひいてはバリオン非対称とが関連付けられる．また, 左巻きニュートリノの質量は従来の Scotogenic 模型と同様にループダイアグラムから生成される．これにより、拡張模型ではニュートリノの質量とバリオン非対称を説明しつつ, 自然にバリオン密度と DM 密度が同じオーダーになることを明らかにした.

# 目次

# 第 1 章

# 導入

素粒子の間に働く相互作用を記述する標準模型 (Standard Model : SM) は素粒子物理学において現在最も成功している理論である．SM は地上で行われる素粒子実験の結果をほとんど矛盾なく説明できる．しかし, その一方で SM では説明できない物理現象が確認されている．その一つが暗黒物質 (Dark Matter : DM) である．DM の存在を示す証拠はこれまでに数多く挙げられている．

DM の存在を最初に示唆したのは 1993 年の Fritz Zwicky 氏による, かみのけ座銀河団中の銀河の運動の解析によるものである [1]．ビリアル定理を用いて銀河団の総質量を推定したところ, 渦巻銀河自体の質量を足し合わせたものよりも大きいという見積りを得た．これにより, 目に見える物質だけでは銀河団の質量を説明できないということから, DM の存在が指摘された．

また, 渦巻銀河の回転曲線の解析からも暗黒物質の存在が示唆された．銀河の中心からの距離を $r$ とし, その回転速度を $v$ とすると, 銀河中心部の質量を $M$ , 重力定数を $G$ としてケプラーの法則より, $v \propto \sqrt{GM/r}$ と見積ることができる．これにより中心から遠ざかるに連れて回転速度 $v$ は減少すると推定される．しかし, 1970 年に Rubin と Ford がアンドロメダ銀河の回転曲線を観測したところ, 図 1.1 のように遠方でも回転速度が一定になることが明らかになった [2]．このことから, 銀河の端にも質量が広がっており, 目に見えない物質の存在が示唆されている．他にも, 銀河や銀河団などの重力場によって光が曲げられる重力レンズ効果や, 宇宙の大規模構造からも暗黒物質が必要であることがわかっている．

2018 年の Planck 衛星による宇宙マイクロ波背景輻射 (CMB) の観測結果から．現在の宇宙に存在する DM やバリオンの残存量は以下のようになる [3]：

$$\Omega_{\mathrm{DM}} h^2 = 0.120 \pm 0.001 \tag{1.1}$$

$$\Omega_{\mathrm{B}} h^2 = 0.0224 \pm 0.0001 \tag{1.2}$$

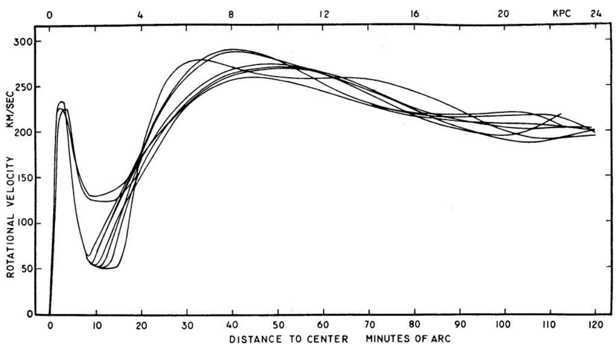



図 1.1　アンドロメダ銀河の回転曲線 [2].

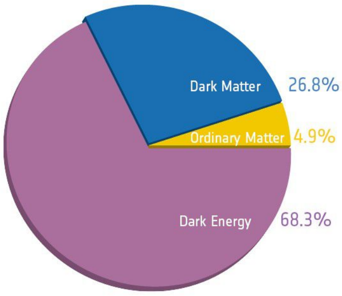



図 1.2　CMB によって明らかになった現在の宇宙の構成要素 [3].

ここで $h$ は 100km/s/Mpc を単位としたハッブル定数であり,

$$h = 0.6766 \pm 0.0042 \tag{1.3}$$

であることがわかっている [3]. また, 宇宙の構成要素の割合は図 1.2 のように, 通常の物質 (バリオン) が 4.9%, DM が 26.8% である [3]. このように, DM の存在は確かなものとなっているが, 未だにその正体については明らかになっていない. DM が粒子的なものであると考えると次の三つの性質を満たさなければならない.

- 既知の物質とはほとんど相互作用せず, 電気的に中性である.
- 質量のある粒子である.
- 安定である.

SM においてこれらの性質を満たし, DM の候補となる粒子はニュートリノである. しかし, DM のエネルギー密度を考えるとニュートリノだけでは十分なエネルギー密度を説明できないため候補から除外されている. このことから, SM を超えた理論 (Beyond the SM : BSM) に登場する新たな粒子が DM となることが期待されている. その代表的なものが WIMP (Weekly Interacting Massive Particle) である. 宇宙初期には熱平衡状態にあった粒子が, 宇宙が膨張するにつれて WIMP の対消滅・対生成が Freee-out (凍結) し, 現在の残存量になる粒子である. このとき, WIMP の質量が数 GeV から数 TeV 程度であり, 相互作用の強さが典型的な弱い相互作用のスケールであれば, ちょうど観測される DM の残存量を説明できることが知られている. これは WIMP miracle と呼ばれている. 本研究で扱う模型もこの WIMP を軸にしている.

次に, 三つの DM の探索実験について説明する. 一つ目は加速器実験である. これは高エネルギーの SM 粒子同士を衝突させることで新粒子 (DM) を生成する実験である. LHC (Large Hadron Collider) での ATLAS や CMS 実験では衝突前後のエネルギー損失を調べることで検出器で捕らえることのできない粒子, すなわち DM を含む反応を探索している [5–7]. 二つ目は直接検出実験である. これは地上の実験施設の中に存在する, 原子核や検出物質中の電子との散乱を検出する実験である. 主な実験として, XENON1T 実験 [8–11] や LUX 実験 [12–14] が挙げられる. これらの実験では巨大なタンクの中に Xe を充満させており、空中を漂う暗黒物質と衝突した際の反跳エネルギーを調べることでその正体を明らかにしようとしている実験である。図 1.3 に直接検出実験による現在の制限を示す。三つ目は間接検出実験である. これは宇宙に残存する DM が対消滅し SM 粒子になった後の二次粒子を宇宙線として観測する実験である. 主な実験として, Frrmi-Lat 実験 [15], HESS 実験 [16] が挙げられる. この実験では, 二次粒子として $\gamma$ 線を探索している. 他にも, Super-Kamiokande 実験 [17, 18] や IceCube 実験 [19] では

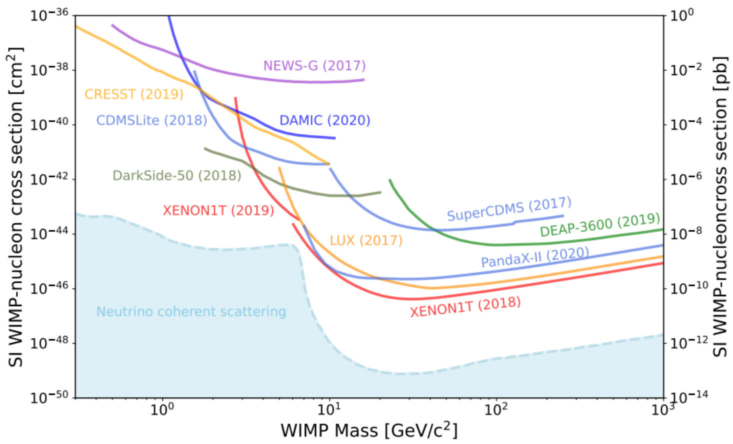



図 1.3　スピンに依存しない DM-原子核の散乱断面積に対する制限 [4].

ニュートリノを二次粒子として探索が行われている．本研究でも DM の加速器実験による探索について考察する．

SM のもう一つの問題点として, 宇宙のバリオン数非対称性が挙げられる．図 1.2 のように, 宇宙は物質 (バリオン) と DM で構成されている．しかし, 宇宙には物質 (バリオン) は存在するが, 反物質 (反バリオン) は存在しない (宇宙のバリオン数非対称性)．SM の枠組みではこのバリオン数の問題を説明できないため [*1], このことからも BSM の必要性が唱えられている．この問題点を解決する BSM の一つとしてレプトジェネシスが知られている [20]．この枠組みでは, SM に新たに右巻きニュートリノを加えて, その崩壊によりレプトン数非対称を生成する．生成されたレプトン数非対称はスファレロン過程 [21, 22] を経てバリオン数非対称に転換されることで, 宇宙のバリオン数非対称性を説明する．

レプトジェネシスで加えた右巻きニュートリノはさらにニュートリノの質量問題を解決できる．1998 年のニュートリノ振動現象の観測によって, ニュートリノがわずかに質量をもつことが明らかになった [23]．SM の枠組みではニュートリノは質量をもつことができないため, BSM によってニュートリノが質量を得る機構が必要となる．その機構の一つとして, seesaw 機構が知られている [24–27]．この機構では, 右巻きニュートリノのマヨラナ質量がディラック質量を十分に大きいとすると, SM 粒子である左巻きニュートリノの質量はゼロではない有限な値をもつことができる．このように, 右巻きニュートリノを SM の枠組みに追加することで, ニュートリノの質量を seesaw 機構で生成でき, さらにレプトジェネシスにより宇宙のバリオン数非対称を説明できる．本研究では, このレプトジェネシスのシナリオを模型に取り入れている．しかし, tree-lebel ではニュートリノの質量項を作れないため, 1-loop の寄与を考える．

バリオンと DM の残存量の間には (1.1) からわかるように, $\Omega_{\rm DM}/\Omega_{\rm B} \sim 5$ という関係がある．一般的には, この関係は全くの偶然であり, DM の生成とバリオン数の生成は全く異なる過程で起こるものとされている．しかし, この関係は何らかの機構により生み出されており, DM の生成とバリオン数の生成との間を結びつけるものがあると考えることもできる．このような DM とバリオンの残存量の関係を説明する枠組みとして Asymmetric dark matter (ADM) という考えがある．この枠組みでは, バリオン数非対称性と同様に DM も非対称性をもつとして, バリオンと DM の残存量を関係付ける．主なシナリオは, 前述した WIMP のように宇宙初期に生成された DM 粒子・反粒子が freeze-out して現在の残存量になるというものである．このとき, バリオン数非対称と DM 数非対称の生成過程により ADM は二つの種

[*1] 正確にはバリオン数を生成することはできるが, 観測量と比較して十分なバリオン数を得ることができない．

類に大別される．一つ目は, ある粒子の非対称が生成され, その非対称をバリオンと DM が分かち合うというものである．二つ目は, ある粒子の崩壊により, バリオンと DM の非対称が同時に生成されるというものである．本研究では二つ目のシナリオに注目し, バリオン数と DM の残存量の関係を説明する．

本研究の目的はこれまで挙げてきた SM では説明することのできない物理, 「DM の存在」, 「ニュートリノの質量」, 「宇宙のバリオン数非対称性」, 「バリオンと DM の残存量の関係」の四つの物理を説明する枠組みの構築である．「DM の存在」と「ニュートリノの質量」を説明する模型として Ernest Ma 氏による Scotogenic Model がある [28]．この模型は SM に右巻きニュートリノと $SU(2)_L$ 二重項スカラーを加えて, 新たな対称性として $Z_2$ 離散対称性を課したものである．$Z_2$ 離散対称性により, ディラック質量項は禁止されるため, 軽いニュートリノの質量は 輻射補正によって生成される．また, 最も軽い粒子は $Z_2$ 離散対称性から安定であり, DM の候補となる．さらに, Scotogenic Model でのレプトジェネシスが議論されている [29]．このように Scotogenic Model は「DM の存在」, 「ニュートリノの質量」, 「宇宙のバリオン数非対称性」を説明する模型である．しかし, Scotogenic Model の枠組みでは「バリオンと DM の残存量の関係」を説明するために ADM のシナリオを取り入れることはできない．なぜなら, DM 候補となる $SU(2)_L$ 二重項スカラーは弱い相互作用するため, ADM の典型的な質量スケールでは中性子星が重力でブラックホールに崩壊しないという要件によって強く制約される [30–46]．

そこで, 本研究では Scotogenic Model に新たに DM の役割を担う $SU(2)_L$ 一重項実スカラー粒子を加えることでこの問題を解決しようと試みた．本研究で扱う模型では, $SU(2)_L$ 二重項スカラーは DM と SM をつなぐ媒介粒子であり, レプトン数非対称と DM を関係付ける重要な役割を果たす．通常のレプトジェネシスと同様に, 右巻きニュートリノの崩壊からレプトン数非対称性と媒介粒子の非対称が生成される．その後, 非対称を保ちつつ媒介粒子が対消滅し, 残存する媒介粒子の崩壊により DM が生成されることで, 媒介粒子の非対称を介してレプトン数非対称と DM の粒子数が対応する．このようなシナリオを考えることで「バリオンと DM の残存量の関係」を説明する．

