

CMSSM+RH-neutrino modelにおける  
リチウム問題を解決しうるパラメータ  
領域の探索

平成29年度修了

物理機能系専攻

物理学コース

16MP107 久保 宗弘

# 目次

<b>1</b>	<b>導入</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>ビックバン元素合成理論 (BBN)</b>	<b>5</b>
2.1	He 存在量の観測	10
2.2	重水素 D 存在量の観測	10
2.3	${}^7\text{Li}$ の存在量の観測	10
2.4	リチウム問題	11
2.5	標準理論を超えた枠組みでのリチウム問題の解決法	14
2.5.1	CMSSM におけるリチウム問題の解決法	14
2.6	リチウム問題を解決できるスレプトンの寿命	17
2.7	リチウム問題とスレプトンの mixing	19
<b>3</b>	<b>Seesaw 機構と Flavored Leptogenesis</b>	<b>21</b>
3.1	Seesaw 機構	21
3.2	leptogenesis	22
3.3	Flavored Leptogenesis	25
<b>4</b>	<b>Parameter search</b>	<b>27</b>
4.1	計算に使用したプログラム	29
4.2	パラメータサーチの方法	29
4.3	$M_1$ の満たすべき領域	36
4.4	$\text{BR}(\mu \rightarrow e\gamma)$	41
4.5	その他の物理量について	42
4.5.1	$\mu$ 粒子の異常磁気モーメント	42
4.5.2	$\text{BR}(\mu \rightarrow e\gamma)$ 以外の LFV に関する分岐比	43
4.5.3	粒子の計算されたスペクトラム	44
<b>5</b>	<b>まとめ</b>	<b>45</b>
<b>A</b>	<b>現在までに発見できたパラメータセット</b>	<b>46</b>

# 1 導入

現在の宇宙を構成している物質は、ビッグバン後に形成された軽元素を由来としている。この軽元素の合成は、合成された軽元素が互いに影響しあいながら幾つものプロセスを通して行われる。このプロセスは、「ビッグバン元素合成理論」(BBN:Big Bang Nucleosynthesis)により説明される。この理論による軽元素の予言値は、現在の観測量と概ね精度よく一致しているが、予言される軽元素の存在量の内、リチウムの存在量のみに対し、観測量と予言値が一致しないということが知られている。具体的には、BBN から予想されるリチウムの存在量が、観測により得られた存在量よりも多くなっている。この問題を「リチウム問題」という。この問題を解決するためのアプローチには、様々なものがあるが決定的な解決策は現状存在しない。本論文では、この問題を解決するための理論的なアプローチとして、超対称性を導入することにより現れる、未だ発見されていない「初期軽元素合成まで生き残る程度の長寿命を持つ粒子」が存在することで、BBN の理論における軽元素量に変更され、リチウム問題を解決するというを考える。この「長寿命粒子」が存在するためには、理論におけるフリーパラメータにある程度の制限が課される。

本研究では、超対称性の理論の中で最もフリーパラメータの少ない簡単なモデルである「CMSSM(Constrained Minimal Supersymmetric Standard Model)」に「右巻きニュートリノ 3 種 (three right-handed neutrinos)」を加えた model を考え、理論への制限について考える。この理論の枠組みでは、この「長寿命粒子」の候補としてスレプトン粒子が考えられる。スレプトンは荷電粒子であるため、原子核と束縛状態を形成した後、別の原子核へと変換する反応を起こす。(核種変換反応) この反応を通して、原子核の存在量に変更を加えることが可能となる。この反応が起こるためには、スレプトンが軽元素の元素合成の時代まで別の粒子に崩壊せずに生き残っていることが必要となる。しかし、生き残っているスレプトンの数が多すぎると、スレプトンにより原子核の存在量に変更され過ぎてしまい、理論値と観測値が一致しているようなりチウム以外の原子核の存在量が説明できなくなってしまう。その為、スレプトンの寿命はある範囲に制限されることになる。

現在の宇宙を観測と無矛盾に説明するためには、リチウム問題のみならず、様々な側面から考えなくてはならない。最低限満たされるべき条件として、本研究では、以下のような観測量を無矛盾に説明できるパラメータ領域が残っているかということを考える。

1. 宇宙初期の軽元素存在比。(リチウム問題の解決)
2. 観測されている暗黒物質の残存量。
3. ニュートリノ振動により観測される左巻きニュートリノ質量 2 乗の差。
4. 宇宙における生成されるレプトン数。

この理論の枠組みでは最も軽い超対称粒子としてニュートラリーノ (neutralino) を考える。したがって、このニュートラリーノが暗黒物質となる。前述のようにスレプトンはリチウム問題を解決するという範囲で長寿命であることが必要となる。その為にはスレプトンの崩壊先であるニュートラリーノとスレプトンの質量が十分近いということが必要となる。スレプトンを長寿命にするためにはパラメータがある範囲に制限されるが、その制限

されたパラメータで、暗黒物質の残存量を説明できない場合、CMSSMの理論では宇宙の物理をすべて記述できないということになる。

また、本研究では右巻きニュートリノを理論に含んでいるため、Seesaw機構により左巻きニュートリノの質量を説明することができる。右巻きニュートリノはマヨラナ粒子であるため、理論の中にCPの破れを由来とするレプトン数の生成が起こる。したがって、理論中のフリーパラメータを調整することで、ニュートリノ振動から決まっているニュートリノ質量の2乗差や宇宙における観測されたレプトン数を説明できなければならない。このような制限の中で、スレプトンがりチウム問題を解決することのできるような十分長い寿命を持つことができなければならない。

このようにそれぞれの観測的な制限は、互いに関連しあっているため、理論の枠組みの中ですべてを説明できるのかということは非常に重要なことである。もし、全ての条件を満たすことのできるパラメータ領域が見つければ、そこから現在未だ観測されていない近い将来実験により観測される物理量について、理論の枠組みから予言をすることができると考えられる。理論の予言力が高ければ、実験を通して、CMSSM理論の整合性を確認することができる。

## 2 ビックバン元素合成理論 (BBN)

ビックバン元素合成理論 (Big bang nucleosynthesis) は、重水素、 $^3\text{He}$ 、 $^4\text{He}$  や  $^7\text{Li}$  等の軽元素の生成を記述している理論である。これら軽元素の生成は、膨張宇宙という環境の下で、弱い相互作用と原子核の反応過程を通して起こる [1]。標準的な BBN では粒子の物理として、冷たいダークマター (cold dark matter) を含む宇宙論を標準理論に加えることを仮定する。その為、理論の枠組みとして以下を仮定している。

1. 重力は一般相対論を通して記述されること。
2. 宇宙は一様かつ等方的であるという宇宙原理が成り立つこと。
3. 粒子の物理過程は標準理論で記述されること。
4. 粒子に cold dark matter を含むこと。

この過程の下で、宇宙の膨張は次のようなフリードマン方程式 (Friedmann equations) により記述される。

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 \equiv H^2 = \frac{8\pi}{3}G\rho \quad (1)$$

ここで、 $a(t)$  は無次元の宇宙スケール因子、 $H$  は宇宙の膨張率を表すハッブル定数である。また、 $\rho$  は総エネルギー密度であり、各粒子を表す添え字を  $i$  とすると  $i$  について総和をとったエネルギー密度として定義される。

$$\rho = \sum_i \rho_i \quad (2)$$

エネルギー密度は、そのエネルギーを構成している粒子が「非相対論的」と「相対論的」のいずれかによりスケール因子  $a$  に対する振る舞いが異なる [2]。「非相対論的成分」とは、粒子の質量エネルギーが熱運動によるエネルギーよりも十分大きくなっているような成分である。「相対論的成分」とは、その逆であり粒子の熱運動によるエネルギーが質量エネルギーよりも十分大きくなっているような成分である。本論文では、この「非相対論的成分」を単に「物質成分」、「相対論的成分」を「放射成分」と書く。このエネルギー密度が、宇宙の時間を間接的に表す  $a$  に対してどのような依存性を持つかということが分かれば、宇宙の時代の中で、どの時間帯にどのエネルギー成分が優勢であったかということを知ることができる。

エネルギー密度の  $a$  依存性は、成分の状態方程式が決まることで確かめることができる。状態方程式とは、宇宙における成分のエネルギー密度  $\rho$  と圧力  $p$  の関係を表す方程式であり、定数  $w$  を用いて一般に次のように書くことができる。

$$p = w\rho \quad (3)$$

ここで定数  $w$  は厳密には時間依存性を持つが、宇宙においてある成分のみが優勢の場合、近似的に定数とおくことができる。この  $w$  の値が放射成分と物質成分において異なる。

物質成分の場合、理想気体を考え、単位体積中に  $n$  個の粒子があり、温度  $T$  の熱平衡状態となっている場合、その成分による圧力は、ボルツマン定数  $k_B$  を用いて、

$$p = nk_B T \quad (4)$$

と書ける。以後、ボルツマン定数は1とするような単位系を考える。一方、エネルギー密度はその成分の質量を  $m$  とすると、

$$\rho = nm \quad (5)$$

とできる。したがって、物質成分の状態方程式は、

$$p = \frac{T}{m}\rho \quad (6)$$

となる。物質成分の定義から、 $T \ll m$  であるので、

$$p = 0 \quad (7)$$

である。物質成分に対し、放射成分の状態方程式は統計力学から、

$$p = \frac{1}{3}\rho \quad (8)$$

と書ける。この状態方程式と一様等方宇宙におけるアインシュタイン方程式 (Einstein's equations) から導かれる圧力とエネルギー密度の保存則、

$$\dot{\rho} + 3\frac{\dot{a}}{a}(\rho + p) = 0 \quad (9)$$

を組み合わせることで、エネルギー密度の  $a$  依存性を調べることができる。物質成分では、 $\rho \propto a^{-3}$ 、放射成分では  $\rho \propto a^{-4}$  となる。放射成分と物質成分のエネルギー密度が等しくなる時刻を等密度時 (time of matter-radiation equality)  $a_{eq}$  とすると、2つの成分のエネルギー密度の  $a$  依存性から、 $a \ll a_{eq}$  の時、放射成分が宇宙の中で優勢であることが分かる。この時代のことを「放射優勢期」という。同様に  $a \gg a_{eq}$  となる時、物質優勢期という。

エネルギー密度の中で、最も大きな寄与を与える粒子は  $m \ll T$  ( $T$  は温度) となるような光子、ニュートリノ、反ニュートリノや  $T > m_e$  の時の相対論的な電子などの放射成分である。宇宙の物質は、 $m \gg T$  を持つような陽子、中性子や  $T < m_e$  の時の非相対論的な電子から構成される。それぞれの成分に分けたエネルギー密度を  $\rho_{rad}$ 、 $\rho_{matter}$  とすると、 $\rho_{rad} \gg \rho_{matter}$  であるため、式(1)からBBNが起こっている間、宇宙の膨張は放射成分からの寄与を圧倒的に強く受けることが分かる。

このような放射優勢期において宇宙が膨張し温度が下がるにつれ、どのようにBBNの反応が起こるかということについて述べる。元素合成では、核子である中性子と陽子がどのような比で存在するかということが重要である。2つの核子は、宇宙初期においては弱い相互作用、



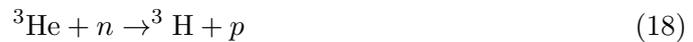
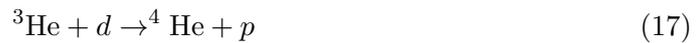
によって平衡状態に保たれている。宇宙の膨張が進み、温度が下がると時間の経過とともに粒子の相互作用は次第に遅くなっていく。相互作用の速さは、 $\Gamma_{p \leftrightarrow n}$  の逆数で決まる。宇宙年齢は、ハッブルパラメータの逆数により大体の値が評価できる。相互作用の速さが

遅くなり、反応を起こすための平均時間が宇宙年齢  $H^{-1}$  を上回り、反応が起こらなくなった状態を「反応が freeze out (凍結) した」と表現する。式 (10) と式 (11) の相互作用は、 $T \sim 1(\text{MeV})$  の時に凍結する。陽子と中性子の比は、この凍結時の比により固定される。式 (10) と (11) の相互作用による、中性子と陽子の平衡比は中性子と陽子の密度を  $n_n, n_p$  とすると次のように表される。

$$\frac{n_n}{n_p}(T) = e^{-(m_n - m_p)/T} \quad (12)$$

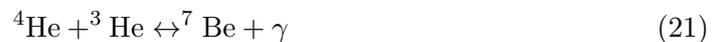
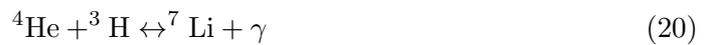
この比が、 $T \sim 1(\text{MeV})$  の時の値で固定される。その時の中性子-陽子比は、大体  $1/6$  と表される。 $p(n, \gamma)d$  という相互作用を通して、元素合成の核反応の出発点となる重水素が合成されるが、この時代に合成された重水素は、光子の持つエネルギーが重水素の光解離 (photodissociating) を起こすエネルギー  $B_d = 2.22(\text{MeV})$  よりも大きいため、合成された重水素は光子により分解されてしまうため、核反応の連鎖は起こらず、その先の元素合成は起こらない。