このシナリオで実際に観測されるバリオン数を生成できるかを確かめる．本論文は以下のように構成されている．第 2 章ではバリオン非対称な宇宙について説明する．第 3 章では本研究で扱う模型について説明する．第 4 章ではレプトジェネシスから DM 生成までのストーリーを説明する．第 5 章では数値計算の結果を示し, 第 6 章にはまとめとその後の展望について説明する．

以下では特に明示する必要がない限り $\hbar = c = k_B = 1$ とする自然単位系を用いる．

# 第 2 章

# 宇宙のバリオン数非対称性

我々の周りには物質 (バリオン) は存在しているが反物質 (反バリオン) は存在しないていないように, 現在の宇宙はバリオンに比べて反バリオンが少ないことが軽元素や宇宙マイクロ波背景放射 (CMB) の観測から分かっている．観測結果から光子-バリオン数比は

$$\eta_B{}^{\mathbf{obs}} = \frac{n_B - n_{\bar{B}}}{n_\gamma} = 6.12 \pm 0.04 \tag{2.1}$$

であることがわかっている [4]．もし, 宇宙が物質と反物質について対称であるならば, バリオンは反バリオンと対消滅して光子になり, バリオンも反バリオンも宇宙から消滅し, 我々は宇宙に存在しないはずである．式 (2.1) のように, 宇宙のバリオンと反バリオンの量が非対称であるため, 我々は存在することができる．

現在の宇宙論では, 宇宙誕生時にはバリオンが対称であり, その後の宇宙が発展する過程で何らかの非対称性を生み出す機構 (バリオジェネシス) が存在するという立場をとる．この章では, バリオン非対称を生み出す条件であるサハロフの条件 [47] を説明し, その後, レプトジェネシスに繋がるスファレロン過程や $B-L, B+L$ の保存, 非保存について説明する．

## 2.1　サハロフの三条件

バリオン数非対称性が生まれる条件として, Sakharov は次のような 3 つの条件を挙げた．

1. バリオン数の破れ
2. C および CP 対称性の破れ
3. 熱平衡からの離脱

宇宙誕生時にはバリオンと反バリオンが対称であると考えているため, バリオン数を破る相互作用が必要であるので, 1. の条件は自明である．また, バリオン数を破る相互作用が存在しても, C および CP 対称性がある場合, その反応過程ではバリオンと反バリオンが同数生成される．そのため, 正味のバリオン数は生成されない．したがって 2 の条件が必要になる．さらに, バリオン数を生成する過程が熱平衡状態であるとその逆過程も同様に起こるため, 生成されたバリオン数を消してしまうので, 3 の条件が必要になる．

この 3 つの条件をみたすようにバリオジェネシスは構成される．宇宙のバリオン非対称に関しては、これまで数多くの研究がなされてきた．例としては、標準模型の枠組みでバリオン数を生成する電弱バリオジェネシスと呼ばれるものがある．このシナリオでは、電弱相転移の際にバリオン数を生成する．今回の論文ではバリオン数を生成シナリオの中で, 特にレプトジェネシスと呼ばれるものに注目する．

| | $q_{iL}$ | $u_{iR}$ | $d_{iR}$ | $l_{iL}$ | $e_{iR}$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $B$ | $+1/3$ | $+1/3$ | $+1/3$ | 0 | 0 |
| $L$ | 0 | 0 | 0 | $+1$ | $+1$ |

図 2.1　粒子の量子数

## 2.2　スファレロン過程

レプトジェネシスにおいて, バリオン数 $B$ とレプトン数 $L$ は図 2.1 のように割り当てられる．これらを $U(1)$ ゲージ対称性の電荷として, 大域的な $U(1)_{B(L)}$ 変換：$\psi(x) \to e^{-iB(L)\theta}\psi(x)$ の下で標準模型のラグランジアンは不変であり, その対称性おける保存カレントは

$$j^B_\mu = \frac{1}{3}\sum_{i=1}^{N_f}\left(\bar{q}_{iL}\gamma_\mu q_{iL} + \bar{u}_{iR}\gamma_\mu u_{iR} + \bar{d}_{iR}\gamma_\mu d_{iR}\right) \tag{2.2}$$

$$j^L_\mu = \sum_{i=1}^{N_f}\left(\bar{\ell}_{iL}\gamma_\mu \ell_{iL} + \bar{e}_{iR}\gamma_\mu e_{iR}\right) \tag{2.3}$$

となり, $j^B_\mu, j^L_\mu$ はそれぞれバリオンカレント, レプトンカレントである．これらのカレントは古典的には保存するが、量子異常により

$$\partial^\mu j^B_\mu = \partial^\mu j^L_\mu = \frac{N_f}{32\pi}\left(g^2\epsilon^{\mu\nu\rho\sigma}W^a_{\mu\nu}W^a_{\rho\sigma} - {g'}^2\epsilon^{\mu\nu\rho\sigma}B_{\mu\nu}B_{\rho\sigma}\right) \tag{2.4}$$

と対称性が破れる．ここで, $\epsilon^{\mu\nu\rho\sigma}$ は完全反対称テンソルである．また, $W^a_{\mu\nu}, B_{\mu\nu}$ はそれぞれ $SU(2)$ と $U(1)$ のゲージ場であり, $g, g'$ はそれぞれのゲージ結合定数である．式 (2.4) を全時空間で積分すると, 電荷の定義 $Q \equiv \int d^3x\ j^0$ より,

$$\begin{aligned}(\text{左辺}) &= \int d^4x\ \partial^\mu j^B_\mu = \int_{t^i}^{t_f} dtB(t) = B(t_f) - B(t_i) \equiv \Delta B \\ (\text{右辺}) &= n_f(N_{CS}(t_f) - N_{CS}(t_i)) \equiv n_f\Delta N_{CS}\end{aligned} \tag{2.5}$$

となる．ここで,

$$N_{CS} \equiv \frac{1}{32\pi}\int d^4x\left(g^2\epsilon^{\mu\nu\rho\sigma}W^a_{\mu\nu}W^a_{\rho\sigma} - {g'}^2\epsilon^{\mu\nu\rho\sigma}B_{\mu\nu}B_{\rho\sigma}\right) \tag{2.6}$$

とした．$N_{CS}$ は Chern-Simons 数と呼ばれる整数値である．一般に非可換ゲージ理論では縮退した真空が無数に存在し, それぞれが異なる Chern-Simons 数を持つ．Chern-Simons 数に対応する各真空に遷移するとき, バリオン数やレプトン数は式 (2.5) から

$$\Delta B = \Delta L = N_f\Delta N_{CS} \tag{2.7}$$

だけ変化する．また, この真空遷移に対して

$$\Delta(B-L) = 0\,, \tag{2.8}$$

$$\Delta(B+L) = 2n_f\Delta N_{CS} \tag{2.9}$$

であることから, $B-L$ は保存し, $B+L$ は保存しないことがわかる．初期宇宙において, 有限温度においてポテンシャル障壁を乗り越えるように真空遷移を引き起こす場の配位をスファレロンと呼ぶ．初期宇宙は十分高温なため、このようなスファレロン過程が十分な頻度で起こることで、レプトン数 $L$ がバリオン数 $B$ へと転換されることがレプトジェネシスにおいて重要である．

| 場 | 化学ポテンシャル |
|---|---|
| $q_L$ | $\mu_{q_i}$ |
| $u_R$ | $\mu_{u_i}$ |
| $d_R$ | $\mu_{d_i}$ |
| $l_L$ | $\mu_{l_i}$ |
| $e_R$ | $\mu_{e_i}$ |
| $\phi$ | $\mu_\phi$ |

図 2.2　それぞれの場と対応する化学ポテンシャル. ただし, $i = 1 - n_f$ は世代を表し、一般にはそれぞれの化学ポテンシャルは異なる。また, スカラー場の化学ポテンシャルは同じであるする.

## 2.3　バリオン数 $B$ と $B - L$ の関係

前節で, $B$ と $L$ は破れるが $B - L$ は保存することが分かったので, この節では $B$ と $B - L$ の関係を標準模型の相互作用に対する化学平衡条件から導く. 初期宇宙では標準模型に登場する粒子はすべて質量がゼロであり相対論的粒子として扱うことができ, これらはすべて化学平衡状態にある. 内部自由度が $g_i$ で化学ポテンシャルが $\mu_i$ の相対論的粒子 $i$ に関する粒子と反粒子の数密度の非対称は

$$n_i - \bar{n}_i = \begin{cases} \dfrac{g_i T^2}{6}\mu_i & (\text{ボソン}) \\ \dfrac{g_i T^2}{3}\mu_i & (\text{フェルミオン}) \end{cases} \tag{2.10}$$

で表される. ここでは, 標準模型フェルミオンの世代数は $n_f$ であり, $SU(2)_L$ スカラー二重項 $\phi = (\phi^+, \phi^0)^T$ が $n_H$ 種類あるものとする. 図 2.2 にそれぞれの場と対応する化学ポテンシャルを示す. バリオン数密度とレプトン数密度はそれぞれ関連する粒子の化学ポテンシャルを用いると

$$\begin{aligned} B &= \sum_i^{n_f} \left[ \frac{1}{3}(n_{q_{L\,i}} - \bar{n}_{q_{L\,i}}) + \frac{1}{3}(n_{u_{R\,i}} - \bar{n}_{u_{R\,i}}) + \frac{1}{3}(n_{d_{R\,i}} - \bar{n}_{d_{R\,i}}) \right] \\ &= \frac{T^2}{6} \sum_i^{n_f} [2\mu_{q_i} + \mu_{u_i} + \mu_{d_i}] \end{aligned} \tag{2.11}$$

$$\begin{aligned} L &= \sum_i^{n_f} [(n_{l_{L\,i}} - \bar{n}_{l_{L\,i}}) + (n_{e_{R\,i}} - \bar{n}_{e_{R\,i}})] \\ &= \frac{T^2}{6} \sum_i^{n_f} [2\mu_{l_i} + \mu_{e_i}] \end{aligned} \tag{2.12}$$

と表すことができる.

次に化学平衡が保たれている場合, 相互作用の前後で化学ポテンシャルが等しいことから, 各化学ポテンシャルとの関係式を導出する.

湯川相互作用から

$$-\mu_{q_i} - \mu_\phi + \mu_{u_i} = 0, \quad -\mu_{q_i} + \mu_\phi + \mu_{d_i} = 0, \quad -\mu_{l_i} + \mu_\phi + \mu_{e_i} = 0 \tag{2.13}$$

という関係式が成り立つ. さらに, 湯川相互作用は世代間の混合があるため, すべての湯川相互作用が平衡であるときは化学ポテンシャルは世代に依存せず平均化されて

$$\mu_{q_i} \equiv \mu_q, \quad \mu_{u_i} \equiv \mu_u, \quad \mu_{d_i} \equiv \mu_d, \quad \mu_{l_i} \equiv \mu_l, \quad \mu_{e_i} \equiv \mu_e \tag{2.14}$$

となる．

標準模型における $SU(2)$ 電弱インスタントンが導く有効相互作用

$$\mathcal{O}_{B+L} = \prod_{i}^{n_f} (q_{Li} q_{Li} q_{Li} l_{Li}) \tag{2.15}$$

から

$$\sum_{i}^{n_f} (3\mu_{q_i} + \mu_{l_i}) = 0 \tag{2.16}$$

という関係式が成り立つ．

最後に，ハイパーチャージ $Y$ が保存するので

$$\begin{aligned} Y = \sum_{i}^{n_f} \Big[ &+\frac{1}{3}(n_{q_L} - \bar{n}_{q_L}) + \frac{4}{3}(n_{u_{Ri}} - \bar{n}_{u_{Ri}}) - \frac{2}{3}(n_{d_{Ri}} - \bar{n}_{d_{Ri}}) \\ &- (n_{l_{Li}} - \bar{n}_{l_{Li}}) - 2(n_{e_{Ri}} - \bar{n}_{e_{Ri}}) \Big] + \sum_{i}^{n_H} (n_\phi - n_{\phi^\dagger}) \\ = \frac{T^2}{3} \Big[ &\sum_{i}^{n_f} (\mu_{q_i} + 2\mu_{u_i} - \mu_{d_i} - \mu_{l_i} - \mu_{e_i}) + \sum_{i}^{n_H} 2\mu_\phi \Big] = 0 \end{aligned} \tag{2.17}$$

という関係式が成り立つ．以上の式 (2.14),(2.16),(2.17) よりすべての化学ポテンシャルを $\mu_l$ で表すことができ，

$$\begin{aligned} &\mu_q = -\frac{1}{3}\mu_l, \quad \mu_u = \frac{2n_f - n_H}{6n_f + 3n_H}\mu_l, \quad \mu_d = -\frac{6n_f + n_H}{6n_f + 3n_H}\mu_l, \\ &\mu_e = \frac{2n_f + 3n_H}{6n_f + 3n_H}\mu_l, \quad \mu_\phi = \frac{4n_f}{6n_f + 3n_H}\mu_l \end{aligned} \tag{2.18}$$

となる．したがって，バリオン数とレプトン数は式 (2.11) と式 (2.12) からそれぞれ

$$B = \frac{T^2}{6} n_f \left( -\frac{4}{3}\mu_l \right) \tag{2.19}$$

$$L = \frac{T^2}{6} n_f \left( \frac{14n_f + 9n_H}{6n_f + 3n_H}\mu_l \right) \tag{2.20}$$

となる．したがって，保存量である $B - L$ は

$$B - L = \frac{T^2}{6} \left( \frac{22{n_f}^2 + 13n_f n_H}{6n_f + 3n_H}\mu_l \right) \tag{2.21}$$

となり，$B$ を $B - L$ で表すことができ，

$$B = \frac{8n_f + 4n_H}{22n_f + 13n_H}(B - L) \tag{2.22}$$

となる．これにより，初期宇宙で $B$ や $L$ がゼロだとしても保存量である $B - L$ が存在すれば現在の宇宙におけるバリオン非対称性が実現される．レプトジェネシスではレプトン数を破ることで，最終的には有限なバリオン数を生成する．

# 第 3 章

# 拡張 Scotogenic Model

ニュートリノ質量やダークマターを説明する模型として Ernest Ma 氏による Scotogenic Model がある．この模型は標準模型に新たな場として右巻きニュートリノ $N_i$ $(i=1,2,3)$ と $\mathrm{SU}(2)_L$ スカラー二重項 $\eta=(\eta^+,\eta^0)^T$ を導入し，新たな対称性として $Z_2$ 離散対称性を課したものである．標準模型粒子には $Z_2$ 偶，拡張粒子には $Z_2$ 奇を割り当てる．この $Z_2$ 離散対称性があることで安定性が保証されており，拡張粒子で最も軽い粒子がダークマターになる．この模型ではニュートリノの質量とダークマターの起源を結びつけることができ，ダークマターの存在を自然に説明することができる．本研究の目的はダークマターとバリオン数非対称性の起源を結びつけることである．そのために，本研究で扱う模型では Scotogenic Model に新たに $Z_2$ 奇な実スカラー場 $\sigma$ を追加する．この模型では $\sigma$ がダークマターの役割を担う．また，$\eta$ がダークマターとバリオン数非対称性の起源を結びつける重要な役割を果たす．

## 3.1　拡張 Scotogenic 模型について

この節では拡張した Scotogenic 模型のラグランジアンとニュートリノの質量行列について説明する．図 3.1 にラグランジアンを構成する場の量子数を示す．$L$ は $\mathrm{SU}(2)_L$ レプトン二重項，$e_R$ は荷電レプトン一重項，$H$ は $\mathrm{SU}(2)_L$ ヒッグス二重項である．ラグランジアンとスカラーポテンシャルに対する新たな粒子の寄与は以下のようになる:

$$\mathcal{L} \supset -h_{\alpha i}\bar{L}_\alpha \tilde{\eta} N_i + \frac{1}{2}M_i \bar{N}_i N_i^c + \mathrm{h.c.} \tag{3.1}$$

$$\begin{aligned} V(H,\eta,\sigma) =& \mu_H^2|H|^2 + m_\eta^2|\eta|^2 + \frac{1}{2}\mu_\sigma^2\sigma^2 \\ &+ \frac{1}{2}\lambda_1|H|^4 + \frac{1}{2}\lambda_2|\eta|^4 + \frac{1}{2}\lambda_3\sigma^4 \\ &+ \lambda_4|H|^2|\eta|^2 + \lambda_5|H^\dagger\eta|^2 + \lambda_6|H|^2\sigma^2 + \lambda_7|\eta|^2\sigma^2 \\ &+ \frac{\lambda_8}{2}\left[(H^\dagger\eta)^2 + \mathrm{h.c.}\right] + \frac{\mu}{\sqrt{2}}\left[\sigma(H^\dagger\eta) + \mathrm{h.c.}\right] \end{aligned} \tag{3.2}$$

| | フェルミオン場 | | | スカラー場 | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 場 | $L$ | $e_R$ | $N$ | $H$ | $\eta$ | $\sigma$ |
| $\mathrm{SU}(2)_L$ | **2** | **1** | **1** | **2** | **2** | **1** |
| $Z_2$ | $+$ | $+$ | $-$ | $+$ | $-$ | $-$ |

図 3.1　式 (3.1) と式 (3.2) に登場する粒子の量子数

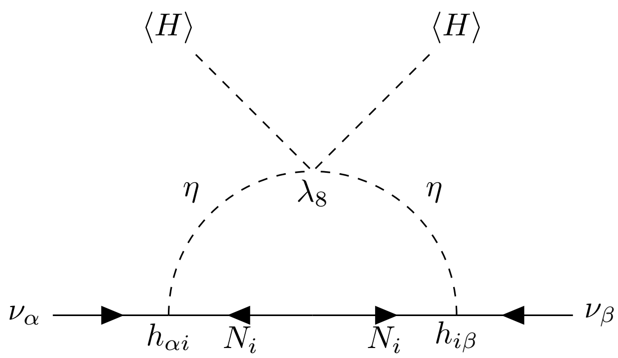



図 3.2　ニュートリノの質量を生成する 1-loop diagram

ここで, $h_{\alpha i}$ はニュートリノの湯川行列であり, $\alpha, i$ はそれぞれフレーバー, 質量の固有状態を表すラベルである.

また, $\mathrm{SU}(2)_L$ レプトン二重項は $L_\alpha \equiv (\nu_\alpha, \alpha)^T$ $(\alpha = e, \mu, \tau)$ であり, $\mathrm{SU}(2)_L$ スカラー二重項の共役は $\tilde{\eta} \equiv i\sigma_2 \eta^*$ である. ここで, $\sigma_2$ はパウリ行列である. $M_i$ はニュートリノのマヨラナ質量を表し, $\mu_H, m_\eta, m_\sigma$ はそれぞれ電弱相転移前の質量を表す. ただし, $Z_2$ 対称性を保つために $\eta$ は真空期待値 (VEV) をもたないとする. また, スカラーポテンシャルの結合定数である $\lambda_i (i = 1\ 8)$ はすべて実数としても一般性を失わない, なぜなら場の再定義によりスカラー場の位相に取り込まれるからである. 電弱相転移後にヒッグス場は真空期待値 $v$ を獲得し, ユニタリーゲージをとってヒッグス場を $H = (0, (v+h)/\sqrt{2})^T$ と展開すると, $\mathrm{SU}(2)_L$ スカラー二重項 $\eta = (\eta^+, \eta^0)^T$ の CP 偶と CP 奇の成分 $\eta^0 = (\eta_R + i\eta_I)/\sqrt{2}$ の各スカラー場の質量はそれぞれ

$$m_{\eta^+}^2 = m_\eta^2 + \frac{1}{2}\lambda_4 v^2 \tag{3.3}$$

$$m_{\eta_R}^2 \simeq m_\eta^2 + \frac{1}{2}(\lambda_4 + \lambda_5 + \lambda_8) v^2 \tag{3.4}$$

$$m_{\eta_I}^2 = m_\eta^2 + \frac{1}{2}(\lambda_4 + \lambda_5 - \lambda_8) v^2 \tag{3.5}$$

となり, DM の質量は

$$m_\sigma^2 \simeq \mu_\sigma^2 + \lambda_6 v^2 \tag{3.6}$$

となる. ここで、$v = 246\,\mathrm{GeV}$ である. $\eta_R$ と $\sigma$ は式 (3.2) の $\mu$ の項により質量が混合するがここではその寄与は無視する. ただし, この項は DM の生成に関わるため $\mu$ はゼロにはならない. また, スカラー結合定数 $\lambda_{6,7}$ は初期宇宙で DM が熱化しないために十分小さいものとする. 今回のシナリオでは $M_i, m_\eta$ は電弱スケールよりも大きいと仮定しており, $m_\sigma$ は電弱スケールよりもずっと小さいとしている.

## 3.2　軽いニュートリノの質量行列

ニュートリノの質量は図 3.2 の 1-loop ダイアグラムから生成される. 図 3.2 から軽いニュートリノの質量行列は

$$(\mathcal{M}_\nu)_{\alpha\beta} = \sum_i \frac{h_{\alpha i}^* h_{\beta i}^*}{32\pi^2} M_i \left[ \frac{m_{\eta_R}^2}{m_{\eta_R}^2 - M_i^2} \ln \frac{m_{\eta_R}^2}{M_i^2} - \frac{m_{\eta_I}^2}{m_{\eta_I}^2 - M_i^2} \ln \frac{m_{\eta_I}^2}{M_i^2} \right] \tag{3.7}$$

となる [28]. ここで, $m_R{}^2 - m_I{}^2 = \lambda_8 v^2$ が $m_0^2 \equiv (m_{\eta_R}^2 + m_{\eta_I}^2)/2 = m_\eta^2 + v^2(\lambda_4+\lambda_5)/2$ に比べて十分小さい, すなわち, $m_0^2 \gg v^2\lambda_8$ であるとき上式は以下のように近似することができる:

$$(\mathcal{M}_\nu)_{\alpha\beta} \simeq \frac{\lambda_8 v^2}{32\pi^2}\sum_i \frac{h^*_{\alpha i}h^*_{\beta i}M_i}{m_0^2 - M_i^2}\left[1 - \frac{M_i^2}{m_0^2 - M_i^2}\ln\frac{m_0^2}{M_i^2}\right] \tag{3.8}$$

さらに $M_i \gg m_0$ であるとき, 式 (3.7) は

$$(\mathcal{M}_\nu)_{\alpha\beta} \simeq \frac{\lambda_8 v^2}{32\pi^2}\sum_i \frac{h^*_{\alpha i}h^*_{\beta i}}{M_i}\left[\ln\frac{M_i^2}{m_0^2} - 1\right] \tag{3.9}$$

と近似することができる. 今回の論文では, 結合定数 $\lambda_{4,5,6,7}$ は十分小さく, $m_\eta$ は電弱スケールよりも大きいとして $m_0 \simeq m_\eta$ とする. ここで注意しなければならないことは, 式 (3.9) から $\lambda_8$ が小さすぎるとニュートリノの質量が生成されないため、$\lambda_8 \to 0$ の極限は成立しないということである. また、今回のシナリオでは右巻きニュートリノは十分重い ($M_i \gg m_0$) と仮定しているので以降ニュートリノの質量は式 (3.9) として扱う.

ニュートリノの質量行列を表す方法として, Casas-Ibara (CI) parametrization がある [48]. 対角行列 $\mathcal{D}_\Lambda$ を用いて質量行列を以下のように表す:

$$\mathcal{M}_\nu = h^*\mathcal{D}_\Lambda^{-1}h^\dagger \tag{3.10}$$

$$(\mathcal{D}_\Lambda)_{ii} = \frac{2\pi^2}{\lambda_8}\xi_i\frac{2M_i}{v^2} \equiv \Lambda_i \tag{3.11}$$

ここで

$$\xi_i \equiv \left\{\frac{1}{8}\frac{M_i^2}{m_{\eta_R}^2 - m_{\eta_I}^2}\left(\frac{m_{\eta_R}^2}{m_{\eta_R}^2 - M_i^2}\ln\frac{m_{\eta_R}^2}{M_i^2} - \frac{m_{\eta_I}^2}{m_{\eta_I}^2 - M_i^2}\ln\frac{m_{\eta_I}^2}{M_i^2}\right)\right\}^{-1} \tag{3.12}$$

である。式 (3.9) より、$M_i \gg m_0$ かつ $m_0^2 \gg v^2\lambda_8$ であるとき、$\xi_i$ は

$$\xi_i \simeq \frac{8}{[\ln(M_i^2/m_0^2) - 1]} \tag{3.13}$$

と近似することができる。

複素対称行列である質量行列 $\mathcal{M}_\nu$ を Pontecorvo-Maki-Nakagawa-Sakata (PMNS) 行列 $U$ を用いて

$$U^T\mathcal{M}_\nu U = \mathrm{diag}(m_1, m_2, m_3) \equiv D_\nu \tag{3.14}$$

と対角化する [49–52]. ただし, $U$ は

$$U = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_{23} & s_{23} \\ 0 & -s_{23} & c_{23} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} c_{13} & 0 & s_{13}e^{-i\delta_{\mathrm{CP}}} \\ 0 & 1 & 0 \\ -s_{13}e^{i\delta_{\mathrm{CP}}} & 0 & c_{13} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} c_{21} & s_{12} & 0 \\ -s_{12} & c_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} e^{i\eta_1} & 0 & 0 \\ 0 & e^{i\eta_2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{3.15}$$

$$= \begin{pmatrix} c_{12}c_{13} & s_{12}c_{13} & s_{13}e^{-i\delta_{\mathrm{CP}}} \\ -s_{12}c_{23} - c_{12}s_{13}s_{23}e^{i\delta_{\mathrm{CP}}} & c_{12}c_{23} - s_{12}s_{13}s_{23}e^{i\delta_{\mathrm{CP}}} & c_{13}s_{23} \\ s_{12}s_{23} - c_{12}s_{13}c_{23}e^{i\delta_{\mathrm{CP}}} & -c_{12}s_{23} - s_{12}s_{13}c_{23}e^{i\delta_{\mathrm{CP}}} & c_{13}c_{23} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} e^{i\eta_1} & 0 & 0 \\ 0 & e^{i\eta_2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{3.16}$$

と表される行列であり, $C_{ij} \equiv \cos\theta_{ij}, S_{ij} \equiv \sin\theta_{ij}$ である. $\theta_{ij}$ はニュートリノのフレーバー混合角, $\delta_{\mathrm{CP}}$ はディラック位相, $\eta_1, \eta_2$ はマヨラナ位相を表している. 図 3.3 にニュートリノ振動実験で得られた振動パラメータの best-fit の値を示す [4].