更に宇宙の膨張が進み、 $T \sim 0.07(\text{MeV})$  となると、光子が重水素の光解離を引き起こすのに有効でなくなるため、重水素の存在量が  $p(n, \gamma)d$  という相互作用を通して、急激に増加する。合成された重水素と結合していない陽子と中性子が強い相互作用を通して反応し、より質量数の大きい元素の合成の連鎖反応が始まる。



これにより、 ${}^3\text{H}$ 、 ${}^3\text{He}$ 、 ${}^4\text{He}$  が合成される。 ${}^4\text{He}$  は安定な原子核であるため、BBN により合成される存在量比は水素 H の次に多い。宇宙の物質はこの水素 H とヘリウム  ${}^4\text{He}$  によりそのほとんどが占められる。

更に次のような反応により、もう少し重い元素が合成される。





これにより、質量数7までの元素が合成される。式(13)～式(22)までの10の過程と式(10)(11)の弱い相互作用、重水素の合成過程  $p(n, \gamma)d$  をまとめると図1のようになる。

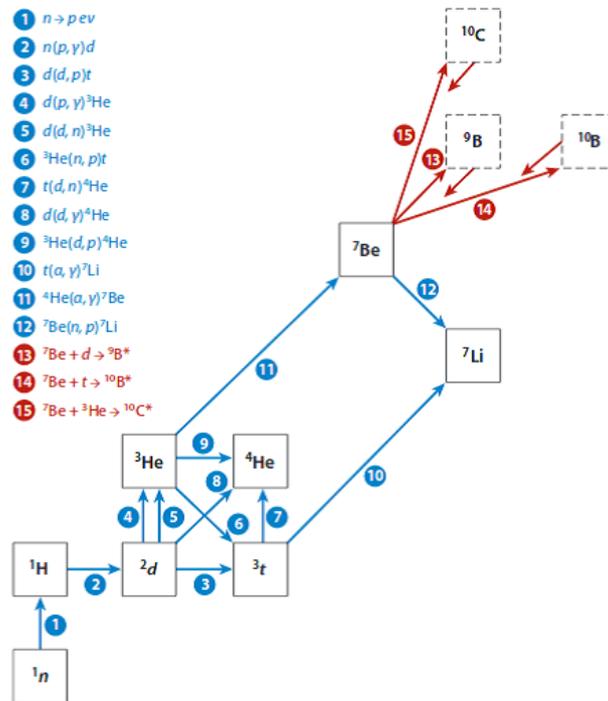


図 1: 標準的な BBN の過程と新しく提案された核反応の過程を表した図。青色で描かれた矢印は標準的な BBN の過程を、赤色の矢印は新しく提案された核反応の過程を描いている [1]。

これらの核反応により合成される元素の存在量はバリオン-光子比  $\eta \equiv n_b/n_\gamma$  ( $n_b, n_\gamma$  はそれぞれバリオンと光子の数密度) に依存する。標準的な BBN では、このバリオン-光子比が元素の存在量を変える唯一の自由なパラメータとなる。したがって、バリオン光子比が決まれば、BBN の理論により予言される元素の存在量比が決定できる。

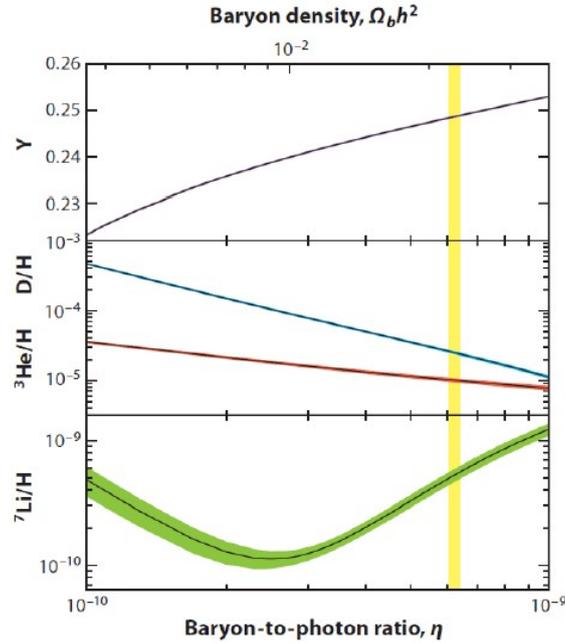


図 2: バリオン光子比と各元素の存在量比を表すグラフ。線が BBN から予想される元素の存在量比であり、縦の黄色の帯は WMAP から観測されたバリオン光子比の値を  $3\sigma$  で表している [3]。黄色の帯と線が重なった範囲が、BBN における元素存在比の予言値となる。縦軸 Y とは、 ${}^4\text{He}/\text{H}$  を表す。

バリオン光子比は、宇宙のバリオン密度  $\Omega_b h^2$  が観測されることで値が決まる。

$$\eta = 2.74 \times 10^{-8} \Omega_b h^2 \quad (23)$$

WMAP の宇宙背景放射の観測から [4]、宇宙におけるバリオン密度が次のように観測されている。

$$\Omega_b h^2 = 0.02258^{+0.00057}_{-0.00056} \quad (24)$$

このことから、バリオン光子比の値は次のようになる。

$$\eta = (6.19 \pm 0.15) \times 10^{-10} \quad (25)$$

したがって、BBN の理論と WMAP 観測から決められたバリオン光子比から元素の存在量を予言することができる。元素の存在量比とバリオン光子比についてまとめると図 2 のようになる。図 2 における線と黄色の帯が重なった範囲が BBN における元素存在比の予言値となる。

次に、BBN の予言値と比較するために、宇宙遠方の観測から得られた元素存在比について述べる。

## 2.1 He 存在量の観測

${}^4\text{He}$  は、金属欠乏銀河近くの銀河系外 H-II 領域からの放射により観測される。金属欠乏星から構成される銀河を対象とするのは、星の内部において行われる元素合成の影響を極力少なくするためである。BBN により合成された初期元素量を見るためには、このような金属欠乏星を対象に観測し、元素の中に含まれていた金属量を観測し、金属量が 0 になるような極限を取るという必要がある。H-II 領域には、星からの紫外線により電離したヘリウムと水素が含まれる。この電離したヘリウムと水素が電子と再結合することにより、特定波長の光が放射される。この放射された光を観測することにより、H-II 領域での  ${}^4\text{He}/\text{H}$  の値を推定することができる [5]。

$$Y_p = {}^4\text{He}/\text{H} = 0.249 \pm 0.009 \quad (26)$$

次に、 ${}^3\text{He}$  の観測について述べる。現在の観測では、 ${}^3\text{He}$  は銀河間にもみ存在していることが分かっているため、金属欠乏での観測ができない。 ${}^3\text{He}$  の存在量比を決定できないため、図 2 のように表される元素存在量比を  ${}^3\text{He}$  を通して検証はできない。

## 2.2 重水素 D 存在量の観測

重水素は、高赤方偏移の場所で直接観測することができる。重水素は、遠く離れた金属欠乏にあるキューサーの吸収線として観測される遠方の中性水素ガス内に存在している。観測対象となるガスは、赤方偏移  $z \sim 3$  程度の場所に位置しているため、重水素の存在量比はほぼ宇宙初期での値に等しい。このような系の観測により、重水素の存在量比は次のように観測されている [1]。

$$\frac{\text{D}}{\text{H}} = (2.82 \pm 0.21) \times 10^{-5} \quad (27)$$

## 2.3 ${}^7\text{Li}$ の存在量の観測

${}^7\text{Li}$  の宇宙初期における存在量は、我々の銀河のハロー領域に存在する金属欠乏星を用いて観測される。恒星表面の対流運動のために、表面にある物質は Li が容易に燃焼させられるような星内部へと引きずり込まれる。冷たいハロー星では、この効果により Li の存在量が少なくなることが知られている [1]。しがし、温度の高い大きな質量をもつハロー星では、この対流層が狭いため、温度と Li の値だの相関関係が見えなくなる。

${}^7\text{Li}$  の存在量の観測については温度の高い金属欠乏星を対象とする。このようなハロー星では、リチウム-水素存在比  $\text{Li}/\text{H}$  が、星ごとの鉄-水素存在比に依存せず、ほとんど一定となる事が知られている。この関係のことを「Spite plateau」(スパイトプラトー) という。この関係を表したのが、図 3 である [1]。

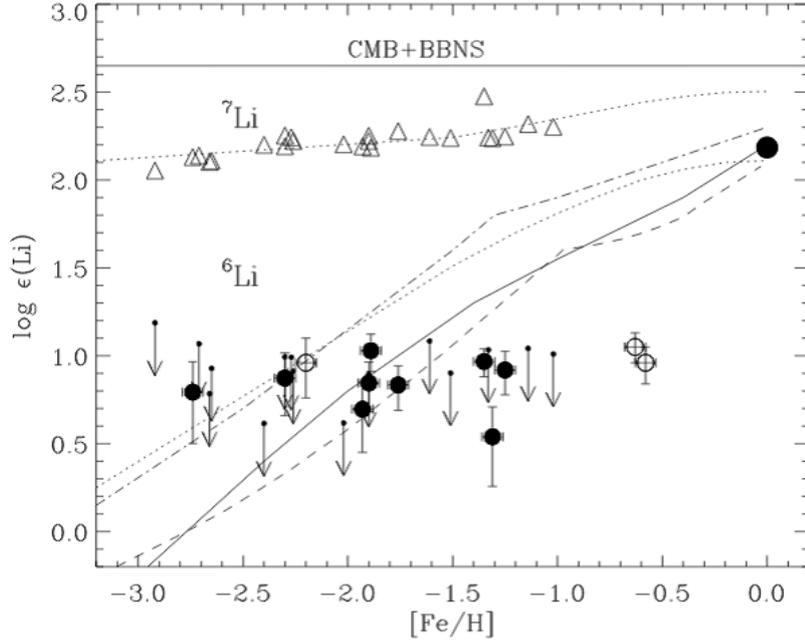


図 3: 縦軸に鉄-水素存在比、縦軸にリチウムの存在比をプロットした図。金属量にかかわらずリチウムの存在量がほぼ一定であることが読み取れる。横軸の  $[\text{Fe}/\text{H}]$  の定義は、 $\log_{10} [(\text{Fe}/\text{H})/(\text{Fe}/\text{H})_{\odot}]$  であり、太陽における鉄-水素存在量比との比を取っている。

このスパイトプラトーが存在することから、ハロー星における Li の存在量には、銀河における元素合成と無関係であると言える。したがって、このようなスパイトプラトーの関係に則っているハロー星の Li 存在量を調べることにより、宇宙初期において合成された量を推測することができる。これにより、 ${}^7\text{Li}$ -H 存在量比は、次のような値で観測されている。

$$\frac{\text{Li}}{\text{H}} = (1.23^{+0.68}_{-0.32}) \times 10^{-10} \quad (28)$$

また、図 3 では  ${}^7\text{Li}$  のほかに金属欠乏性に  ${}^6\text{Li}$  が存在していることが分かる。BBN においては、合成される  ${}^6\text{Li}$  の量はわずかである。図 3 における恒星の観測では、リチウムにおける同位体比  ${}^6\text{Li}/{}^7\text{Li}=0.05$  を持つことが調べられている。この同位体比は BBN では説明できないが、そもそも観測上、2 つの同位体の吸収線が混合しているため測定が難しいという問題もある。

## 2.4 リチウム問題

それぞれの元素の観測された存在量比と、BBN と WMAP の観測から予言される元素存在量比を比べる (図 4) と重水素、 ${}^4\text{He}$  に関してはおおむね一致しているが、 ${}^7\text{Li}$  に対しては両者の値に差異がある [6]。

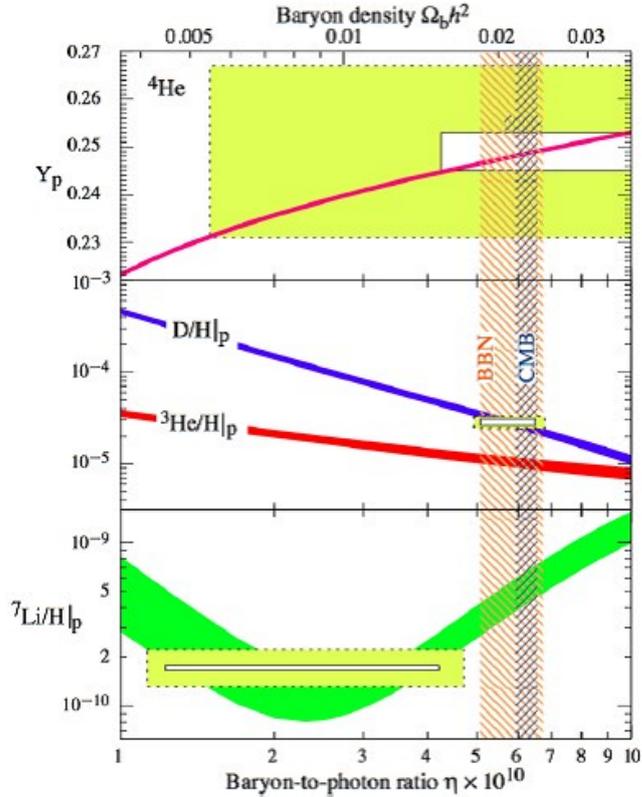


図 4: 図 2 に各元素存在量比の観測値を重ねた図。線は BBN によりかけられる予言値であり、線の太さは 95% 信頼水準の幅を表している。観測値は図の中では四角で表されている。一番外側の黄色い四角は、観測値の中心値から  $\pm 2\sigma$  の系統誤差の範囲を表している。内側の白い四角は、統計誤差を  $\pm 2\sigma$  で表している。