こうして湯川行列は複素直行行列 $R$ を用いて以下のように表すことができる.

$$h_{\alpha i} = \left(U\, D_\nu^{\frac{1}{2}}\, R^\dagger\, D_\Lambda^{\frac{1}{2}}\right)_{\alpha i} \tag{3.17}$$

| パラメータ | best-fit |
|---|---|
| $\sin^2\theta_{12}/10^{-1}$ | $3.10^{+0.13}_{-0.12}$ |
| $\sin^2\theta_{23}/10^{-1}$ | $5.58^{+0.20}_{-0.33}$ |
| $\sin^2\theta_{13}/10^{-1}$ | $2.241^{+0.066}_{-0.0.065}$ |
| $\delta_{\mathrm{CP}}/\circ$ | $222^{+38}_{-28}$ |
| $\Delta m_{21}{}^2/10^{-5}\mathrm{eV}^2$ | $7.39^{+0.21}_{-0.20}$ |
| $\Delta m_{21}{}^2/10^{-3}\mathrm{eV}^2$ | $2.449^{+0.032}_{-0.030}$ |

図 3.3　ニュートリノ振動実験で得られた振動パラメータの best-fit

このように湯川行列を複素直行行列で表すことが Casas-Ibara (CI) parametrization である．CI parametrization により, 上式から

$$\left(h^\dagger h\right)_{ij} = \sqrt{\Lambda_i \Lambda_j}\,(\tilde{m})_{ij} \tag{3.18}$$

と表すことができる．ただし, $\tilde{m} \equiv R D_\nu R^\dagger$ である．式 (3.18) は PMNS 行列に依存していないため, レプトジェネシスの CP を破る寄与はディラック CP 位相に依存しないことになる．

# 第 4 章

# DM 生成までのストーリー

この章ではバリオン数と DM が生成されるまでの過程を説明する．最初に大まかなストーリーを説明し、その後レプトジェネシスと DM の生成について説明する．

## 4.1 模型の概形

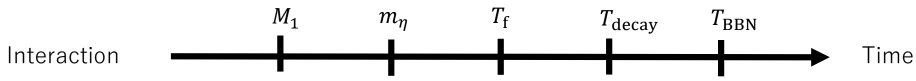
DM が生成されるまでの流れを説明する．図 4.1 に初期宇宙においてどのような相互作用が有効になるのかを示す．

初期宇宙において, 右巻きニュートリノは標準模型粒子のプラズマの中で熱的に生成される．後に宇宙の温度が最も軽い右巻きニュートリノである $N_1$ の質量 $M_1$ を下回るとき ( $T < M_1$ ), $N_1$ の崩壊過程が平衡状態から脱する．図 4.2 のような $N_1$ の崩壊からレプトン $L_\alpha$ と媒介粒子 $\eta$ が生成される[*1]．このとき, レプトンの非対称 $n_{\Delta L} \equiv n_L - n_{\bar{L}}$ と媒介粒子の非対称 $n_{\Delta\eta} = n_\eta - n_{\eta^\dagger}$ が同量生成される．すなわち, $n_{\Delta L} = n_{\Delta\eta}$ である．ただし, $n_\eta = n_{\eta^+} + n_{\eta^0}, n_{\eta^\dagger} = n_{\eta^-} + n_{\eta^{0*}}$ である．その後, 宇宙の温度が媒介粒子の質量 $m_\eta$ を下回るとき ($T < m_\eta$), 弱い相互作用により対消滅して SM 粒子が生成される．この時点では媒介粒子の非対称 $n_{\Delta\eta}$ は $n_\eta, n_{\eta^\dagger} \gg n_{\Delta\eta}$ である。対消滅過程は媒介粒子の非対称 $n_{\Delta\eta}$ を変えずに $\eta$ と $\eta^\dagger$ の密度を減少させる．これにより, 対消滅過程が freeze-out したとき, $\eta$ の密度は $\eta^\dagger$ の密度よりも十分小さくなる．すなわち, 媒介粒子の非対称が無視できなくなり, $|n_{\Delta\eta}| \simeq n_{\eta^\dagger} \gg n_\eta$ となる．そして, 残存する $\eta^\dagger$ が DM である $\sigma$ に崩壊することで $|n_{\Delta\eta}| \sim n_{\rm DM}$ となる．ここで重要となるのが $\eta\eta \to HH$ という相互作用である．この相互作用は媒介粒子の非対称を変化させるものである．この反応過程が起きてしまうとレプトンと媒介粒子の非対称の関係が $n_{\Delta L} \neq n_{\Delta\eta}$ となる．そうなると, 最終的に数密度の関係は $n_{\Delta L} \sim n_{\rm DM}$ となり, バリオンと DM の関係を説明できなくなる．そのため, 宇宙の発展の中で常にこの過程が起きないという条件が本研究において重要な条件となる．

## 4.2 レプトジェネシス

本研究で扱う模型では宇宙のバリオン数非対称は熱的レプトジェネシスのシナリオによって生成されるとする．このシナリオではレプトン数非対称が右巻きニュートリノの崩壊によって生成される．右巻きニュートリノ $N_i$ の崩壊における CP 対称性の破れは 図 4.2 のような tree diagram と 1-loop diagram

[*1] 本研究では右巻きニュートリノの質量は階層的 ($M_1 < M_2 < M_3$) と仮定しているため, 最も軽い $N_1$ の崩壊がレプトン数非対称の生成に大きな寄与を与える．




| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $N_i \to \eta L, \eta^\dagger \bar{L}$ | ○ | ○ | × | × | × | × |
| $\eta\eta^\dagger \to \mathrm{SM}\,\overline{\mathrm{SM}}$ | ○ | ○ | ○ | × | × | × |
| $\eta, \eta^\dagger \to H\sigma, H^\dagger\sigma$ | × | × | × | × | ○ | × |
| $\eta\eta, \eta^\dagger\eta^\dagger \to HH, H^\dagger H^\dagger$ | × | × | × | × | × | × |

図 4.1　バリオン非対称が生成されてから, DM が生成されるまでのシナリオ．右巻きニュートリノの質量を $M_i$, 媒介粒子の質量を $m_\eta$ とする．$T_\mathrm{f}, T_\mathrm{decay}, T_\mathrm{BBN}$ はそれぞれ媒介粒子の対消滅が freeze-out する時刻, 媒介粒子が崩壊し始める時刻, BBN が始まる時刻を表す．◯ で表したところは相互作用が起こり, $times$ で表したところは相互作用が起きない時間を表している．

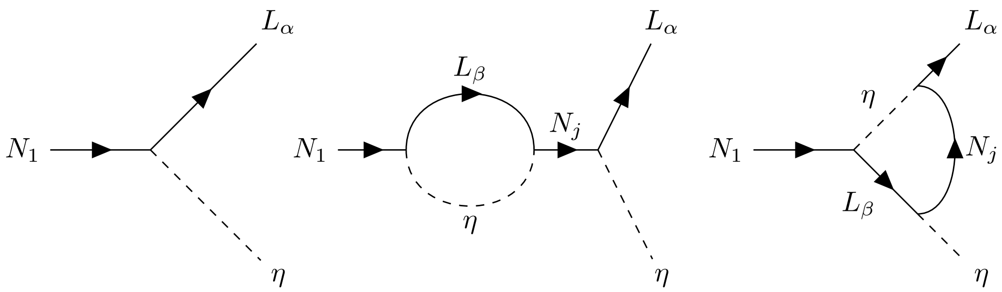



図 4.2　右巻きニュートリノ $N_1$ の崩壊

の干渉項によって生じる．CP 対称性の破れの大きさを表す asymmetry parameter $\epsilon_i$ は

$$\epsilon_i = \frac{\sum_\alpha \left[\Gamma(N_i \to L_\alpha \eta) - \Gamma(N_i \to \bar{L}_\alpha \eta^\dagger)\right]}{\sum_\alpha \left[\Gamma(N_i \to L_\alpha \eta) + \Gamma(N_i \to \bar{L}_\alpha \eta^\dagger)\right]} \tag{4.1}$$

で定義される．図 4.2 より $\epsilon_i$ を求めると

$$\epsilon_i = \frac{1}{8\pi} \frac{1}{(h^\dagger h)_{ii}} \sum_{j \neq i} \mathrm{Im}\left[\left\{\left(h^\dagger h\right)_{ij}\right\}^2\right] \frac{1}{\sqrt{r_{ji}}} F(r_{ji}, \eta_i) \tag{4.2}$$

となる．ただし、$r_{ji} = M_j^2/M_i^2$ , $\eta_i = m_\eta^2/M_i^2$ であり,

$$F\left(r_{ji}, \eta_i\right) = \sqrt{r_{ji}} \left[f\left(r_{ji}, \eta_i\right) - \frac{\sqrt{r_{ji}}}{r_{ji} - 1} \left(1 - \eta_i\right)^2\right] \tag{4.3}$$

$$f\left(r_{ji}, \eta_i\right) = \sqrt{r_{ji}} \left[1 + \frac{\left(1 - 2\eta_i + r_{ji}\right)}{\left(1 - \eta_i\right)^2} \ln\left(\frac{r_{ji} - \eta_i^2}{1 - 2\eta_i + r_{ji}}\right)\right] \tag{4.4}$$

である．$M_i \gg m_\eta$ の極限、すなわち $\eta_i \to 0$ では

$$F\left(r_{ji}\right) = r_{ji}\left[1 + \left(1 + r_{ji}\right) \ln\left(1 + \frac{1}{r_{ji}}\right) - \frac{1}{r_{ji} - 1}\right] \tag{4.5}$$

である．

今回のモデルでは右巻きニュートリノ $N_i$ が階層性をもつとするため, レプトン数非対称をつくる過程で支配的なのは最も軽いニュートリノ $N_1$ の崩壊であるとして計算する．熱的レプトジェネシスにおける重要なパラメータの一つとして decay parameter

$$K_1 \equiv \frac{\Gamma_1}{H(T = M_1)} \tag{4.6}$$

がある. $\Gamma_1$ は右巻きニュートリノ $N_1$ の崩壊率, $H(T)$ は Hubble parameter であり

$$\Gamma_1 = \frac{M_1}{8\pi}\left(h^\dagger h\right)_{11}(1-\eta_1)^2 \tag{4.7}$$

$$H(T) = \sqrt{\frac{8\pi^3 g_*}{90}}\frac{T^2}{M_{\mathrm{Pl}}} \tag{4.8}$$

である. ただし, $g_*$ は有効自由度であり, $M_{\mathrm{Pl}}$ はプランク質量である.

本研究で扱う模型では, 右巻きニュートリノ $N_1$ の崩壊における decay parameter $K_1$ は

$$K_1 = \frac{1}{8\pi}\sqrt{\frac{90}{8\pi^3 g_*}}\frac{M_{\mathrm{Pl}}}{M_1}\left(h^\dagger h\right)_{11}(1-\eta_1)^2 \tag{4.9}$$

$$= \frac{2\pi^2}{\lambda_8}\xi_1\sqrt{\frac{45}{64\pi^5 g_*}}\frac{M_{\mathrm{Pl}}}{v^2}\tilde{m}_{11}(1-\eta_1)^2 \tag{4.10}$$

となる [29]. $K_1 < 1$ では weak washout となり, $K_1 > 1$ では strong washout となる. strong washout の領域 $K_1 > 1$ では以下の近似式が使える [53]:

$$\kappa_1(K_1) \simeq \frac{1}{1.2K_1\left[\ln K_1\right]^{0.8}} \tag{4.11}$$

$\kappa_1$ は efficiency factor であり, レプトンジェネシスにおける washout の効果を表すパラメータである.

最終的には、バリオン数密度と光子数密度の比 $\eta_B = n_B - n_{\bar{B}}/n_\gamma$ は efficiency factor $\kappa_1$ と asymmetry parameter $\epsilon_1$ を用いて

$$\eta_B \approx -0.01\epsilon_1\kappa_1 \tag{4.12}$$

と表すことができる [53].

## 4.3　媒介粒子 $\eta$ の対消滅

DM の役割を担う $\sigma$ は媒介粒子 $\eta^\dagger$ の崩壊により生成されるので, 最終的に数密度の関係は $n_{\eta^\dagger} \simeq n_\sigma$ となる. レプトン数非対称 $n_{\Delta L}$ と同時に生成された媒介粒子の非対称 $n_{\Delta\eta}$ を保ちつつ, $n_\eta \ll n_{\eta^\dagger} \approx n_{\Delta\eta}$ となることでレプトン数非対称と DM 数密度を関連付けることができる. 今回の論文では概算で DM が生成されるまでを見積もることでこの模型が成り立つかどうかを議論するため、詳細にボルツマン方程式を解くことはしない. $\eta$ の対消滅による freeze-out 後の残存量は、$\eta$ が非対称を持たないとして以下の近似式で評価する [54]:

$$Y_{\eta,\infty} \equiv \frac{n_{\eta,\infty}}{s} = 2 \times \frac{3.80\,x_{\mathrm{f}}}{\left(g_{*s}/g_*^{1/2}\right)M_{\mathrm{Pl}}m_\eta\left\langle\sigma_{\mathrm{g}}v_{\mathrm{rel}}\right\rangle}\ , \tag{4.13}$$

ここで, $s$ はエントロピー密度であり, $g_{*S}$ はエントロピーについての内部自由度である. $\langle\sigma_{\mathrm{g}}v_{\mathrm{rel}}\rangle$ は媒介粒子の対消滅によりゲージボソンが生成される過程の熱平均断面積である. $\mathrm{SU}(2)_L$ 対称性が保たれているため, $\eta^0$ と $\eta^\dagger$ の二つの粒子について足し合わせたための係数 2 がついている. $x_{\mathrm{f}}$ は freeze out する温度と媒介粒子の質量の比を表しており,

$$x_{\mathrm{f}} \equiv \frac{m_\eta}{T_{\mathrm{f}}} = \ln\left[0.038\left(g/g_*^{1/2}\right)M_{\mathrm{Pl}}m_\eta\left\langle\sigma_{\mathrm{g}}v_{\mathrm{rel}}\right\rangle\right] - \frac{1}{2}\ln\left\{\ln\left[0.038\left(g/g_*^{1/2}\right)M_{\mathrm{Pl}}m_\eta\left\langle\sigma_{\mathrm{g}}v_{\mathrm{rel}}\right\rangle\right]\right\}\ , \tag{4.14}$$

で見積もることができる．ここで, $g$ は粒子の内部自由度を表す．また, 熱平均断面積を非相対論的極限で近似すると

$$\langle \sigma_{\mathrm{g}} v_{\mathrm{rel}} \rangle \simeq \frac{(g_1)^4 + 6 \cdot (g_1 g_2)^2 + 3 \cdot (g_2)^4}{256 \pi {m_\eta}^2} \tag{4.15}$$

となり, $g_1$ と $g_2$ はそれぞれ $\mathrm{U}(1)_Y$ と $\mathrm{SU}(2)_L$ のゲージ結合定数である．$n_{\Delta\eta} \approx n_{\eta^\dagger}$ は $Y_\infty$ と $n_{\Delta L}$ を比較することで見積もる．本来ならば非対称があるのにも関わらず, 非対称がないと計算しているため, 計算結果は本来のものと結構な誤差があるはずである．非対称がある場合は反応が進むにつれて非対称部分が有効になってくるため, 非対称がない場合と比べて早く freeze out する．そのため, 本来の数値は上記の近似式を用いて計算した残存量に比べてより大きいはずである．したがって, 今回の見積で得た数値の評価としては

$$Y_{\eta,\infty} < Y_{\Delta\eta} \sim Y_B \tag{4.16}$$

を満たしていれば良いということになる．

媒介粒子が対消滅した後, 残った $\eta^\dagger$ が DM である $\sigma$ に崩壊とヒッグス粒子 $H$ に崩壊する．このときの媒介粒子の崩壊率は

$$\Gamma_{\mathrm{decay}} = \frac{\mu^2}{16 \pi m_\eta} \tag{4.17}$$

である．媒介粒子が崩壊を始める温度を $T_{\mathrm{decay}}$ とすると $\Gamma_{\mathrm{decay}} = H(T_{\mathrm{decay}})$ を満たす．$H(T)$ は Hubble parameter である．今回の論文のシナリオでは, 媒介粒子は対消滅が終わった後に崩壊が始まらなければならないので,

$$T_{\mathrm{f}} > T_{\mathrm{decay}} \tag{4.18}$$

という条件を満たさなければならない．この条件から, スカラー三点結合のパラメータ $\mu$ に上限がつく．また, 宇宙論的な制約を避けるために, Big Bang Nucleosynthesis (BBN) よりも前に崩壊するという以下の条件をつける:

$$T_{\mathrm{decay}} > T_{\mathrm{BBN}} \tag{4.19}$$

この条件から, スカラー三点結合のパラメータ $\mu$ に下限がつく．BBN の典型的なエネルギースケールは $T_{\mathrm{BBN}} \simeq 1\mathrm{MeV}$ であるため, スカラー三点結合のパラメータの制限は

$$8.4 \times 10^{-12} \frac{T_{\mathrm{BBN}}}{1\mathrm{MeV}} \sqrt{\frac{m_\eta}{\mathrm{GeV}}} < \frac{\mu}{\mathrm{GeV}} < 8.4 \times 10^{-9} \frac{T_{\mathrm{decay}}}{\mathrm{GeV}} \sqrt{\frac{m_\eta}{\mathrm{GeV}}} \tag{4.20}$$

## 4.4　Asymmetric Mediator の条件

今回の模型で重要なことは, 媒介粒子 $\eta$ が非対称 $n_{\Delta\eta}$ を保ちつつ、DM である $\sigma$ に崩壊することである．そのため, DM が生成される前に非対称 $n_{\Delta\eta}$ を変化させる相互作用が起きないことがこの模型に課せられる条件である．$n_{\Delta_\eta}$ が変化する相互作用は式 (3.1) の $\lambda_8$ の項による $\eta\eta \to HH$ である．この相互作用が起きないためには

$$(\sigma v_{\mathrm{rel}})_{\eta\eta\to HH}\, n_{\eta^0} < H(T) \tag{4.21}$$

という条件を満たす必要がある．このとき, 媒介粒子は相対論的な粒子として近似すると, この相互作用の散乱断面積は

$$(\sigma v_{\mathrm{rel}})_{\eta\eta\to HH} = (\sigma v_{\mathrm{rel}})_{\eta^\dagger\eta^\dagger\to H^\dagger H^\dagger} = \frac{3\lambda_8^2}{128\pi T^2} \ . \tag{4.22}$$

となる．これより, 結合定数 $\lambda_8$ のパラメータの制限は

$$\lambda_8 < 3.9\times 10^{-8}\sqrt{\frac{T}{\mathrm{GeV}}} \ . \tag{4.23}$$

となる．この式は相対論的領域でのみ使える式であるため, 最も強い制限を与えるのは $T = m_\eta$ のときである．本論文では模型の正当性をみるために, 大まかな近似で評価しているため, 強い制限を与えておくことは, 不自然ではない．また, $\lambda_8$ は式 (3.9) からわかるようにニュートリノの質量生成に関わるパラメータである．上で与えた制限は $\lambda_8$ を十分に小さくとれば解決できるが, それではニュートリノの質量を生成できなくなる．そのため, 式 (4.23) の制限を満たしつつ, 十分にニュートリノの質量を生成し, バリオン数を生成できるかを確かめる必要がある．

# 第 5 章

# 結果

前章では, 右巻きニュートリノ $N_1$ の崩壊からレプトン数 $n_{\Delta L}$ と 中間粒子数 $n_{\Delta\eta}$ が生成され, 中間粒子 $\eta$ の対消滅をへて暗黒物質 $\sigma$ が生成されることで, 中間粒子数 $n_{\Delta\eta}$ ひいてはレプトン数 $n_{\Delta L}$ と暗黒物質数 $n_\sigma$ が関連付けられることをみた. この節では, 観測されたバリオン数と暗黒物質数の関係を拡張した Scotogenic Model が実現するパラメーター領域について説明する.

## 5.1 バリオン数の検証

$\eta_B$ は式 (4.12) で求めることができる. 簡単のためいくつかのパラメータを固定する. 最も軽い左巻きニュートリノの質量を $m_1 = 10^{-10}$[eV], 中間粒子 $\eta$ と最も軽い右巻きニュートリノの質量比を $\eta_1 = m_\eta^2/M_1^2 = 10^{-6}$, 右巻きニュートリノの世代間の質量比をそれぞれ $M_2/M_1 = M_3/M_2 = 1.5$, $\lambda_8 = 2 \times 10^{-9}\sqrt{m_\eta/\mathrm{GeV}}$, そしてマヨラナ CP 位相はゼロとする. また, 左巻きニュートリノの混合角, 質量二乗差, ディラック CP 位相は 3.3 にある Particle Date Group (PDG) の best-fit value を用いる [4]. 湯川行列は式 3.18 にあるように, $\tilde{m} = R^\dagger \mathcal{D}_\nu R$ で書ける. したがって、今回の数値計算で動かすパラメータは複素直行行列 $R$ と 最も軽い右巻きニュートリノの質量 $M_1$ である. 複素直行行列 $R$ は 回転行列の積 $R = R_{12}R_{13}R_{23}$ としてそれぞれの回転行列のパラメータを $10^{-10} < \mathrm{Abs}[\omega_i] < 1$ 、$-\pi < \mathrm{Arg}[\omega_i] < \pi$ $(i = 1, 2, 3)$ の範囲で動かす.

上記の設定のもと式 (4.12) を用いて $\eta_B$ を計算した結果が図 5.1 である. 縦軸が $\eta_B$ であり, 横軸が $M_1$ である. ただし, 上記の設定に加えて湯川行列の成分が $|h_{\alpha i}| < 1$ であること, さらに decay parameter $K_1$ を $K_1 > 10$ として式 (4.11) の近似式が使える strong washout の領域であることを条件としている. 青い散布図が計算結果を表しており、黒い点線が観測値である ${\eta_B}^{\mathrm{obs}} = 6.1 \times 10^{-10}$ である. 灰色の領域は, 媒介粒子 $\eta$ の質量 $m_\eta$ が $m_\eta < 1\mathrm{TeV}$ である領域であり, 加速器実験の制限から逃れるために本研究では棄却する領域である. また茶色の領域は式 (4.23) の制限を満たさない領域である.

図 5.1 で示す通り、最も軽い右巻きニュートリノの質量 $M_1$ の非常に広い範囲で観測されるバリオン数を生成できる。図 5.1 の散布図の上端, すなわち $\eta_B$ の上限は、ニュートリノの質量生成により制限されている, 式 (3.9) から $M_1$ を固定すると軽いニュートリノの質量を生成するためには湯川行列の成分も小さくなくてはならないため, 大きすぎる湯川行列の成分は棄却される. したがって, $\eta_B$ の値も湯川行列により制限される. 図 5.1 の散布図の右端, すなわち $M_1$ の上限は湯川行列の制限 $|h_{\alpha i}| < 1$ によるものである. 式 (3.9) から左巻きニュートリノの質量は $m_\eta/M_1 = 10^{-3}$ では

$$\mathcal{M}_\nu \simeq 0.05\,\mathrm{eV}\left(\frac{\lambda_8}{10^{-7}}\right)\left(\frac{h_{\alpha i}h_{\beta i}}{1}\right)\left(\frac{5\times 10^6\mathrm{GeV}}{M_1}\right) \tag{5.1}$$

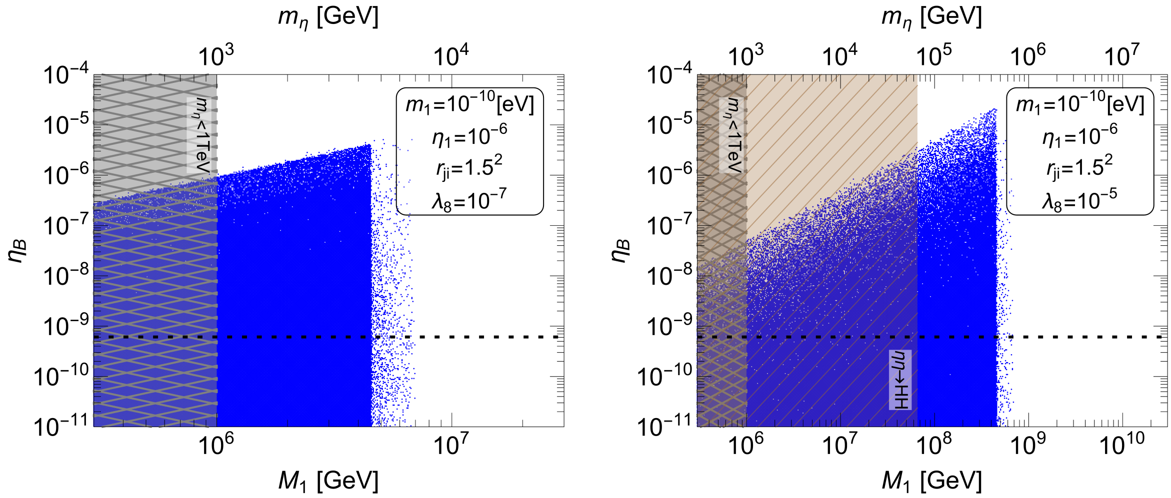



図 5.1　バリオン数密度と光子数密度の比を右巻きニュートリノの関数としてプロットした. すべての点が湯川行列の制限を回避しており, また (4.11) の近似式が使える $K_1 > 10$ を満たしている. 黒い点線は観測値 ${\eta_B}^{\rm obs} = 6.1 \times 10^{-10}$ を表している. 灰色の領域は, 媒介粒子 $\eta$ の質量 $m_\eta$ が $m_\eta < 1$TeV である領域であり, 加速器実験の制限から逃れるために本研究では棄却する領域である. また茶色の領域は式 (4.23) の制限を満たさない領域である.