式 (28) から両者の値の比は、

$$\frac{\text{Li}_{\text{BBN+WMAP}}}{\text{Li}_{\text{ods}}} = 2.4\text{--}4.3 \quad (29)$$

となる。この差は、4.2-5.3- $\sigma$  に相当する。この BBN+WMAP における  ${}^7\text{Li}$  の存在量のハロー領域に属する星の観測により得られた値との不一致のことを「リチウム問題」という。もう少し細かく述べると、この  ${}^7\text{Li}$  の存在量の不一致のことを  ${}^7\text{Li}$  問題という。また、標準的な BBN ではその量が極端に少なくなるはずの  ${}^6\text{Li}$  が、図 3 のように  ${}^7\text{Li}$  との大きな同位体比を持つということをも  ${}^6\text{Li}$  問題と呼ぶ。

ハロー星の観測により指摘されたリチウム問題は重大なものであった。この問題を解決するためのアプローチには次の 3 つがある。

1. リチウムの存在量のズレを観測的な系統誤差と考え、宇宙論的に問題を解決する方法。
2. BBN の理論において、図 1 以外に質量数 7 を持つ原子核に関連したまだ考慮されていなかった反応を通して、理論値を修正するという方法。

3. 標準理論の枠組みを飛び出し、新粒子を用いて非標準的な物理を通して理論値を修正するという方法。

1つ目の方法は、標準理論およびBBNの理論を正しいと仮定し、 ${}^7\text{Li}$ の初期存在量に誤差があると考える解法である。つまり、式(29)で表された観測値とBBNからの予言量のずれを $\text{Li}_{\text{obs}}$ を2.4-4.3倍を大きくすることで問題の解決を図るという考え方である。前述の通り、「スパイトプラトー」のためにハロー星でのリチウムの存在量は、metallicityにほとんど依存しない。その為に、ハロー星を観測することにより得られたスペクトラムから予想されるリチウムと水素の元素存在量比は初期宇宙の値と変わらない。もしこの考え方に読み違いがあるのであれば、リチウム問題を緩和することが可能となる。系統誤差として考えられるものの例を下に挙げる。

1. ハロー星のリチウムはそのほとんどがイオン化されているが、吸収線を放射するのは中性なリチウム $\text{Li}^0$ のみであることを利用し、イオン化されたリチウム $\text{Li}^+$ と $\text{Li}^0$ の間に星の温度に指数関数的に作用するイオン化関係式を導入し、ハロー星の温度を正確に測る。現状のハロー星の温度と観測された温度に差異があれば、イオン化関係式を通じてLiの存在量を変えることができるという方法。
2. 星内部の対流運動、乱流、回転循環、拡散、重力降下等の影響で、吸収線が観測できない星内部にリチウムが多く存在しており、存在量を少なく見積もっていたために系統誤差が発生していたと考える方法。
3. ハロー星にて、リチウムを破壊するようなプロセスが存在し、その存在を考えていなかったため系統誤差が発生してしまったと考える方法。

このように実に様々なプロセスを通して、リチウム問題の解決が図られている。これら宇宙論的な解法には「 ${}^6\text{Li}$ の大きな存在量から強く制限される」という重大な問題が存在する。この ${}^6\text{Li}$ は ${}^7\text{Li}$ に比べ非常に壊れやすい同位体である。したがって、ハロー星内部に ${}^7\text{Li}$ を破壊するようなプロセスが存在した場合、そのような環境下では ${}^6\text{Li}$ は完全に破壊される。よって、宇宙論的な方法によりリチウム問題を解決するという事は非常に難しいということが分かる [3]。

リチウム問題を解決するための別のアプローチとしては、BBNの理論に質量数7の原子核が関係するプロセスが完全に理論から抜けていたか、または含まれているが間違った評価をしているかという可能性を考え、BBNを修正するという考え方がある。しかし、新たなプロセスを組み入れるとしても、BBNによる元素合成のプロセスは、図1で示した通り少数のプロセスであり、そのすべてが観測されている。したがって、可能性としては、(a)既に知られている反応の断面積にエラーがあるか、(b)重要でないと考えられていたプロセスが、大幅に過小評価されていたか、というどちらかである。

質量数7の原子核の生成は、式(21)で示されたプロセスが支配的である。リチウム問題を解決するためには、BBNの理論から予測されるリチウムの存在量が小さくならなければならない。つまり、質量数7の原子核を合成するプロセスの反応率が小さくなれば、問題を解決できる。式(21)の ${}^3\text{He}({}^4\text{He}, \gamma){}^7\text{Be}$ という過程において、宇宙のリチウム問題を解決するためには、プロセスのnormalizationは3~4の因子だけ小さくなるが必要である。しかし、この過程の反応率をいじることによる影響は ${}^7\text{Li}$ だけでなく、 ${}^7\text{Be}$ や

${}^8B$ にも及ぶため、これらのほかの原子核の存在量比も同じレートで下げてしまう。この整合性を見るためには、太陽ニュートリノの観測から得られる予想値と比較をすればよい。BBNと太陽ニュートリノの観測による予想は高い精度で一致するため、この手法はリチウム問題を解決できないということが知られている [7]。つまり、BBNの既存のプロセスの反応率を変えるという手法では、既に太陽ニュートリノの観測等の実験と整合性が取れてしまっていることと矛盾をしてしまう。

また、実験的に過小評価されていると指摘されているプロセスとしては、 ${}^7Be + D \rightarrow {}^9B^*$  (16.71MeV) が考えられているが、これらのアプローチは既存の物理の枠組みから逸脱しない。

## 2.5 標準理論を超えた枠組みでのリチウム問題の解決法

本論文では、2.4節にて紹介したいくつかのアプローチと違い、新たな物理を考えることによりリチウム問題を解決することを目的としている。リチウム問題の解決のためには、前章にて述べた軽元素初期合成量を変えるプロセスが必要となる。そのような軽元素の合成に関して影響を与えられるような未発見粒子を考える事により、この問題を解決するというアプローチである。

この章では、標準模型を超えた新たな模型として CMSSM (Constrained minimal supersymmetric Standard Model) の枠組みで考える。この理論では、既に述べた BBN の枠組みでは存在しないような長寿命荷電粒子 (CHAMP: Long lived charged massive particle) を考えることができる。このような長寿命な荷電粒子は、BBN の枠組みでは考えられなかった非標準的な核反応プロセスを引き起こし、軽元素の存在比を変更することができる [8]。

このような軽元素の存在比を変更するような核反応が起こるためには、この考える長寿命荷電粒子が元素合成の時代まで生き残っている必要がある。また、軽元素の存在比を BBN の枠組みから変えたとしても、現状説明できているいくつかの元素に対しては、理論値と観測値が一致していなくてはならない。これらのことから、この長寿命荷電粒子にかかわる理論のパラメータにリチウム問題を解決できるという条件下で制限を設けることができる。この章では、この理論にかかる制限が、何から由来するものなのか、どのようなパラメータにどのような制限がつくのかということについて述べる。

### 2.5.1 CMSSM におけるリチウム問題の解決法

本論文では、CMSSM の枠組みで考えるのにあたって、最も軽い安定な超対称粒子 (LSP: the lightest supersymmetric particle) が「Bino-like neutralino」であり、次に軽い超対称性粒子 (NLSP: the next lightest supersymmetric particle) が「stau-like slepton」であるような場合を考える。このシナリオでは、LSP と NLSP の質量差を小さく抑えることにより、NLSP である stau-like slepton の長寿命が実現され、その崩壊先である Bino-like neutralino が暗黒物質となる。

このモデルの良い点は、観測されている暗黒物質の残存量を理論により矛盾なく説明するためには、stau-like slepton の coannihilation process を通して暗黒物質が生成される

ため、LSP と NLSP の質量差が小さくならなければならない、その結果、自然に長寿命な stau-like slepton が実現されるという点である。

この結果、出現する長寿命荷電粒子が標準理論においては現れなかったような核反応を引き起こす。[9] このような核反応の内の一つとして、 ${}^7\text{Li}({}^7\text{Be})$  と stau-like slepton の束縛状態による内部転換反応がある。反応は以下のような式で表される。

$$(\tilde{\tau}{}^7\text{Be}) \rightarrow \tilde{\chi}_1^0 + \nu_\tau + {}^7\text{Li} \quad (30)$$

$$(\tilde{\tau}{}^7\text{Li}) \rightarrow \tilde{\chi}_1^0 + \nu_\tau + {}^7\text{He} \quad (31)$$

さらに、 ${}^7\text{He}$  は  ${}^3\text{He}$  や  ${}^4\text{He}$  に他の原子核との反応を通じ崩壊する。この反応を通して、質量数 7 を持つ原子核である  ${}^7\text{Li}({}^7\text{Be})$  がより小さな質量数を持つ原子核に崩壊していることが分かる。したがって、slepton が LSP に崩壊せず、十分元素合成の時代に生き残っていれば、これら原子核の理論的な存在量を減少させることができる。このことから、slepton の寿命に下限値がつくことが分かる。

上の式では、 $\tilde{\tau}$  との束縛反応として表しているが、実際には  $\tilde{\tau}$  はフレーバー混合をしている slepton の一成分である。これ以降、混同を避けるため、本来の形である  $\tilde{l}$  の形で書き表す。ただし、この  $\tilde{l}$  は、NLSP であるため、明記はしていないが、最も軽い slepton を表すものとする。この  $\tilde{l}$  は、質量固有状態としての slepton を表す。この slepton は、次のようにフレーバー固有状態の線形結合で表される。

$$\tilde{l} = \sum_{f=e,\mu,\tau} C_f \tilde{f} \quad (32)$$

ここで、 $\tilde{f}$  は、右巻きと左巻きの粒子から、

$$\tilde{f} = \cos\theta_f \tilde{f}_L + \sin\theta_f \tilde{f}_R \quad (33)$$

と表される。このフレーバー混合の効果については、後ほど slepton の寿命について議論する際に述べる。

次に、slepton のほかの原子核に対する反応による影響について議論する。前章にて述べたように、標準的な BBN の理論と観測が矛盾するのは、リチウムの存在量であり、他の原子核の存在量については説明できている。超対称性を導入して、リチウム問題を説明する際には、新たな原子核反応を引き起こす粒子が、他の原子核の存在量に与える影響を考え、それらは現在の観測値と無矛盾であるということが必要となる。

slepton がほかの原子核の存在量に影響を与える反応としては、 ${}^4\text{He}$  スファレロン過程が存在する。これは、slepton と  ${}^4\text{He}$  が束縛状態を形作ることにより、次のように原子核が壊れるという反応である。

$$({}^4\text{He}\tilde{l}) \rightarrow \text{T} + n + \tilde{\chi}_1^0 + \nu_l \quad (34)$$

$$({}^4\text{He}\tilde{l}) \rightarrow \text{D} + 2n + \tilde{\chi}_1^0 + \nu_l \quad (35)$$

$$({}^4\text{He}\tilde{l}) \rightarrow p + 3n + \tilde{\chi}_1^0 + \nu_l \quad (36)$$

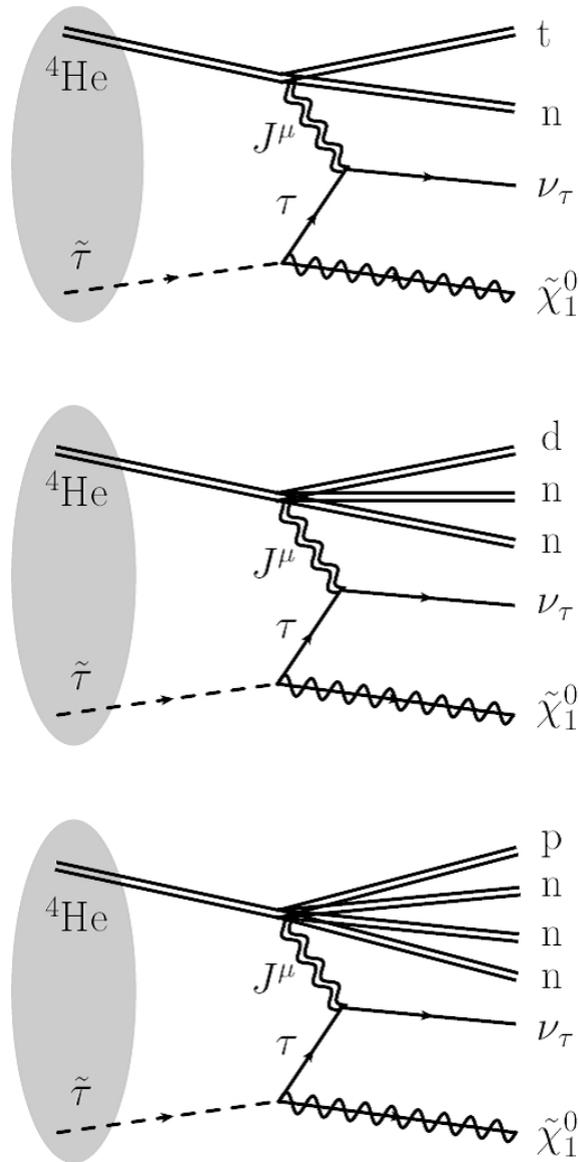


図 5:  ${}^4\text{He}$  スファレロン過程を表す図。

この過程により、例えば ${}^3\text{He}$ やDのような他の原子核の存在量に対しても変更が加えられる。この反応に関しては、反応が優勢であればあるほど、既存の無矛盾の原子核存在比からずれていくということが言える。したがって、この反応が起こりすぎると、矛盾が生じるため、できるか限りこの反応が抑えられるようなパラメータ領域を見つけなければならない。このことから、sleptonの寿命に上限が付くことが分かる。