となる. したがって, $\lambda_8 = 10^{-10}$ のとき, 湯川行列の制限 $|h_{\alpha i}| < 1$ であるため, 右巻きニュートリノの質量 $M_1$ が $M_1 > 5 \times 10^6$GeV となると, 軽い左巻きニュートリノの質量を生成できなくなってしまうので、$M_1$ に上限がつく.

## 5.2　媒介粒子数と暗黒物質数の検証

図 5.2 に $\eta$ の対消滅後の残存量を計算した結果を示す. 縦軸が対消滅後の $\eta$ の残存量であり, 横軸が $\eta$ の質量である. 黒い点線が観測されるバリオン数 ${Y_B}^{\rm obs} = 8.66 \times 10^{-11}$ を表し, 青い線が計算結果を表している. 図 5.2 から, 媒介粒子 $\eta$ は十分に対消滅することが分かり, $m_\eta < 10^5$GeV であれば $Y_{\eta,\infty} < {Y_B}^{\rm obs}$ を満たすことがわかる. また, 中間粒子 $\eta$ の質量が電弱スケールよりも大きいとき, すなわち $m_\eta \gg 10^2$GeV であるとき, 加速器実験の制限から逃れることができる. 式 (4.14) から, 対消滅が終わる温度 $T_{\rm f}$ はおよそ $T_{\rm f} \sim m_\eta/22$ となる. これより, スカラー三点結合のパラメータ領域は

$$8.4 \times 10^{-12} \sqrt{\frac{m_\eta}{\rm GeV}} < \frac{\mu}{\rm GeV} < 3.8 \times 10^{-10} \left(\frac{T_{\rm decay}}{m_\eta/22}\right) \left(\frac{m_\eta}{\rm GeV}\right)^{\frac{3}{2}} . \qquad (5.2)$$

となる。

以上のことから, 本研究で扱う模型でバリオンと DM の数密度が対応する, すなわち $Y_B \sim Y_L \simeq Y_{\Delta\eta} \simeq Y_{\rm DM}$ であるためには媒介粒子の質量が TeV スケール ($1\,{\rm TeV} \lesssim m_\eta \lesssim 10^2\,{\rm TeV}$) であり, スカラー四点結合 $\lambda_8$ とスカラー三点結合 $\mu$ がそれぞれ $\lambda_8 \lesssim 10^{-8}\sqrt{m_\eta/{\rm GeV}}$, $10^{-11}\,{\rm GeV}\sqrt{m_\eta/{\rm GeV}} \lesssim \mu \lesssim 10^{-10}\,{\rm GeV}(m_\eta/{\rm GeV})^{3/2}$ である必要がある. この領域内のパラメータであれば, 本研究で扱う模型のシナリオが実現する.

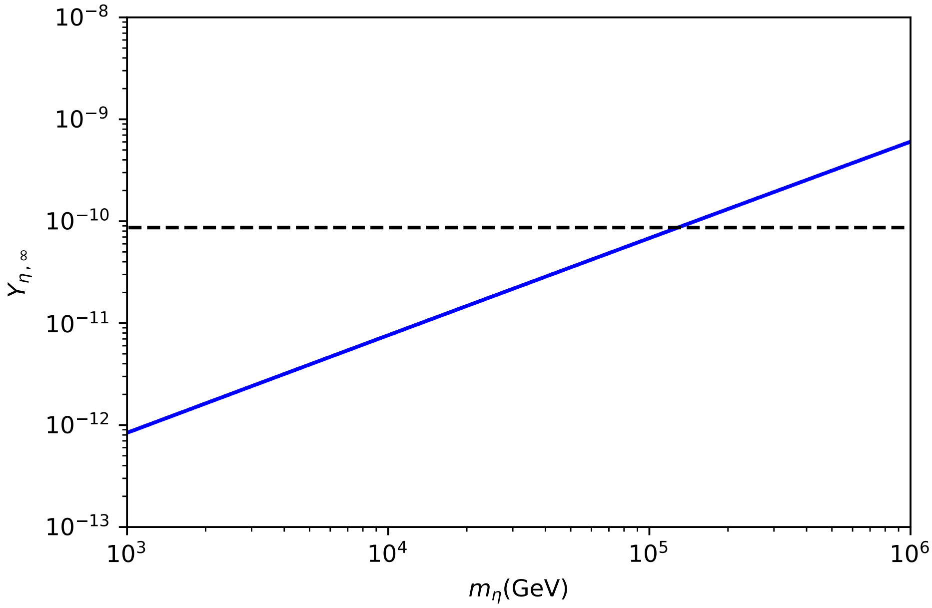



図 5.2　対消滅過程が freeze-out したあとの $\eta$ の残存量 $Y_{\eta,\infty}$ を媒介粒子の質量の関数としてプロットした図. 黒い点線は観測されるバリオン数 $Y_B{}^{\rm obs} = 8.66 \times 10^{-11}$ を表す.

# 第 6 章

# まとめと今後の展望

本論文では, Scotogenic Model に新たに DM の役割を果たす $Z_2$ 奇な一重項実スカラー場を加えた拡張模型を考え, ADM のシナリオを基に, ニュートリノの質量, DM の存在, 宇宙のバリオン非対称性, バリオンと DM の残存量の関係, という四つの物理を同時に説明することができるかを議論した．本研究で扱う模型では, 右巻きニュートリノ $N_1$ の崩壊により, 媒介粒子 $\eta$ とレプトン $L$ が生成される．このとき, CP の破れにより, 媒介粒子の非対称 $n_{\Delta\eta}$ とレプトンの非対称 $n_{\Delta L}$ が同時に生成される．その後, 媒介粒子は対消滅過程で非対称 $n_{\Delta\eta}$ を変化させずに粒子数・反粒子数が減少することで, $n_\eta \ll n_{\eta^\dagger} \approx n_{\Delta\eta}$ となり, レプトンの非対称 $n_{\Delta L}$ と媒介粒子の数密度 $n_{\eta^\dagger}$ が対応する．残存する媒介粒子の崩壊により DM が生成されることで, レプトンの非対称と DM の数密度を関連付けることができる．このようなシナリオを考えることで, バリオンと DM の残存量の関係を説明しようと試みた.

このシナリオで重要なことは, 媒介粒子の非対称 $n_{\Delta\eta}$ を保ちつつ 媒介粒子が対消滅して, その残存粒子が DM へと転換されることである．媒介粒子の非対称が DM の数密度とレプトン数の非対称とを関連付ける役割を担っている．媒介粒子の非対称を保つためには $\eta\eta \to HH$ の相互作用が起きないことが条件となる．この相互作用はニュートリノの質量生成に関わるパラメータ $\lambda_8$ によって支配されている．そのため, $\lambda_8$ を小さくしてしまうと十分にニュートリノの質量を生成できなくなってしまうという問題がある．その問題を回避しつつ, ニュートリノの質量を生成して, 十分なバリオン数を生成できるかどうかを確かめた．相互作用の条件から, $\lambda_8$ には $\lambda_8 < 2.80 \times 10^{-8} \times \sqrt{m_\eta/\mathrm{GeV}}$ という制限がつく．この条件のもとで生成されるバリオン数を計算すると $10^2\mathrm{GeV} < m_\eta < 10^4\mathrm{GeV}$ であれば観測値 $\eta_B \simeq 6.1 \times 10^{-10}$ を満たすパラメータが存在することが分かった.

次にバリオンと DM の数密度を対応させるために, $Y_{\Delta B}$ と対消滅後の媒介粒子の残存量 $Y_{\eta,\infty}$ とを比較した．これは, 媒介粒子が対消滅過程で十分に粒子数・反粒子数を減少するという条件である．その結果、$m_\eta < 10^5\mathrm{GeV}$ であればこの条件を満たすことが分かった。以上より、媒介粒子の質量が $1\mathrm{TeV} \simeq m_\eta \simeq 10^2\mathrm{TeV}$ 程度であれば本研究の目的を果たす模型になると結論付けた．仮に $\eta$ の質量がこの程度だとすると将来的に加速器実験で観測されることが期待される。

最後に, DM と媒介粒子の探索について議論する．DM と媒介粒子とヒッグス粒子をつなぐスカラー三点結合は結論の通りかなり小さいため, DM と SM 粒子の相互作用を探る直接検出探索や加速器探索はかなり厳しい．そこで, 媒介粒子の荷電成分 $\eta^\pm$ の崩壊を加速器実験で探索することが望ましいと考えられる．図 6.1 のように, 媒介粒子の荷電成分の主な崩壊は $\eta^\pm \to W^\pm\sigma$ であると考えられる．この崩壊過程

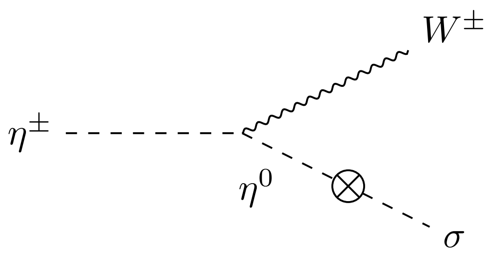



図 6.1　媒介粒子の荷電成分のファインマンダイアグラム．媒介粒子の中性成分は 電弱対称性が破れた後 DM と混合する．

の崩壊幅は

$$\Gamma_{\eta^\pm} \simeq \frac{{g_2}^2}{32\pi}\left(\frac{\mu v}{m_\eta^2}\right)^2 \frac{m_\eta^3}{m_W^2}\ . \tag{6.1}$$

である．ここで, $\left(\frac{\mu v}{m_\eta^2}\right)^2$ は $\eta^0$ と $\sigma$ の質量混合からくるものである．これより, 媒介粒子の荷電成分の寿命は

$$\tau \sim 2.0 \times 10^{-3}\ \mathrm{s}\ \left(\frac{10^{-8}\,\mathrm{GeV}}{\mu}\right)^2 \left(\frac{m_\eta}{10^4\,\mathrm{GeV}}\right)\left(\frac{m_W}{80\,\mathrm{GeV}}\right)^2 \tag{6.2}$$

と見積もることができる．長寿命な荷電粒子が加速器の検出器内を走り, 衝突点から遠く離れた場所で $\sigma$ のエネルギー損失として観測されることが期待される．

今回の論文では概算で目的を果たすパラメータ領域を探し出すにとどまった．今後の課題としては, より正確にボルツマン方程式を解くことでさらに詳細なパラメータ領域を導き出すことである．また, 媒介粒子の荷電成分 $\eta^+$ と中性成分 $\eta^0$ の質量差に応じて, 図 6.1 のような荷電成分 $\eta^+$ の崩壊の主な寄与が変わってくることが期待される．そのため, それに応じて加速器実験での観測結果が変わるはずである．さらに詳細に加速器実験での観測可能性を議論する必要がある．

# 付録 A

# Cogenesis の条件の計算

## A.1　$\eta\eta \to HH$ から $\lambda_8$ の制限を求める

### 不変振幅

$\eta\eta \to HH$ から $\lambda_8$ の相互作用が decouple しているという条件から $\lambda_8$ の制限を求める．同一粒子が始・終状態にあるときは wick の定理から同じ状態が含まれることを考慮するとファインマンダイアグラムは図 A.1 のようになる．$\lambda_8$ を結合定数にもつ相互作用は以下である:

$$\begin{aligned}&\frac{\lambda_8}{2}\left[\left(H^\dagger\eta\right)^2+\left(\eta^\dagger H\right)^2\right]\\&=\frac{\lambda_8}{2}\left[\left(h^-\eta^+\right)^2+2(h^-\eta^+)(h^{0*}\eta^0)+\left(h^{0*}\eta^0\right)^2+\left(\eta^-h^+\right)^2+2(\eta^-h^+)(\eta^{0*}h^0)+\left(\eta^{0*}h^0\right)^2\right]\end{aligned}\tag{A.1}$$

図 A.1 より不変振幅は 同一粒子が終状態にあるときは運動量空間での積分に区別がつかないことを考慮すること, そして $\eta$ が $\mathrm{SU}(2)_L$ 二重項であることから二重項 $(\eta=(\eta^+,\eta^0)^T)$ の自由度 2 の平均をとることに注意すると

$$\begin{aligned}\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\sum\left|\mathcal{M}_{fi}\right|^2=&\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\left\{\left[\frac{1}{2!}\cdot\left|\mathcal{M}_{\eta^+\eta^+\to h^+h^+}\right|^2+\left|\mathcal{M}_{\eta^+\eta^0\to h^+h^0}\right|^2\right]_{\eta^+\text{ に注目}}\right.\\&\left.+\left[\frac{1}{2!}\cdot\left|\mathcal{M}_{\eta^0\eta^0\to h^0h^0}\right|^2+\left|\mathcal{M}_{\eta^0\eta^+\to h^0h^+}\right|^2\right]_{\eta^0\text{ に注目}}\right\}\\=&\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\left\{\frac{1}{2}\cdot|2\lambda_8|^2+|\lambda_8|^2+\frac{1}{2}\cdot|2\lambda_8|^2+|\lambda_8|^2\right\}\\=&\frac{3}{2}{\lambda_8}^2\end{aligned}\tag{A.2}$$