## 2.6 リチウム問題を解決できるスレプトンの寿命

これら超対称性を導入したことにより、新たに考えられる核反応を含め、リチウム問題を解決するために満たさなくてはならないパラメータ領域について述べる。その為に、スレプトンの2体崩壊の寿命を計算する。

NLSPであるスレプトンはLSPであるニュートラリーノ  $\tilde{\chi}_1^0$  と各種レプトン  $l_\alpha$  に崩壊する。これは、LFV(レプトンフレーバーの破れ)を考えているためである。

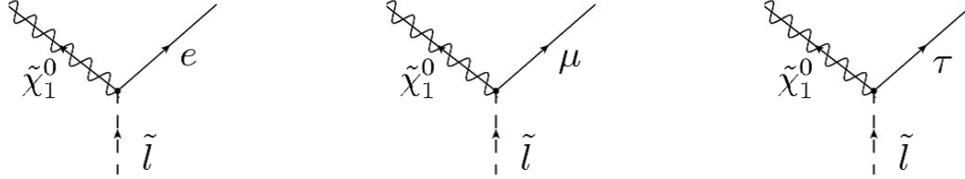


図 6: スレプトンの2体崩壊を表すファインマンダイアグラム。

図に示した崩壊過程が kinematically に許されるには、LSP と NLSP の質量差  $\delta m \equiv m_{\tilde{l}} - m_{\tilde{\chi}_1^0}$  が崩壊先のレプトンの質量よりも大きいことが必要となる。そしてこの2体崩壊が起こりうる場合、スレプトンの崩壊過程では2体崩壊が支配的となる。ここで、 $\delta m > m_\mu, \delta m > m_\tau$  とすると、スレプトンの寿命が大幅に短くなってしまうため、本研究では、 $m_e < \delta m < m_\mu$  の場合を考え、スレプトンの崩壊先を電子のみとするようなパラメータを考える。この相互作用は、次のようなラグランジアンにて記述される。

$$\mathcal{L}_{int} = \tilde{l}^* \tilde{\chi}_1^0 (g_L P_L + g_R P_R) e \quad (37)$$

但し、

$$\tilde{l} = \sum_{f=e,\mu,\tau} C_f \tilde{f} \quad (38)$$

ここで、 $\tilde{f}$  は、右巻きと左巻きの粒子から、

$$\tilde{f} = \cos \theta_f \tilde{f}_L + \sin \theta_f \tilde{f}_R \quad (39)$$

である。 $P_L, P_R$  は射影演算子、 $g_L, g_R$  は結合定数であり次のように与えられる。

$$g_L = \frac{g}{\sqrt{2} \cos \theta_w} \sin \theta_w \cos \theta_e, \quad g_R = \frac{\sqrt{2} g}{\cos \theta_w} \sin \theta_w \sin \theta_e \quad (40)$$

ここで、 $g$  は弱いゲージ相互作用定数、 $\theta_w$  はワインバーグ角である。もし  $C_\mu$  が十分小さいならば、2体崩壊  $\tilde{l} \rightarrow \tilde{\chi}_1^0 e$  の振幅の2乗は次のように計算できる。

$$|\mathcal{M}|^2 = C_e^2 \{ (g_L^2 + g_R^2) (m_{\tilde{l}}^2 - m_{\tilde{\chi}_1^0}^2 - m_e^2) - 4\Re[g_L g_R] m_e m_{\tilde{\chi}_1^0} \} \quad (41)$$

さらに、崩壊率は終状態の運動量積分を実行することにより、次のようになる。

$$\Gamma(\tilde{l} \rightarrow \tilde{\chi}_1^0 e) = \frac{1}{16\pi m_{\tilde{l}}^3} \sqrt{m_{\tilde{l}}^4 + m_{\tilde{\chi}_1^0}^4 + m_e^4 - 2m_{\tilde{l}}^2 m_{\tilde{\chi}_1^0}^2 - 2m_{\tilde{\chi}_1^0}^2 m_e^2 - 2m_{\tilde{l}}^2 m_e^2} |\mathcal{M}|^2 \quad (42)$$

ここで、 $(\delta m/m_{\tilde{\chi}_0^0})$ の最低次のみを取ることにより次式を得る。

$$\Gamma(\tilde{l} \rightarrow \tilde{\chi}_0^0 e) = \frac{C_e^2}{4\pi m_{\tilde{l}}} \sqrt{\delta m^2 - m_e^2} \{ (g_L^2 + g_R^2) \delta m - 2\Re[g_L g_R] m_e \} \quad (43)$$

近似的に、 $\delta m \gg m_e$ であるような場合を考えると、2体崩壊の寿命は次のようになる。

$$\tau_{\tilde{l}}(\tilde{l} \rightarrow \tilde{\chi}_1^0 + e) \simeq \frac{8\pi}{g^2 \tan^2 \theta_W} \frac{m_{\tilde{l}}}{(\delta m)^2} \frac{1}{\cos^2 \theta_e + 4 \sin^2 \theta_e} \frac{1}{C_e^2} \quad (44)$$

(44)式から、スレプトンの寿命は $m_{\tilde{l}}$ 、 $\delta m$ 、 $\theta_e$ 、 $C_e$ の4つのパラメータの値を動かすことで、調整することができることが分かる。このパラメータの内、 $m_{\tilde{l}} = 350(\text{GeV})$ 、 $\sin \theta_e = 0.6$ と固定したうえで、上記の核反応の過程を考慮に入れ、リチウム問題を解決するためのパラメータの範囲を表すと次の図のようになる。[9]

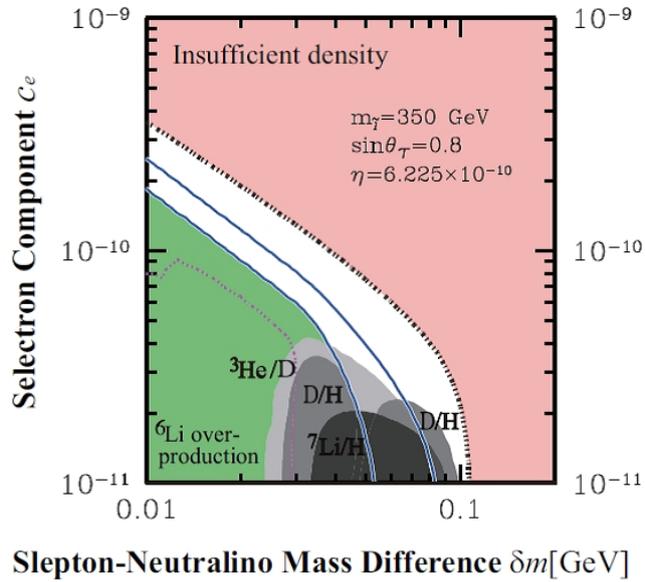


図 7: 長寿命スレプトンを導入した際のリチウム問題を解決することができるパラメータ領域を示した図。[9] 縦軸が「 $\delta m(\text{GeV})$ 」、横軸が「 $C_e$ 」である。色つきの領域は、既存の軽元素存在量比の観測値と矛盾するような領域である。よって、白い領域がリチウム問題を解決できるパラメータ領域である。白い領域の内、青い線により分けられる領域の下側が、「 ${}^6\text{Li}$ 問題」と「 ${}^7\text{Li}$ 問題」の両方を解決できるパラメータ領域である。対して上側が「 ${}^7\text{Li}$ 問題」のみを解決できる領域である。この図から、 $\delta m \simeq 0.01(\text{GeV})$ の領域で、 $C_e \simeq 10^{-10}$ 程度のパラメータセットならば、リチウム問題を解決することができるということが分かる。

上図と (44) 式から、リチウム問題を解決することのできるスレプトンの寿命の範囲を見積もることができる。本研究では、 $\delta m = 0.01(\text{GeV})$ の場合において計算を行ったため、この領域での満たすべき寿命について述べる。

$\delta m = 0.01(\text{GeV})$ のとき、図 6 からリチウム問題を解決できる  $C_e$  の範囲は、  
・「 ${}^6\text{Li}$ 問題」と「 ${}^7\text{Li}$ 問題」の両方を考慮すると、

$$2.0 \times 10^{-10} \leq C_e \leq 2.5 \times 10^{-10} \quad (45)$$

・「 ${}^7\text{Li}$ 問題」のみを考慮すると、

$$2.0 \times 10^{-10} \leq C_e \leq 3.5 \times 10^{-10} \quad (46)$$

である。図6では、 $m_{\tilde{l}} = 350(\text{GeV})$ 、 $\sin \theta_e = 0.6$ と固定していることから、(44)式を用いると、 $C_e$ の許される範囲をスレプトンの寿命で表すことができる。結果、リチウム問題を解決できるスレプトンの寿命は、次のように計算される。

・「 ${}^6\text{Li}$ 問題」と「 ${}^7\text{Li}$ 問題」の両方を考慮すると、

$$3.5 \times 10^3(\text{s}) \leq \tau_{\tilde{l}} \leq 5.0 \times 10^3(\text{s}) \quad (47)$$

・「 ${}^7\text{Li}$ 問題」のみを考慮すると、

$$1.7 \times 10^3(\text{s}) \leq \tau_{\tilde{l}} \leq 5.0 \times 10^3(\text{s}) \quad (48)$$

この寿命を満たすようなパラメータセットを探す必要がある。

## 2.7 リチウム問題とスレプトンの mixing

スレプトンにフレーバー混合が存在している場合、 $T \simeq 70(\text{MeV})$ の温度において、次のような exchange process が freeze out する。

$$\tilde{l}^\pm + \gamma \leftrightarrow \tilde{\chi}_1^0 + \tau^\pm \quad (49)$$

$$\tilde{\chi}_1^0 + \gamma \leftrightarrow \tilde{l}^\pm + \tau^\mp \quad (50)$$

現在の設定では、スレプトンの世代間混合を考えているため、スレプトンの数密度を十分に保つためには、 $\tilde{l} + e \leftrightarrow \tilde{\chi}_1^0 + \gamma$ と $\tilde{l} + \mu \leftrightarrow \tilde{\chi}_1^0 + \gamma$ の二つの過程が、 $\tau$ レプトンとの反応速度よりも小さくなければならない。その為、スレプトンの各 mixing には、上限値が存在している。 $e$ レプトンの場合、 $\langle \sigma v \rangle_e = C_e^2 \langle \sigma v \rangle_\tau$ とパラメータを表すと、反応率の比は $T \simeq 70(\text{MeV})$ の時、次のように与えられる。

$$\frac{\langle \sigma v \rangle_e Y_{\tilde{l}} Y_e}{\langle \sigma v \rangle_\tau Y_{\tilde{l}} Y_\tau} \simeq (1.08 \times 10^9) C_e^2 \quad (51)$$

これより、 $C_e < 3 \times 10^{-5}$ と見積もることができる。前節より、この条件はスレプトンが長寿命になるためには自然に満たされることが分かる。

同様に $\mu$ レプトンの場合には、

$$\frac{\langle \sigma v \rangle_\mu Y_{\tilde{l}} Y_e}{\langle \sigma v \rangle_\tau Y_{\tilde{l}} Y_\tau} \simeq (9.93 \times 10^7) C_\mu^2 \quad (52)$$

となる。よって、 $C_\mu < 10^{-4}$ が条件となることが分かる。 $\mu$ レプトンとの混合にはこのように上限が付く。

この見積もりは、数値解析の結果をよく表している。数値解析の結果、 $C_\mu$  の値により、どれだけスレプトンが減少するかを表した図は次のようになる。[9]

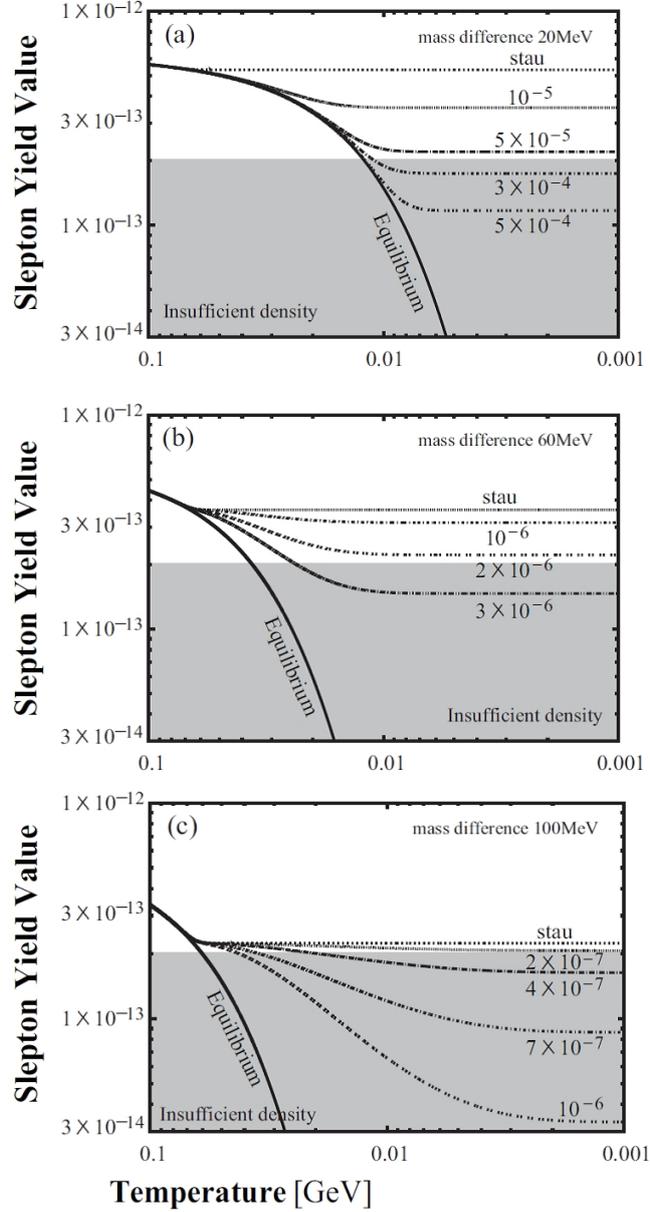


図 8: スレプトンの mixing  $C_\mu$  の値ごとに yield value がどれだけ減少するかを表した図。3つの図は、 $\delta m$  の値がそれぞれ 20(MeV)、60(MeV)、100(MeV) の場合である。図中の白い領域が、許される領域である。

上図から、 $\delta m$  の値が減少するに従い、許される  $C_\mu$  の値が大きくなるのが分かる。本計算においては、 $\delta m = 10(\text{GeV})$  の場合を考えているため、少なくとも  $C_\mu < 5 \times 10^{-5}$  ならば、十分なスレプトンが生き残ることが分かる。

### 3 Seesaw 機構と Flavored Leptogenesis

この章では、宇宙におけるレプトン生成の機構 (レプトジェネシス) について述べる。この宇宙のレプトン数生成は、今回の考えるモデルでは右巻きニュートリノを導入しているため、ごく自然に説明することができる。

#### 3.1 Seesaw 機構

まず、Seesaw 機構について述べる。現在、大気ニュートリノと太陽ニュートリノの観測から、ニュートリノが小さな質量をもっているということが知られている。[13]

$$\Delta m_{12}^2 = 7.50 \times 10^{-23} (\text{GeV}^2) \quad (53)$$

$$\Delta m_{13}^2 = 2.524 \times 10^{-21} (\text{GeV}^2) \quad (54)$$

ニュートリノの持つ質量がもしマヨラナ質量であった場合、次のようなレプトン数の破れたような質量項を書くことができる。

$$\mathcal{L}_{m_\nu} = \frac{1}{2} \bar{\nu}_\alpha^c [m_\nu]_{\alpha\beta} \nu_\beta + \text{h.c.} \quad (55)$$

質量項  $[m_\nu]_{\alpha\beta}$  は  $SU(2)$  ゲージ対称性を破るような項であるため、標準理論の枠組みでは、このような項は繰り込み可能な湯川結合項から生じるものではない。代わりにこの項を、 $(l_\alpha \phi)(l_\beta \phi)$  のような 5次元の演算子から生じるものとして考えることができる。Seesaw 機構とは、このような低エネルギー演算子をツリーのレベルで導入するような高エネルギーモデルである。電弱スケールにおいて、5次元の演算子で書かれる相互作用を考えると、相互作用を媒介する質量  $M$  の粒子が十分大きな質量をもつ場合、軽いニュートリノの質量は  $v_u^2/M$  と見積もることができる。したがって、Seesaw 機構では左巻きニュートリノの質量が何故小さいかということについて自然に説明することができる。

今回の計算においては、「Type-1」の Seesaw モデルを用いる。このモデルは、標準理論に 3つの singlet な右巻きニュートリノを導入したものである。ラグランジアン of leptonic な項は次のように書くことができる。

$$\mathcal{L} = +[h]_\beta^* (\bar{l}_\beta \phi^{c*}) e_{R\beta} - [\lambda]_{\alpha k}^* (\bar{l}_\alpha \phi^*) N_k - \frac{1}{2} \bar{N}_j M_j N_j^c + \text{h.c.} \quad (56)$$

ここで、 $\phi$  は真空期待値  $v_u = 174(\text{GeV})$  を持つヒッグス場である。この式中には、合計 21 個のパラメータが存在している。この内訳は、次のようなものである。

まず、対角化された荷電レプトンの湯川行列  $[h]_\beta$  から 3つ、新しく導入した右巻きニュートリノの質量行列  $M_j$  から 3つ、さらにニュートリノ湯川行列は、複素行列であるため、18 のパラメータを持つ。ここから  $l_\alpha$  の再定義により、このうち 3つの位相を打ち消すことができるため、最終的なパラメータの数は 15 である。したがって、3+3+15 より、合計のパラメータ数は 21 である。以後では、この 21 個のパラメータをいかに理論において表すかということについて述べる。

Seesaw 機構の考え方を用いると、左巻きニュートリノの有効質量行列は、荷電レプトンの基底において下のように書くことができる。

$$[m_\nu]_{\alpha\beta} = [\lambda]_{\alpha k} M_k^{-1} [\lambda]_{\beta k} v_u^2 \quad (57)$$

この質量行列を対角化する行列として導入されるのが、牧・中川・坂田行列 (MNS 行列)  $U_{MNS}$  である。 $U_{MNS}$  は  $3 \times 3$  のユニタリー行列であり、6 つの位相と 3 つの混合角によりパラメトライズされる。6 つの位相の内、3 つに対しては荷電レプトンの基底の再定義により、除くことができる。行列  $U_{NMS}$  は次のように表すことができる。

$$U_{MNS} = \hat{U} \cdot \text{diag}(1, e^{i\alpha}, e^{i\beta}) \quad (58)$$

$$\hat{U} = \begin{pmatrix} c_{13}c_{12} & c_{13}s_{12} & s_{13}e^{-i\delta} \\ -c_{23}s_{12} - s_{23}s_{13}c_{12}e^{i\delta} & c_{23}c_{12} - s_{23}s_{13}s_{12}e^{i\delta} & s_{23}c_{13} \\ s_{23}s_{12} - c_{23}s_{13}c_{12}e^{i\delta} & -s_{23}c_{12} - c_{23}s_{13}s_{12}e^{i\delta} & c_{23}c_{13} \end{pmatrix} \quad (59)$$

ここで、 $c_{ij} = \cos \theta_{ij}$ ,  $s_{ij} = \sin \theta_{ij}$  と書いた。3 つの位相の内、上の式における  $\alpha, \beta$  はまとめて「Majorana phases」と呼ばれる。この位相は、ニュートリノが Dirac 質量項を組む場合には、その基底の再定義により取り除くことができる。

(56) 式には、21 個の物理的なパラメータが含まれている。荷電レプトンの質量として 3 つ ( $m_e, m_\mu, m_\tau$ )、左巻きニュートリノの質量として 3 つ ( $m_{\nu 1}, m_{\nu 2}, m_{\nu 3}$ )、NMS 行列内の 3 つの混合角、3 つの位相である。したがって、あと理論には 9 つの自由度が残っている。この残りのパラメータの表し方にはいくつかの方法が存在するが、今回の研究では、数値計算上便利な「Casas-Ibarra parametrization」を用いた。この方法では、残りの 6 つの自由度を右巻きニュートリノの質量 3 つ ( $M_1, M_2, M_3$ ) と複素直交行列  $R$  として表す。荷電レプトンの基底において、複素直交行列  $R$  を用いて、ニュートリノ湯川行列を次のように表す。

$$\lambda_\nu = \frac{1}{v_u} U_{MNS}^* \sqrt{D_{m_\nu}} R \sqrt{M} \quad (60)$$

ここで、行列  $R$  は 3 つの複素角を用いて、次のように書ける。

$$R = \begin{pmatrix} c_{13}c_{12} & c_{13}s_{12} & s_{13} \\ -c_{23}s_{12} & c_{23}c_{12} - s_{23}s_{13}s_{12} & s_{23}c_{13} \\ s_{23}s_{12} - c_{23}s_{13}c_{12} & -s_{23}c_{12} - c_{23}s_{13}s_{12} & c_{23}c_{13} \end{pmatrix}$$

ここで  $c_{ij} = \cos z_{ij}$ ,  $s_{ij} = \sin z_{ij}$  である。 $(z$  は複素数。) 以後、この複素数  $z$  を実部と虚部に分け、次のように  $x$  と  $y$  を用いて書き表すこととする。

$$z_{ij} = x_{ij} + iy_{ij} \quad (61)$$

これにより、レプトンセクターの 21 個のパラメータを書くことができた。

### 3.2 leptogenesis

次に、レプトン数の生成過程について述べる。新たに模型に加えた右巻きニュートリノは、左巻きのレプトンと相互作用をするため、左巻きのレプトンへと崩壊する。その為、レプトン数が保存しないような過程を考えることができる。この相互作用に対して、CP 非対称性が現れる。この CP の破れに寄与するようなダイアグラムを 1-loop のレベルで書くと、次のようになる。[14]

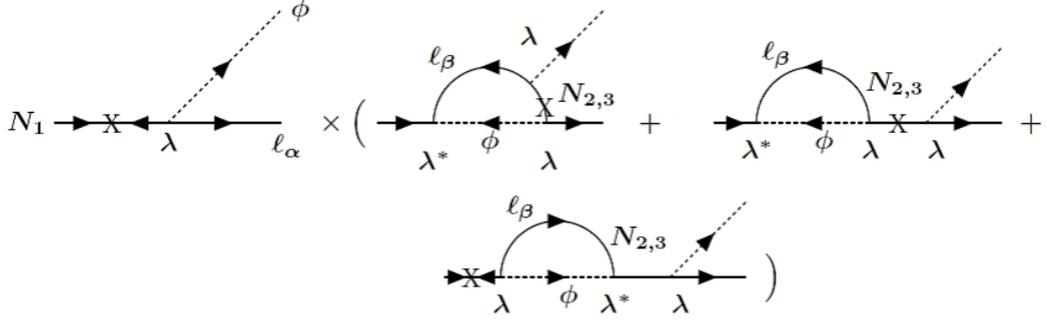


図 9: CP 非対称性に寄与する相互作用を 1-loop のレベルで表したファインマンダイアグラム。ループ内のレプトン  $l_\beta$  はその添え字に和をとられる。図中の「X」はマヨラナ質量を表している。

この相互作用により生じる CP 非対称性を次のように定義する。

$$\epsilon_\alpha = \frac{\Gamma(N_1 \rightarrow \phi l_\alpha) - \Gamma(N_1 \rightarrow \bar{\phi} \bar{l}_\alpha)}{\Gamma(N_1 \rightarrow \phi l_\alpha) + \Gamma(N_1 \rightarrow \bar{\phi} \bar{l}_\alpha)} \quad (62)$$

ここで、「 $\alpha$ 」はレプトンフレーバーの添え字を表す。この式から右巻きニュートリノがマヨラナ粒子であるということを用いることにより、CP 非対称性が現れているということが分かる。図 8 のダイアグラムの計算から、 $N_i$  の質量がそこまで縮退していないとき  $\epsilon$  は以下のように計算できる。

$$\epsilon = \sum_\alpha \epsilon_\alpha = \frac{1}{8\pi} \frac{1}{[\lambda^\dagger \lambda]_{11}} \sum_j \Im[(\lambda^\dagger \lambda)_{1j}]^2 g(x_j) \quad (63)$$

ここで、 $j$  は右巻き neutrino の添え字である。 $x_i = \frac{M_i^2}{M_1^2}$ 。関数  $g(x_i)$  は MSSM のとき、次のように書ける。

$$g(x) = -\sqrt{x} \left( \frac{2}{x-1} + \ln[1 + 1/x] \right) \quad (64)$$

最終的なレプトン数は、この  $\epsilon$  と崩壊パラメータに依存する。崩壊パラメータとは、右巻きニュートリノの崩壊率とハッブルパラメータの比であり、崩壊過程が宇宙において平衡状態にあるか否かということを表す。

右巻きニュートリノの崩壊率は、次のように見積もることができる。

$$\Gamma_D = \sum_\alpha \Gamma(N_1 \rightarrow \phi l_\alpha, \bar{\phi} \bar{l}_\alpha) = \frac{[\lambda^\dagger \lambda]_{11} M_1}{8\pi} \quad (65)$$