となる．

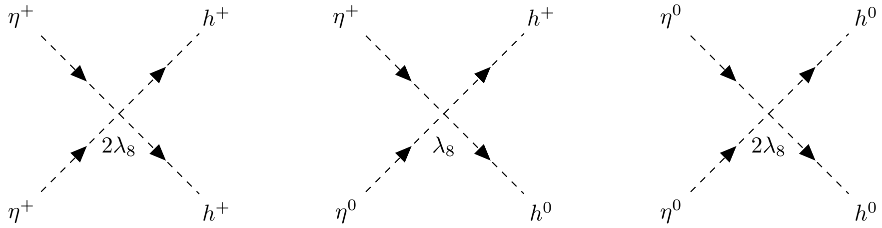



図 A.1　$\eta\eta \to HH$ で asymmetry を変える相互作用の diagram

## 散乱断面積

散乱断面積を 2 体 → 2 体の重心系で求める．散乱断面積の一般式は重心系の場合 [55] より

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{|\boldsymbol{p_{f_1}}|}{64\pi^2 s|\boldsymbol{p_{i_1}}|}|\mathcal{M}_{fi}|^2 \tag{A.3}$$

$$s = (p^0_{i_1} + p^0_{i_2})^2 = (p^0_{f_1} + p^0_{f_2})^2 \tag{A.4}$$

$$|\boldsymbol{p_f}| = \sqrt{(p^0_1)^2 - {m_1}^2} \tag{A.5}$$

$$p^0_1 = \frac{(s + {m_1}^2 - {m_2}^2)}{2\sqrt{s}} \tag{A.6}$$

であり, $\eta$ が相対論的粒子であるとすると

$$|\boldsymbol{p_{f_1}}| = \sqrt{(p^0_{H_1})^2 - {m_{H_1}}^2} \simeq p^0_{H_1} = T \tag{A.7}$$

$$|\boldsymbol{p_{i_1}}| = \sqrt{(p^0_{\eta_1})^2 - {m_{\eta_1}}^2} \simeq p^0_{H_1} = T \tag{A.8}$$

$$s = (T + T)^2 = 4T^2 \tag{A.9}$$

であるから, $\eta\eta \to HH$ の微分散乱断面積は

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{\frac{3}{2}{\lambda_8}^2}{64\pi^2 \cdot 4T^2} \tag{A.10}$$

となり, 散乱断面積は

$$\sigma = \frac{\frac{3}{2}{\lambda_8}^2}{64\pi T^2} \tag{A.11}$$

となる．

## 反応率

$\eta$ が相対論的粒子であることから, 相対論的極限での数密度の式

$$n = \frac{\zeta(3)}{\pi^2} g T^3 \tag{A.12}$$

を用いると, 反応率は

$$\Gamma_{\eta\eta\to HH} = n < \sigma v > \tag{A.13}$$

$$= \frac{\zeta(3)}{\pi^2} g T^3 \cdot \frac{\frac{3}{2}{\lambda_8}^2}{64\pi T^2} \tag{A.14}$$

となる．ここで, $g$ は粒子の内部自由度であり, $\eta^+, \eta^0$ の片方に注目して計算するので内部自由度は $g = 1$ で計算する．

## $\lambda_8$ の条件

decouple 条件

$$\Gamma < H \tag{A.15}$$

$$H = \sqrt{\frac{8\pi^3 g_*}{90}} \frac{T^2}{m_{pl}} \tag{A.16}$$

から $\lambda_8$ の制限を求めると

$$\lambda_8{}^2 < \frac{64\pi^3}{\frac{3}{2}\zeta(3)} \cdot \frac{1}{g}\sqrt{\frac{8\pi^3 g_*}{90}}\frac{T}{m_{pl}} \, (\zeta(3) = 1.20206\cdots) \tag{A.17}$$

となり, 最終的には $M_1 > T > m_\eta$ の領域なので, 下限 $(T = m_\eta)$ をとると $\lambda_8$ の制限は

$$\lambda_8 < 3.9 \times 10^{-8} \times \sqrt{\frac{m_\eta}{[\mathrm{GeV}]}} \tag{A.18}$$

となる.

## A.2　$\eta$ の質量 $m_\eta$ に制限をつける

$M_1 > T > m_\eta$ では $\eta, \eta^\dagger$ が生成されて, このときは $n_\eta n_{\eta^\dagger} \gg n_\Delta$ となっている. このときはまだ粒子・反粒子が対消滅していないため, $n_\eta \simeq n_\eta^\dagger$ とみなすことができる. $m_\eta > T$ となると対消滅が始まり $\eta$ と $\eta^\dagger$ を同時に減少させることで $n_\eta^\dagger \sim n_{\Delta\eta}, n_\eta \sim 0$ とすることができる. この領域になると非対称性 $n_{\eta-\eta^\dagger}$ を無視できなくなる. ここで重要なのは $n_{L-\bar{L}} = n_{\eta-\eta^\dagger}$ を保つためには $\eta$ と $\eta^\dagger$ が同時に減少する必要があるということである. $\eta$ もしくは $\eta^\dagger$ だけ変化したりしてはいけないということである.

#### $\eta$ の対消滅を考える

考えられるダイアグラムは以下の 3 種類となる。今は $\mathrm{SU}(2)_L$ 対称性があるため、Ward-Takahasi ID より寄与するのは右端のダイアグラムのみとなる。この計算での $\eta$ の相互作用は (1)$\eta^+\,\eta^-$ (2)$\eta^+\,\eta^{0*}$ (3)$\eta^0\,\eta^-$ (4)$\eta^0\,\eta^{0*}$ の 4 種類がある。(1)(4) が粒子・反粒子の相互作用であり、(2)(3) は粒子・反粒子の相互作用ではないが、$\mathrm{SU}(2)_L$ 対称性のため 2 重項 $\eta^T = (\eta^+, \eta^0)^T$ の間に区別はないものとして扱う。

#### $\eta$ とゲージ場の相互作用

$\eta$ とゲージ場の相互作用は以下の相互作用項から出てくる。

$$\begin{aligned}
&(D_\mu\eta)^\dagger(D^\mu\eta)\\
&= (\partial_\mu\eta)^\dagger(\partial^\mu\eta)\\
&+ (\partial_\mu\eta)^\dagger\left[ig_2 W^{\mu a}\frac{\sigma^a}{2} + ig_1\frac{B^\mu}{2}\right]\eta\\
&+ \eta^\dagger\left[-ig_2 W_\mu{}^a\frac{\sigma^a}{2} - ig_1\frac{B_\mu}{2}\right](\partial^\mu\eta)\\
&+ \eta^\dagger\left[(\frac{g_2}{2})^2 W_\mu{}^a W^{\mu a} + (\frac{g_1}{2})^2 B_\mu B^\mu + \frac{g_1 g_2}{2}W_\mu{}^a\sigma^a B^\mu + i(\frac{g_2}{2})^2 W_\mu{}^a W^{\mu b}\epsilon^{abc}\sigma^c\right]\eta
\end{aligned} \tag{A.19}$$

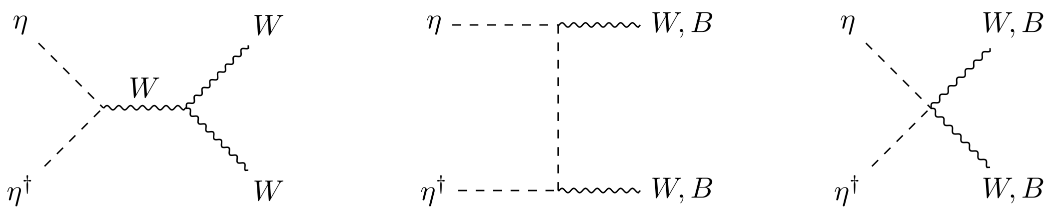
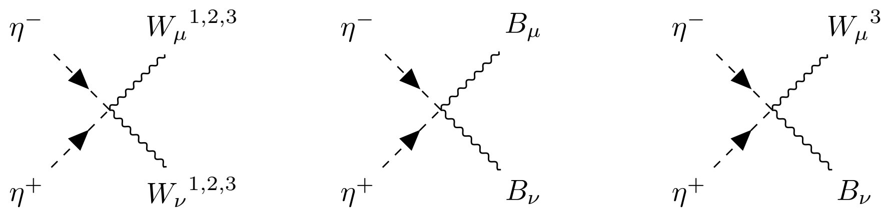



図 A.2　$\eta$ の対消滅

ただし, 4 項目は $a,b$ に対して対称 $({W_\mu}^a W^{\mu b})$ と非対称 $(\epsilon^{abc})$ の積なので消えることに注意する．この相互作用項から図 A.2 の右端のダイアグラムを計算する。各々の粒子に対するファインマン則を図 A.3,A.4 に示す.

- $i=j=1$ **のとき**




(1) $2i(\frac{g_2}{2})^2 g^{\mu\nu}$　(2) $2i(\frac{g_1}{2})^2 g^{\mu\nu}$　(3) $i\frac{g_1 g_2}{2}(\sigma^3)_{11} g^{\mu\nu}$

図 A.3　$\eta^+$ と $\eta^-$ の対消滅のダイアグラム

図 A.3(1) の不変断面積は ${W_\mu}^{1,2,3}$ の運動量を $q$、${W_\nu}^{1,2,3}$ の運動量を $q'$ として

$$i\mathcal{M}_1 = 2i\left(\frac{g_2}{2}\right)^2 g^{\mu\nu}\epsilon^1_\mu(q)^*\epsilon^1_\nu(q')^* \tag{A.20}$$

となり, その 2 乗は偏極の和をとり

$$\sum_\epsilon |\mathcal{M}_1|^2 = 4\left(\frac{g_2}{2}\right)^4 \sum_\epsilon \epsilon^1_\mu(q)^* {\epsilon^1}^\mu(q')^* \epsilon^1_\nu(q){\epsilon^1}^\nu(q') \tag{A.21}$$

となる．今の場合, ゲージ対称性が保たれている領域 $(m_\eta > T > T_{EWTF})$ なので $W^\mu$ は質量をもたない．そのため横波成分のみをもち

$$\sum_\epsilon \epsilon^1_\mu(q)^* {\epsilon^1}^\mu(q')^* \epsilon^1_\nu(q){\epsilon^1}^\nu(q') = 2 \tag{A.22}$$

となる．微分散乱断面積は 2 体の重心系で対称因子を考慮すると

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{2!}\cdot\frac{|\boldsymbol{p_{f_1}}|}{64\pi^2 s|\boldsymbol{p_{i_1}}|}|\mathcal{M}_{fi}|^2 \tag{A.23}$$

$$= \frac{1}{2}\cdot\frac{E}{64\pi^2(2E)^2|\boldsymbol{p}|}\cdot 4\left(\frac{g_2}{2}\right)^4\cdot 2 \tag{A.24}$$

となり,$W_\mu$ が 3 種類あるため, 断面積は 3 倍されて

$$\sigma_{\eta^+\eta^-\to {W_\mu}^{1,2,3} W^{\mu\,1,2,3}} = 3\cdot\frac{4}{64\pi E|\boldsymbol{p}|}\cdot\left(\frac{g_2}{2}\right)^4 \tag{A.25}$$

となる．図 A.3(2), (3) の断面積も同様の計算をすると

$$\sigma_{\eta^+\eta^-\to B_\mu B^\mu} = \frac{4}{64\pi E|\boldsymbol{p}|}\cdot\left(\frac{g_1}{2}\right)^4 \tag{A.26}$$

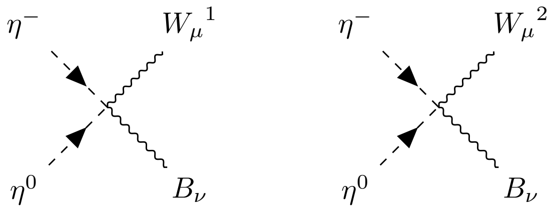
$$\sigma_{\eta^+\eta^-\to {W_\mu}^3 B^\mu} = \frac{2}{64\pi E|\boldsymbol{p}|}\cdot\left(\frac{g_1 g_2}{2}\right)^2 \tag{A.27}$$

となる．したがって $\eta^+\eta^-$ の対消滅でゲージボソン $G$ を生成する過程の断面積は

$$\sigma_{\eta^+\eta^-\to GG} = \frac{3\cdot(g_2)^4 + (g_1)^4 + 2\cdot(g_1 g_2)^2}{256\pi E|\boldsymbol{p}|} \tag{A.28}$$

となる．

- $i = 1, j = 2$ **のとき**




(1) $i\frac{g_1 g_2}{2}(\sigma^1)_{12} g^{\mu\nu}$　　(2) $i\frac{g_1 g_2}{2}(\sigma^2)_{12} g^{\mu\nu}$

図 A.4　$\eta^0$ と $\eta^-$ の対消滅のダイアグラム

図 A.4(1), (2) の断面積も図 A.3 同様の計算をすると

$$\sigma_{\eta^0\eta^-\to {W_\mu}^1 B^\mu} = \frac{2}{64\pi E|\boldsymbol{p}|}\cdot\left(\frac{g_1 g_2}{2}\right)^2 \tag{A.29}$$

$$\sigma_{\eta^0\eta^-\to {W_\mu}^2 B^\mu} = \frac{2}{64\pi E|\boldsymbol{p}|}\cdot\left(\frac{g_1 g_2}{2}\right)^2 \tag{A.30}$$

となる．したがって $\eta^0\eta^-$ の相互作用でゲージボソン $G$ を生成する過程の断面積は

$$\sigma_{\eta^0\eta^-\to GG} = \frac{4\cdot(g_1 g_2)^2}{256\pi E|\boldsymbol{p}|} \tag{A.31}$$

となる．

- $i = 2, j = 1$ **のとき**

このときの断面積は $i = 1, j = 2$ のときと同じであり

$$\sigma_{\eta^+\eta^{0*}\to GG} = \frac{4\cdot(g_1 g_2)^2}{256\pi E|\boldsymbol{p}|} \tag{A.32}$$

となる．

- $i = j = 2$ **のとき**

このときの断面積は $i = j = 1$ のときと同じであり

$$\sigma_{\eta^0\eta^{0*}\to GG} = \frac{3\cdot(g_2)^4 + (g_1)^4 + 2\cdot(g_1 g_2)^2}{256\pi E|\boldsymbol{p}|} \tag{A.33}$$

となる.

以上より、$\eta$ の対消滅によりゲージボソンが生成される断面積は $\eta^0$ に注目して和をとると

$$\sigma_{\eta\eta^\dagger \to GG} = \frac{3 \cdot (g_2)^4 + (g_1)^4 + 6 \cdot (g_1 g_2)^2}{256\pi E|\boldsymbol{p}|} \tag{A.34}$$

となる.

# 謝辞

本論文を作成するにあたり, 指導教官である佐藤丈教授にはゼミや研究の進め方など数多くのご指導を受け賜りました. 深く感謝申し上げます. また, 谷井義彰教授, 高西康敬氏, 梁正樹氏, 浅井健人氏, 山中真人氏にはゼミや授業で大変お世話になりました. 埼玉大学素粒子研究室の皆様には大変深く感謝いたします. 本当にありがとうございました. 最後にこれまで支えていただいた家族に感謝したいと思います.

2023 年 3 月 20 日 酒井裕平

# 参考文献


[1] F. Zwicky. Die Rotverschiebung von extragalaktischen Nebeln. *Helv. Phys. Acta*, Vol. 6, pp. 110–127, 1933.

[2] Vera C. Rubin and W. Kent Ford, Jr. Rotation of the Andromeda Nebula from a Spectroscopic Survey of Emission Regions. *Astrophys. J.*, Vol. 159, pp. 379–403, 1970.

[3] ESA and the Planck Collaboration. https://sci.esa.int/web/planck/-/51557-planck-new-cosmic-recipe.

[4] P.A. Zyla, et al. Review of Particle Physics. *PTEP*, Vol. 2020, No. 8, p. 083C01, 2020.

[5] Nicolò Trevisani. Collider Searches for Dark Matter (ATLAS + CMS). *Universe*, Vol. 4, No. 11, p. 131, 2018.

[6] Stefano Giagu. WIMP Dark Matter Searches With the ATLAS Detector at the LHC. *Front. in Phys.*, Vol. 7, p. 75, 2019.

[7] David Vannerom. Dark Matter searches with CMS. *PoS*, Vol. DIS2019, p. 111, 2019.

[8] E. Aprile, et al. Dark Matter Search Results from a One Ton-Year Exposure of XENON1T. *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 121, No. 11, p. 111302, 2018.

[9] E. Aprile, et al. Search for Light Dark Matter Interactions Enhanced by the Migdal Effect or Bremsstrahlung in XENON1T. *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 123, No. 24, p. 241803, 2019.

[10] E. Aprile, et al. Light Dark Matter Search with Ionization Signals in XENON1T. *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 123, No. 25, p. 251801, 2019.

[11] E. Aprile, et al. Constraining the spin-dependent WIMP-nucleon cross sections with XENON1T. *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 122, No. 14, p. 141301, 2019.

[12] D. S. Akerib, et al. Results from a search for dark matter in the complete LUX exposure. *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 118, No. 2, p. 021303, 2017.

[13] D. S. Akerib, et al. Results of a Search for Sub-GeV Dark Matter Using 2013 LUX Data. *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 122, No. 13, p. 131301, 2019.

[14] D. S. Akerib, et al. Limits on spin-dependent WIMP-nucleon cross section obtained from the complete LUX exposure. *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 118, No. 25, p. 251302, 2017.

[15] M. Ackermann, et al. Searching for Dark Matter Annihilation from Milky Way Dwarf Spheroidal Galaxies with Six Years of Fermi Large Area Telescope Data. *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 115, No. 23, p. 231301, 2015.

[16] H. Abdalla, et al. Search for Dark Matter Annihilation Signals in the H.E.S.S. Inner Galaxy Survey. *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 129, No. 11, p. 111101, 2022.

[17] S. Desai, et al. Search for dark matter WIMPs using upward through-going muons in Super-

Kamiokande. *Phys. Rev. D*, Vol. 70, p. 083523, 2004. [Erratum: Phys.Rev.D 70, 109901 (2004)].

[18] K. Choi, et al. Search for neutrinos from annihilation of captured low-mass dark matter particles in the Sun by Super-Kamiokande. *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 114, No. 14, p. 141301, 2015.

[19] M. G. Aartsen, et al. Search for dark matter annihilations in the Sun with the 79-string IceCube detector. *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 110, No. 13, p. 131302, 2013.

[20] M. Fukugita and T. Yanagida. Baryogenesis Without Grand Unification. *Phys. Lett. B*, Vol. 174, pp. 45–47, 1986.

[21] Frans R. Klinkhamer and N. S. Manton. A Saddle Point Solution in the Weinberg-Salam Theory. *Phys. Rev. D*, Vol. 30, p. 2212, 1984.

[22] V. A. Kuzmin, V. A. Rubakov, and M. E. Shaposhnikov. On the Anomalous Electroweak Baryon Number Nonconservation in the Early Universe. *Phys. Lett. B*, Vol. 155, p. 36, 1985.

[23] Y. Fukuda, et al. Evidence for oscillation of atmospheric neutrinos. *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 81, pp. 1562–1567, 1998.

[24] Tsutomu Yanagida. Horizontal gauge symmetry and masses of neutrinos. *Conf. Proc. C*, Vol. 7902131, pp. 95–99, 1979.

[25] Peter Minkowski. $\mu \to e\gamma$ at a Rate of One Out of $10^9$ Muon Decays? *Phys. Lett. B*, Vol. 67, pp. 421–428, 1977.

[26] Murray Gell-Mann, Pierre Ramond, and Richard Slansky. Complex spinors and unified theories. Technical report, 2013.

[27] Rabindra N. Mohapatra and Goran Senjanovic. Neutrino Mass and Spontaneous Parity Nonconservation. *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 44, p. 912, 1980.

[28] Ernest Ma. Verifiable radiative seesaw mechanism of neutrino mass and dark matter. *Phys. Rev. D*, Vol. 73, p. 077301, 2006.

[29] Thomas Hugle, Moritz Platscher, and Kai Schmitz. Low-Scale Leptogenesis in the Scotogenic Neutrino Mass Model. *Phys. Rev. D*, Vol. 98, No. 2, p. 023020, 2018.

[30] I. Goldman and S. Nussinov. Weakly Interacting Massive Particles and Neutron Stars. *Phys. Rev. D*, Vol. 40, pp. 3221–3230, 1989.

[31] Andrew Gould, Bruce T. Draine, Roger W. Romani, and Shmuel Nussinov. Neutron Stars: Graveyard of Charged Dark Matter. *Phys. Lett. B*, Vol. 238, pp. 337–343, 1990.

[32] Chris Kouvaris. WIMP Annihilation and Cooling of Neutron Stars. *Phys. Rev. D*, Vol. 77, p. 023006, 2008.

[33] Chris Kouvaris and Peter Tinyakov. Can Neutron stars constrain Dark Matter? *Phys. Rev. D*, Vol. 82, p. 063531, 2010.

[34] Arnaud de Lavallaz and Malcolm Fairbairn. Neutron Stars as Dark Matter Probes. *Phys. Rev. D*, Vol. 81, p. 123521, 2010.

[35] Samuel D. McDermott, Hai-Bo Yu, and Kathryn M. Zurek. Constraints on Scalar Asymmetric Dark Matter from Black Hole Formation in Neutron Stars. *Phys. Rev. D*, Vol. 85, p. 023519, 2012.

[36] Chris Kouvaris and Peter Tinyakov. Excluding Light Asymmetric Bosonic Dark Matter. *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 107, p. 091301, 2011.

[37] Tolga Güver, Arif Emre Erkoca, Mary Hall Reno, and Ina Sarcevic. On the capture of dark

matter by neutron stars. *JCAP*, Vol. 05, p. 013, 2014.

[38] Nicole F. Bell, Andrew Melatos, and Kalliopi Petraki. Realistic neutron star constraints on bosonic asymmetric dark matter. *Phys. Rev. D*, Vol. 87, No. 12, p. 123507, 2013.

[39] Joseph Bramante, Keita Fukushima, and Jason Kumar. Constraints on bosonic dark matter from observation of old neutron stars. *Phys. Rev. D*, Vol. 87, No. 5, p. 055012, 2013.

[40] Joseph Bramante, Keita Fukushima, Jason Kumar, and Elan Stopnitzky. Bounds on self-interacting fermion dark matter from observations of old neutron stars. *Phys. Rev. D*, Vol. 89, No. 1, p. 015010, 2014.

[41] Chris Kouvaris and Peter Tinyakov. Growth of Black Holes in the interior of Rotating Neutron Stars. *Phys. Rev. D*, Vol. 90, No. 4, p. 043512, 2014.

[42] Joseph Bramante and Tim Linden. Detecting Dark Matter with Imploding Pulsars in the Galactic Center. *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 113, No. 19, p. 191301, 2014.

[43] Cosmin Ilie, Jacob Pilawa, and Saiyang Zhang. Comment on “Multiscatter stellar capture of dark matter”. *Phys. Rev. D*, Vol. 102, No. 4, p. 048301, 2020.

[44] Chris Kouvaris, Peter Tinyakov, and Michel H. G. Tytgat. NonPrimordial Solar Mass Black Holes. *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 121, No. 22, p. 221102, 2018.

[45] Moira I. Gresham and Kathryn M. Zurek. Asymmetric Dark Stars and Neutron Star Stability. *Phys. Rev. D*, Vol. 99, No. 8, p. 083008, 2019.

[46] Raghuveer Garani, Yoann Genolini, and Thomas Hambye. New Analysis of Neutron Star Constraints on Asymmetric Dark Matter. *JCAP*, Vol. 05, p. 035, 2019.

[47] Andrei Dmitrievich Sakharov. Vacuum quantum fluctuations in curved space and the theory of gravitation. In *Doklady Akademii Nauk*, Vol. 177, pp. 70–71. Russian Academy of Sciences, 1967.

[48] J. A. Casas and A. Ibarra. Oscillating neutrinos and $\mu \to e, \gamma$. *Nucl. Phys. B*, Vol. 618, pp. 171–204, 2001.

[49] B. Pontecorvo. Neutrino Experiments and the Problem of Conservation of Leptonic Charge. *Sov. Phys. JETP*, Vol. 26, pp. 984–988, 1968. [Zh. Eksp. Teor. Fiz.53,1717(1967)].

[50] B. Pontecorvo. Mesonium and anti-mesonium. *Sov. Phys. JETP*, Vol. 6, p. 429, 1957. [Zh. Eksp. Teor. Fiz.33,549(1957)].

[51] B. Pontecorvo. Inverse beta processes and nonconservation of lepton charge. *Sov. Phys. JETP*, Vol. 7, pp. 172–173, 1958. [Zh. Eksp. Teor. Fiz.34,247(1957)].

[52] Ziro Maki, Masami Nakagawa, and Shoichi Sakata. Remarks on the unified model of elementary particles. *Prog. Theor. Phys.*, Vol. 28, pp. 870–880, 1962.

[53] W. Buchmuller, P. Di Bari, and M. Plumacher. Leptogenesis for pedestrians. *Annals Phys.*, Vol. 315, pp. 305–351, 2005.

[54] Edward W. Kolb and Michael S. Turner. *The Early Universe*, Vol. 69. 1990.

[55] Michael E Peskin. *An introduction to quantum field theory*. CRC press, 2018.