右巻きニュートリノの崩壊率がハッブルパラメータより大きい場合、相互作用が平衡状態にあることを表す。

$$\Gamma_D > H(T = M_1) \quad (66)$$

ここでハッブルパラメータ  $H$  は次のように見積もられる。

$$H(T = M_1) = 1.66 g_*^{1/2} \frac{M_1^2}{m_{pl}} \quad (67)$$

ここで  $g_*$  は相対自由度の数を表し、標準理論においては  $g_* = 106.75$  である。崩壊パラメータを表すために、右巻きニュートリノの崩壊率とハッブルパラメータを左巻きニュートリノの質量程度の大きさのパラメータで再度表すことが有用である。

$$\tilde{m} = \sum_{\alpha} \tilde{m}_{\alpha\alpha} = \sum_{\alpha} \frac{\lambda_{\alpha 1}^* \lambda_{\alpha 1} v_u^2}{M_1} = 8\pi \frac{v_u^2}{M_1^2} \Gamma_D \quad (68)$$

$$m_* = 8\pi \frac{v_u^2}{M_1^2} H(T = M_1) \simeq 1.1 \times 10^{-3} \text{eV} \quad (69)$$

この新しく導入したパラメータを用いると、崩壊率とハッブルパラメータの比は次のように表すことができる。

$$\frac{\tilde{m}}{m_*} = \frac{\Gamma_D}{H(T = M_1)} \quad (70)$$

non-flavoured なレプトジェネシスの場合、生成される非対称性は、 $\epsilon$  と  $\tilde{m}/m_*$  の二つのパラメータに依存する。但し、 $\tilde{m}/m_*$  の依存性については、レプトン数の生成されるシナリオに応じて変わる。その為、この依存性の形を  $\eta(\tilde{m})$  を用いて表す。

$$Y_L \simeq \frac{\epsilon}{g_*} \eta(\tilde{m}) \quad (71)$$

レプトン数の生成シナリオについて述べる。先に述べた  $\Gamma_D > H(T = M_1)$  の条件は、新しく導入したパラメータを用いると次のように書くことができる。

$$\tilde{m} > m_* \quad (72)$$

この範囲では「strong washout」シナリオとなる。このシナリオでは、崩壊過程が平衡状態にあるため、 $T = M_1$  の温度において右巻きニュートリノに対し、熱平衡な数密度が得られる。更にその時の総レプトン非対称性は、 $Y_L \simeq 0$  となる。この時点から温度が下がると、 $N_1$  が崩壊を始める。これに伴い、 $N_1$  の逆崩壊過程が生成した非対称性を「washout」する。その後、逆崩壊が平衡の外に行くと、レプトン非対称性が生き残る。

$$\Gamma_{ID}(\phi l_{\alpha} \rightarrow N_1) \simeq \frac{1}{2} \Gamma_{\alpha} e^{-M_1/T} < H = 1.66 g_*^{1/2} \frac{T^2}{m_{pl}} \quad (73)$$

このシナリオの場合、パラメータ  $\eta$  は次のように書くことができる。

$$\eta(\tilde{m}) \simeq \frac{m_*}{\tilde{m}} \quad (74)$$

この章にて述べた非対称性の見積もりは、非常に荒い。それは、レプトン数非対称性の計算においては、非対称性に関する相互作用をすべて並べ、その崩壊率と非対称性のボルツマン方程式を解く必要があるためである。次の章では、このボルツマン方程式を用いて、レプトンフレーバーごとにどのように刻々と変化する非対称性を計算するのかという方法について述べる。

### 3.3 Flavored Leptogenesis

前節に述べたレプトン数の生成過程は、「non-flavoured」の場合である。これは生成される非対称性が個々のレプトンフレーバーによらず、和を取った  $\epsilon$  や  $\tilde{m}$  に依存していることから分かる。この章では、今回の計算に用いた「flavoured」レプトジェネシスについて述べる。これを用いることで、non-flavoured の場合よりも生成されるレプトン数を多くすることができ、条件を満たすパラメータセットを増やすことができる。

flavoured の場合、前節にて述べた  $\epsilon$  と崩壊パラメータは和をとらず、添え字  $\alpha$  が残った形で表される。便宜上、次のように崩壊パラメータを  $K$  として表す。

$$K = \frac{\Gamma_D}{H(T = M_1)} \quad (75)$$

フレーバーごとに崩壊過程を考える必要がある。各フレーバーの崩壊パラメータは次のように表せる。

$$K_e = K \cdot \text{BR}(N_1 \rightarrow l_e \phi) \quad (76)$$

$$K_\mu = K \cdot \text{BR}(N_1 \rightarrow l_\mu \phi) \quad (77)$$

$$K_\tau = K \cdot \text{BR}(N_1 \rightarrow l_\tau \phi) \quad (78)$$

崩壊パラメータ  $K$  が大きいほど、レプトン非対称性を洗い流してしまう項の効果が強くなり最終的な生成される非対称性はずっと小さなものになる。したがって、レプトン数の生成に関しては、 $K \simeq 1$  が最も望ましい。

レプトン非対称性は、 $N_1$  の数密度の発展方程式により計算される。今回の研究では、レプトン非対称性は、次のような非線形なボルツマン方程式の組により計算される。 $Y_X = n_X/s$  と粒子の数密度をエントロピー密度で割ったものを定義する。 $Y_X = n_X/s$  を用いることで、宇宙における空間膨張の効果を打ち消すことができる。

$$\frac{dY_{N_1}}{dz} = \frac{-z}{sH(M_1)} \left( \frac{Y_{N_1}}{Y_{N_1}^{eq}} - 1 \right) [\gamma_{N_1} + \gamma_{N_1}^{s1}] \quad (79)$$

$$\frac{dY_{\tilde{N}_+}}{dz} = \frac{-z}{sH(M_1)} \left( \frac{Y_{\tilde{N}_+}}{Y_{\tilde{N}_+}^{eq}} - 2 \right) [\gamma_{\tilde{N}_+} + \gamma_{\tilde{N}_+}^{s1}] \quad (80)$$

$$\frac{dY_{\Delta_{\tilde{N}}}}{dz} = \frac{-z}{sH(M_1)} \left\{ \frac{Y_{\Delta_{\tilde{N}}}}{Y_{\tilde{N}_+}^{eq}} [\gamma_{\tilde{N}_+} + \gamma_{\tilde{N}_+}^{s2}] - \frac{Y_{\Delta_l}}{Y_l^{eq}} [\gamma_{\tilde{N}_+}^{s3}] - \frac{Y_{\Delta_{H_u}}}{Y_{H_u}^{eq}} [\gamma_{\tilde{N}_+}^{s4}] \right\} \quad (81)$$

$$\begin{aligned} \frac{dY_{\Delta_\alpha}}{dz} = & \frac{-z}{sH(M_1)} \left\{ \epsilon_\alpha \left( \frac{Y_{N_1}}{Y_{N_1}^{eq}} - 1 \right) [\gamma_{N_1} + \gamma_{N_1}^{s1}] + \epsilon_\alpha \left( \frac{Y_{\tilde{N}_+}}{Y_{\tilde{N}_+}^{eq}} - 2 \right) [\gamma_{\tilde{N}_+} + \gamma_{\tilde{N}_+}^{s1}] \right. \\ & - \frac{Y_{\Delta_l}}{Y_l^{eq}} \left[ \left( \frac{1}{2} \gamma_{\tilde{N}_+}^\alpha + \gamma_{\tilde{N}_+}^{s2} \right) + (\gamma_{\tilde{N}_+}^\alpha + \gamma_{\tilde{N}_+}^{s5}) \right] \\ & \left. - \frac{Y_{\Delta_{H_u}}}{Y_{H_u}^{eq}} \left[ \left( \frac{1}{2} \gamma_{\tilde{N}_+}^\alpha + \gamma_{\tilde{N}_+}^{s3} \right) + (\gamma_{\tilde{N}_+}^\alpha + \gamma_{\tilde{N}_+}^{s6}) \right] \right\} \quad (82) \end{aligned}$$

ここで、 $z = M_1/T$ 、 $Y_{\tilde{N}_+} \equiv Y_{\tilde{N}_1} + Y_{\tilde{N}_1^*}$ 、 $Y_{\Delta_{\tilde{N}}} \equiv Y_{\tilde{N}_1} - Y_{\tilde{N}_1^*}$  と定義している。 $Y_{\tilde{N}_+}$  と  $Y_{\Delta_{\tilde{N}}}$  は、それぞれ  $\tilde{N}_1$  に対して変換された場の量である。また、 $\gamma_X$  は X の崩壊に対する cross section を表し、 $\gamma_X^{sn} (n = 1, 2, 3, \dots)$  は熱的に平均化された cross section の組を表している。[15]

また、 $l_\alpha(H)$  の非対称性の変換性を表す因子として、 $C_{\alpha\beta}^l (C_\alpha^H)$  が存在する。

$$\frac{n_{l_\alpha} - n_{\bar{l}_\alpha}}{n_{l_\alpha}^{eq}} = - \sum_{\beta} C_{\alpha\beta}^l \left( \frac{Y_{\Delta_\beta}}{Y_l^{eq}} \right) \quad (83)$$

$$\frac{n_H - n_{\bar{H}}}{n_H^{eq}} = - \sum_{\beta} C_\beta^H \left( \frac{Y_{\Delta_\beta}}{Y_H^{eq}} \right) \quad (84)$$

この因子は、今回の計算に当たっては次のような値を用いた。[15]

$$C_{\alpha\beta}^l = \frac{1}{3 \times 2148} \begin{pmatrix} 906 & -120 & -120 \\ -75 & 668 & -28 \\ -75 & -28 & 688 \end{pmatrix} \quad (85)$$

$$C_\alpha^H = \frac{1}{2148} (37 \ 52 \ 52) \quad (86)$$

$\epsilon$  については、フレーバーごとに書かれるため、図 8 の計算から次のようになる。ここで、図 8 のループの含むダイアグラムの内、一行目を vertex からの補正、二行目を波動関数による補正と見る。

$$\epsilon_\alpha^i = \epsilon_\alpha^i(\text{vertex}) + \epsilon_\alpha^i(\text{wave}) \quad (87)$$

ここで、各  $\epsilon$  は次のように書かれる。[22]

$$\epsilon_\alpha^i(\text{vertex}) = -\frac{1}{8\pi} \sum_j \frac{M_j}{M_i} \log \left[ 1 + \frac{M_i^2}{M_j^2} \right] \frac{\Im[(\lambda^\dagger \lambda)_{ji} \lambda_{\alpha j}^* \lambda_{\alpha i}]}{(\lambda^\dagger \lambda)_{ii}} \quad (88)$$

$$\epsilon_\alpha^i(\text{wave}) = -\frac{1}{4\pi} \sum_j \frac{M_i}{M_j^2 - M_i^2} \frac{\Im\{[M_j(\lambda^\dagger \lambda)_{ji} + M_i(\lambda^\dagger \lambda)_{ij}] \lambda_{\alpha j}^* \lambda_{\alpha i}\}}{(\lambda^\dagger \lambda)_{ii}} \quad (89)$$

超対称性を含む理論では、右巻きニュートリノの崩壊過程として、 $N_i \rightarrow l_\alpha \phi$  以外に  $N_i \rightarrow \tilde{l}_\alpha \tilde{\chi}$  や  $\tilde{N}_i \rightarrow l_\alpha \tilde{\chi}$ 、 $\tilde{N}_i \rightarrow \tilde{l}_\alpha \phi$  がある。この崩壊過程についても、上記の式と同様に CP 非対称性を求めることができる。

生成されたレプトン非対称性は、バリオン非対称性に変換される。この際の変換効率は次のように書かれる。

$$Y_B = \frac{8}{23} Y_{B-L} \quad (90)$$

観測されたバリオン数から、要求されるレプトン数は次のような値になる。[16]

$$2.414 \times 10^{-10} \leq |Y_{B-L}| \leq 2.561 \times 10^{-10} \quad (91)$$

生成されるレプトン数の条件を満たし、同時にリチウム問題を解決できるような  $\epsilon$  と  $K$  を見つけるということが今回の研究の大きな目的の 1 つである。

## 4 Parameter search

この章では、本研究で行った計算において、何を input パラメータとしたのかという事について述べる。その後、input パラメータの slepton の混合行列に対する依存性について説明し、その特徴について述べる。

まず、Seesaw 機構における parametrization について述べる。CMSSM+Type-I の Seesaw 機構を考えると、ニュートリノの質量に関連した superpotential の項は、次のように書くことができる。

$$(\lambda_\nu)_{\alpha i} \epsilon_{ab} L_\alpha^a H_u^b N_i^c + \frac{1}{2} (M)_{ij} N_i^c N_j^c \quad (i = 1, 2, 3 \quad \alpha = 1, 2, 3) \quad (92)$$

ここで、 $(\lambda_\nu)_{\alpha i}$  はニュートリノ湯川結合で「 $\alpha$ 」はレプトンのフレーバー添字を表し、「 $i, j$ 」は右巻きニュートリノの添字である。 $\epsilon_{ab}$  は反対称テンソル、 $L_i^\alpha$  は  $SU(2)_L$  の二重項のカイラル多重項であり、 $H_u^b$  は up タイプの Higgs 二重項、 $N_i$  が MSSM に新しく導入した右巻きのマヨラナニュートリノ、 $(M)_{ij}$  がその質量行列である。以後、右巻きニュートリノの質量行列について、対角化されるような  $N_i$  の基底を考える。

Seesaw 機構を用いると、effective な軽いニュートリノの質量は、charged lepton の基底で次のように書くことができる。

$$(m_\nu)_{\alpha\beta} = (\lambda_\nu)_{\alpha i} M_i^{-1} (\lambda_\nu)_{i\beta} v_u^2 \quad (93)$$

ここで、 $v_u$  は  $H_u$  の真空期待値である。この軽いニュートリノの質量行列は、MNS 行列を用いて、対角化される。

$$(m_\nu) = U_{MNS}^* D_{m_\nu} U_{MNS}^\dagger \quad (94)$$

ここで、 $D_{m_\nu} = \text{diag}(m_{\nu_{1L}}, m_{\nu_{2L}}, m_{\nu_{3L}})$  である。軽いニュートリノの質量 2 乗差は次のように観測されている。[11]

$$\Delta m_{12}^2 = (6.93 - 7.96) \times 10^{-5} (\text{eV}^2) \quad (95)$$

$$\Delta m_{23}^2 = (2.42 - 2.66) \times 10^{-3} (\text{eV}^2) \quad (96)$$

いずれも  $3 - \sigma$  での値である。本研究では、この質量差が計算されるように軽いニュートリノの質量を設定しなければならない。

最も軽いニュートリノの質量  $m_{\nu_{1L}}$  は、input として値を動かすことができる。今回の計算に当たっては、

$$m_{\nu_{1L}} = 0.001 (\text{eV}) \quad (97)$$

と固定をした。

軽いニュートリノの質量行列を対角化するための MNS 行列は、3 つの実数角と 3 つの位相を用いて、次のように書かれる。

$$U_{MNS} = \hat{U} \cdot \text{diag}(1, e^{i\alpha}, e^{i\beta}) \quad (98)$$

$$\hat{U} = \begin{pmatrix} c_{13}c_{12} & c_{13}s_{12} & s_{13}e^{-i\delta} \\ -c_{23}s_{12} - s_{23}s_{13}c_{12}e^{i\delta} & c_{23}c_{12} - s_{23}s_{13}s_{12}e^{i\delta} & s_{23}c_{13} \\ s_{23}s_{12} - c_{23}s_{13}c_{12}e^{i\delta} & -s_{23}c_{12} - c_{23}s_{13}s_{12}e^{i\delta} & c_{23}c_{13} \end{pmatrix} \quad (99)$$

ここで、 $c_{ij} = \cos \theta_{ij}$ ,  $s_{ij} = \sin \theta_{ij}$  と書いた。今回の計算では、次のような値を用いた。  
[13]

$$\begin{aligned} s_{23} &= \sqrt{0.441} \\ s_{13} &= \sqrt{0.02166} \\ s_{12} &= \sqrt{0.306} \end{aligned}$$

MNS 行列には、「Majorana phases  $\alpha$ ,  $\beta$ 」と「Dirac phase  $\delta$ 」の計 3 つの位相が存在する。これらの値については、次のような値を用いた。

$$\begin{aligned} \alpha &= 0 \\ \beta &= 0 \\ \delta &= 261 \end{aligned}$$

Casas-Ibarra parametrization では、ニュートリノ湯川結合を次のように複素直交行列  $R$  を用いて書き表すことができる。

$$\lambda_\nu = \frac{1}{v_u} U_{MNS}^* \sqrt{D_{m_\nu}} R \sqrt{M} \quad (100)$$

ここで、行列  $R$  は 3 つの複素角を用いて、次のように書ける。

$$R = \begin{pmatrix} c_{13}c_{12} & c_{13}s_{12} & s_{13} \\ -c_{23}s_{12} & c_{23}c_{12} - s_{23}s_{13}s_{12} & s_{23}c_{13} \\ s_{23}s_{12} - c_{23}s_{13}c_{12} & -s_{23}c_{12} - c_{23}s_{13}s_{12} & c_{23}c_{13} \end{pmatrix}$$

ここで  $c_{ij} = \cos z_{ij}$ ,  $s_{ij} = \sin z_{ij}$  である。 $(z$  は複素数。) 以後、この複素数  $z$  を実部と虚部に分け、次のように  $x$  と  $y$  を用いて書き表すこととする。

$$z_{ij} = x_{ij} + iy_{ij} \quad (101)$$

要約すると、本研究において、理論における動かすことのできる input パラメータは合計 20 個存在する。この内訳は、

- CMSSM における input パラメータとして  $m_0$ ,  $m_{1/2}$ ,  $A_0$ ,  $\tan \beta$ ,  $\text{sign}(\mu)$  の 5 個
- Type-I の Seesaw 機構に関連したパラメータとして、軽いニュートリノの 3 種の質量  $m_{\nu_{1L}}$ ,  $m_{\nu_{2L}}$ ,  $m_{\nu_{3L}}$ 、重い右巻きニュートリノ 3 種の質量  $M_1, M_2, M_3$ 、PNMS 行列における majorana phase  $\alpha$ ,  $\beta$  と dirac phase  $\delta$  の 7 個
- Casas-Ibarra parametrization における複素直交行列  $R$  のパラメータ 6 個

となっている。このうち、 $\text{sign}(\mu)$ ,  $m_{\nu_{1L}}$ 、majorana phase  $\alpha$ ,  $\beta$ 、dirac phase  $\delta$  については、固定をしている。 $m_{\nu_{1L}}$ 、 $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\delta$  については前述した値を用いた。 $\text{sign}(\mu)$  については、

$$\text{sign}(\mu) > 0 \quad (102)$$

とし、計算に当たっては一貫してこの値を用いた。したがって、今回の計算では、残りである 15 個のパラメータについてパラメータサーチを行った。

## 4.1 計算に使用したプログラム

今回の計算に当たっては、「SPHeno」という計算コードを用いて計算を行った。[17][20]「SPHeno」は超対称性を含む理論などの高スケール理論の中で、超対称粒子の質量スペクトルを計算するためのプログラムである。このプログラムは、入力されたパラメータの値を利用し、繰り込み群方程式を 2-loop のレベルで数値的にとくことができる。これにより、粒子の質量及びその混合行列を得ることができる。さらにそこから、将来の物理実験で検証可能な、「ミュー粒子異常磁気モーメント」や「レプトンフレーバーの破れを含む相互作用の分岐比」等物理量を計算することができる。

## 4.2 パラメータサーチの方法

今回行ったこの 15 個のパラメータスペースにおけるパラメータサーチの方法について述べる。15 個のパラメータの内、ダークマター残存量が観測値と適合することを考慮した上で、 $A_0$  と  $\tan\beta$  の二つの値を計算にわたって固定することができる。さらに、output として出力されるダークマターの質量  $m_{DM}$  を決めることで、 $m_{1/2}$  の値を決めることができる。今回の計算では、 $m_{DM} = 380(\text{GeV})$  と設定をし、ダークマター残存量が観測値と矛盾なく計算できるように CMSSM パラメータの内 3 つを決めたうえで、パラメータサーチを行った。

更にここから、NLSP であるスレプトンと LSP であるニュートラリーノの質量差  $\delta m$  に欲しい値を要求することで、 $m_0$  の値を概ね決定することができる。このようにして、CMSSM パラメータの値を決めたうえで、リチウム問題とレプトン数生成から要求されるようなパラメータセットを探すということを今回の計算では行っている。以下の計算では、 $\tan\beta = 25$ 、 $m_{DM} = 380(\text{GeV})$ 、 $\delta m = 0.01(\text{GeV})$  とした。この時、ダークマター残存量が観測値と無矛盾にするためには、

$$m_{1/2} = 887(\text{GeV}) \quad (103)$$

$$A_0 = -3089.910471(\text{GeV}) \quad (104)$$

が要求される。 $m_0$  については、右巻きニュートリノの質量  $M_R$  に応じてその要求される値が動くが、概ね

$$m_0 \approx 707.3 \sim 707.4(\text{GeV}) \quad (105)$$

程度の値である。

残ったパラメータの内、 $M_R$  を決めると、レプトン数生成を考慮に入れることで複素直交行列  $R$  中の複素角  $z_{ij}$  の虚部  $y_{ij}$  の値、さらにニュートリノ振動実験と矛盾しないという条件から、軽いニュートリノの質量 2 乗差を定めることができる。今回の計算では、後に示すように 3 つの  $M_R$  の値については、その比をいくつかの場合に決めたとうえでパラメータサーチを行った。

複素角の実部  $x_{ij}$  の値は、リチウム問題から要求されるごく小さい slepton の electron mixing  $C_e$  から値を決定することができる。この  $C_e$  は、複素直交行列  $R$  中の複素角  $z_{ij}$  の

実部  $x_{ij}$  に大きく依存する。 $x_{ij}$  のごく狭い領域のみ、slepton がリチウム問題を解決する事の出来る長寿命を持つだけの小さな  $C_e$  が現れる。このことを示したのが下図である。

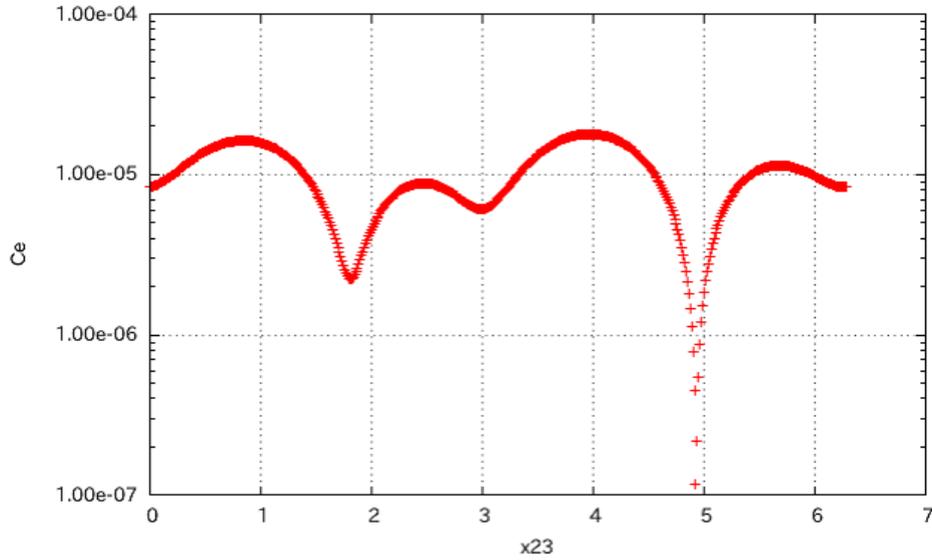


図 10: 横軸  $x_{23}$ 、縦軸  $C_e$  のプロットの例。他の複素角や右巻きニュートリノの質量、CMSSM パラメータについては値を固定し、 $x_{23}$  の値のみを  $0 \leq x_{12} \leq 2\pi$  の範囲で動かしている。この図から、ある  $x_{23}$  の範囲において、急激に  $C_e$  が小さくなる谷が現れることが分かる。 $C_e$  の下がる範囲で図を拡大すると、下図が描ける。

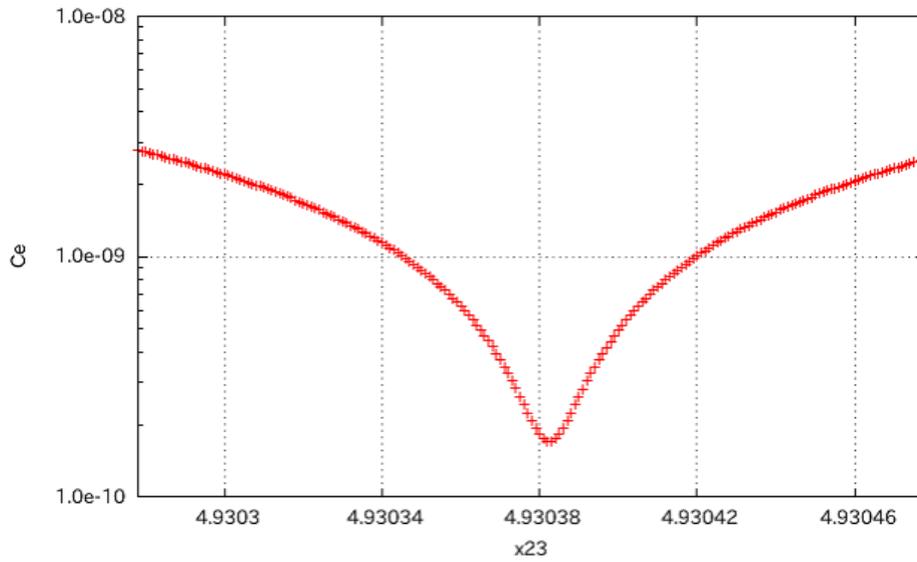


図 11: 横軸  $x_{23}$ 、縦軸  $C_e$  のプロットの例。上図の  $C_e$  の下がる範囲について拡大したものである。 $x_{23}$  の範囲は、 $4.930278 \leq x_{23} \leq 4.930478$  としている。この図から、複素角の実部  $x$  の値に応じて、 $C_e$  の値が小さくなる領域が存在するが、この「谷」には、底が存在しているということが分かる。このため、slepton の寿命を長くすることにも限界があるということが分かる。縦軸を slepton lifetime で置き換えると、下図を描くことができる。

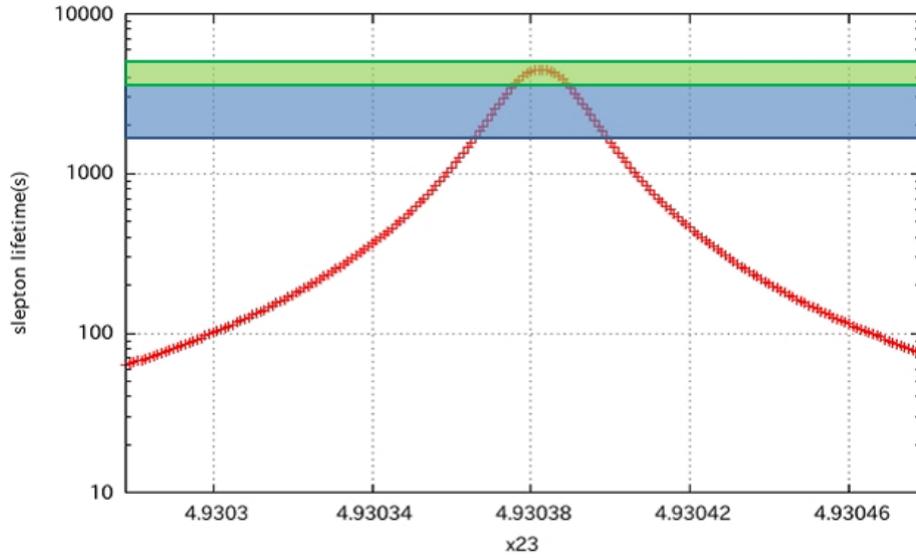


図 12: 横軸  $x_{23}$ 、縦軸 slepton lifetime(s) のプロット。図 10 の縦軸を slepton lifetime(s) に置き換えたものである。青色で囲まれた領域は、 ${}^7\text{Li}$  問題のみを考えた際に許される slepton の寿命を表す。また、緑色の領域は、 ${}^6\text{Li}$  問題も含めて考えた際に許される slepton の寿命である。このようなごく狭い  $x$  の領域に限り、 $C_e$  が小さくなるという振る舞いは、ほか二つの  $x$  でも変わらない。

このように  $C_e$  の下がる「谷」を見つけることで、 $x_{ij}$  の組を  $M_R$  ごとに探すことができる。また、図 9,10,11 から、ごく狭い  $x$  の領域のみ、リチウム問題を説明できる箇所が存在するということが分かる。図には、1 つの  $x$  についての依存性を描いたが、このような依存性は、他 2 つの  $x$  にも当てはまる。更に、この  $C_e$  の小さくなる領域は、 $M_1$  の値によっても異なるため、それぞれの  $M_1$  の値に応じて探さなければならない。したがって、一点を見つけるためには、ある  $x$  の組で計算をし、その都度、より  $C_e$  が小さくなるようにパラメータを調整しなければならない。

この計算されたパラメータセットにおいて、さらにレプトン数とダークマター残存量の計算を行い、パラメータセットごとに条件をすべて満たしているかを確認するということを行った。その結果、すべての条件を満たすようなパラメータが存在していることが分かった。下にそのパラメータセットの例を載せる。

input パラメータ	値
$m_0$	707.39791(GeV)
$m_{1/2}$	887(GeV)
$A_0$	-3089.10471(GeV)
$\tan \beta$	25
$\mu/ \mu $	+1
$m_{\nu_{1L}}$	0.001(eV)
$m_{\nu_{2L}}$	0.004038084(eV)
$m_{\nu_{3L}}$	0.011836956(eV)
$M_1$	$2.0 \times 10^{10}$ (GeV)
$M_2$	$8.0 \times 10^{10}$ (GeV)
$M_3$	$8.0 \times 10^{11}$ (GeV)
$\alpha$	0
$\beta$	0
$\delta$	261
$x_{12}$	2.28948
$x_{13}$	3.56000
$x_{23}$	4.80532
$y_{12}$	1.02
$y_{13}$	0.1
$y_{23}$	0.1

表 1: 考慮した条件すべてを満たすパラメータセットの例

このパラメータセットでは、mixing  $C_e$ 、 $C_\mu$  の値、 $\sin \theta_e$ 、slepton の寿命は次のように計算される。

output パラメータ	値
$C_e$	$3.27930 \times 10^{-10}$
$C_\mu$	$2.94497 \times 10^{-6}$
$\sin \theta_e$	0.187889
$\tau_{\tilde{l}}$	4217.04(s)

表 2: 表 1 のパラメータから計算される  $C_e$ 、 $C_\mu$  の値、 $\sin \theta_e$ 、slepton の寿命

したがって、このパラメータセットはリチウム問題の制限をクリアしている。また、ダークマターの残存量、質量、NLSP と LSP の質量差  $\delta m$  は、次のように計算された。

output パラメータ	値
$\Omega_{DM}h^2$	0.1154
$m_{DM}$	379.597(GeV)
$\delta m$	0.0100580(GeV)

表 3: 表 1 のパラメータから計算されるダークマターの残存量、質量、NLSP と LSP の質量差  $\delta m$

この値も観測値と矛盾しない。更に、SPHeno を用いて計算された軽いニュートリノの質量二乗差は次のような値となった。

output パラメータ	値
$m_{\text{atm}}^2$	$2.52415 \times 10^{-3}(\text{eV}^2)$
$m_{\text{sol}}^2$	$7.47449 \times 10^{-5}(\text{eV}^2)$

表 4: 表 1 のパラメータから計算される軽いニュートリノの質量二乗差

この値も、(88) 式、(89) 式と矛盾しない。

また、このパラメータセットで生成されるレプトン数は次のようになっている。

$$|Y_{B-L}| = 2.52188 \times 10^{-10} \quad (106)$$

よって、レプトン数の観点からも観測値と矛盾しない。このデータにおけるレプトン数の発展を図にすると、下図のようになる。

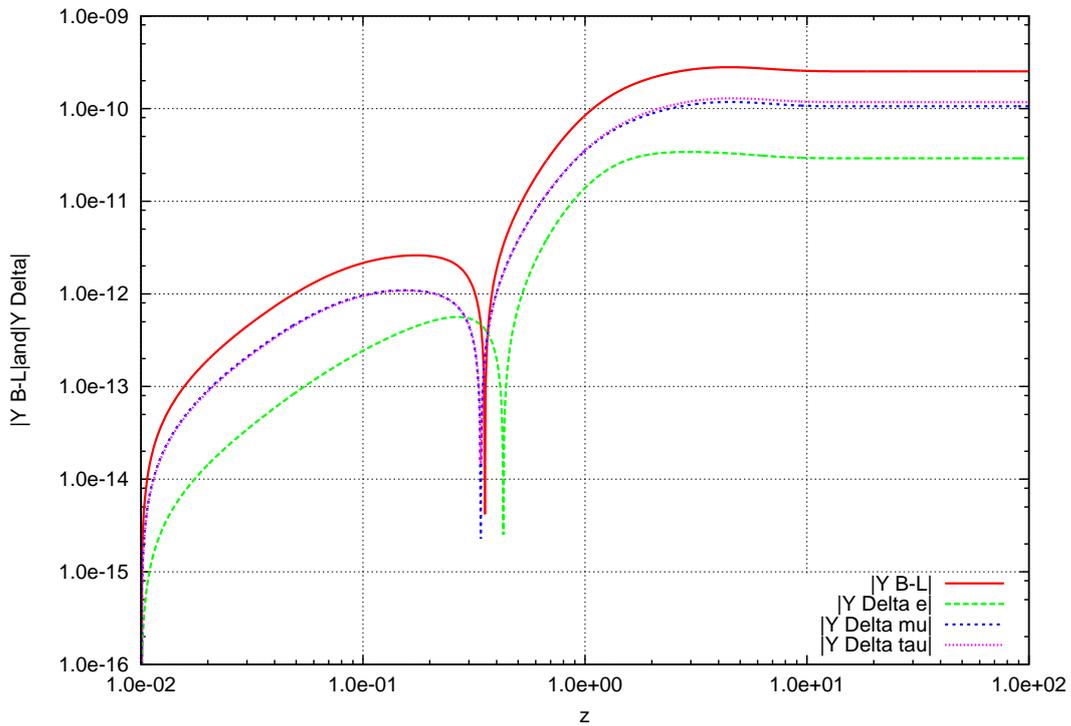


図 13: 表 1 のパラメータセットにおける各レプトンフレーバーごとのレプトン数の発展の様子を示した図。緑色の線が  $|Y_{\Delta_e}|$ 、青色の線が  $|Y_{\Delta_\mu}|$ 、桃色の線が  $|Y_{\Delta_\tau}|$  を表す。赤色の線は、 $|Y_{B-L}|$  の値を示している。

図 13 では、レプトジェネシスにおけるレプトン数の振る舞いの特徴を見ることが出来る。各レプトン数は、宇宙初期において、単調に増加する。この領域では、右巻きニュートリノの逆崩壊により、まず負のレプトン数が生成されることを示している。その後、急激にレプトン数が下がるが、これが「washout」の寄与である。この効果により、この時まで生成されたレプトン数が、右巻きニュートリノの崩壊に伴い、洗い流される。そして、その崩壊により「正」のレプトン数が生成される。

以上からこのパラメータセットでは、全ての課した条件をクリアーしていることが確かめられた。このようなすべての条件を満たすパラメータセットの探索を各  $M_1$ 、 $M_2$ 、 $M_3$  ごとに行った。

発見されたパラメータセットの特徴について議論するためには、やみくもにすべての input パラメータを動かすのではなく、「体系的に」パラメータサーチをすることが必要となる。そこで、パラメータセットの特徴を見るためにどのように体系的に計算を行ったかということについて述べる。今回の計算では、右巻きニュートリノの質量比を決めたうえで、質量比の場合ごとに予言される物理量を  $M_1$  の関数として計算した。計算において、

用いた右巻きニュートリノの質量比は次の場合である。

$$1. M_2 = 4 \times M_1, M_3 = 40 \times M_1$$

さらに、前述のように  $M$  の値が決まると、その値ごとに生成されるレプトン数を考慮することで、複素直交行列  $R$  中の複素角の虚部  $y$  の組を決定することができる。今回は、 $y$  の調整を簡単にするために、3つある  $y$  の内、 $y_{23} = y_{13} = 0.1$  とし、レプトン数の調整には、 $y_{12}$  の値を動かすことで対応した。このように  $M$  と  $y$  の値を決めたうえで、slepton が十分長寿命になるようなパラメータセットを探索し、そのセットがすべての条件を満たしているということを確認した。

### 4.3 $M_1$ の満たすべき領域

次に、得られたパラメータセットの特徴について述べる。最初にパラメータの見つかった  $M_1$  の領域について述べる。パラメータサーチから、各  $M$  の質量比ごとに、全ての条件を満たすパラメータセットが存在する為には、 $M_1$  の値に対して、上限値と下限値がそれぞれ決まるということが分かった。今回のパラメータサーチでは、質量比ごとに次のような  $M_1$  の領域でパラメータの組が見つかっている。

$$1. M_2 = 4 \times M_1, M_3 = 40 \times M_1 \text{ の場合、}$$

- ${}^6\text{Li}$  問題と  ${}^7\text{Li}$  問題を考慮したとき、

$$1.7 \times 10^9 (\text{GeV}) \leq M_1 \leq 7.0 \times 10^{10} (\text{GeV}) \quad (107)$$

- ${}^7\text{Li}$  問題を考慮したとき、

$$1.7 \times 10^9 (\text{GeV}) \leq M_1 \leq 1.0 \times 10^{11} (\text{GeV}) \quad (108)$$

この  $M_1$  の上限値と下限値が何に由来するかということについて述べる。

まず、上限値はリチウム問題から由来する。式 (100) から、 $M_1$  の値を大きくするという事は、ニュートリノ湯川結合の絶対値を大きくするという事と同義であり、その依存性は  $\lambda \propto \sqrt{M}$  となっている。このことから、 $M_1$  の値が大きくなるにつれ、ニュートリノ湯川結合の値が大きくなり、その結果、slepton の寿命を十分長くするだけの小さな混合  $C_e$  が実現できなくなる。したがって、上限値がある値に決まる。

下限値は、レプトン数生成に由来する。レプトン数生成に寄与する 1-loop ダイアグラムの計算から、CP の破れの大きさは、偶然小さくなる場合も考えられるが、基本的にはニュートリノ湯川結合の絶対値が大きいくほど大きくなりやすい。このことから、例えば他のパラメータの値を変えず、 $M_1$  のみを大きくした場合、生成されるレプトン数は増えるということが分かる。逆に、ある  $M_1$  を境目にして、CP の破れが不足し、必要なレプトン数が生成できなくなる事が言える。これにより、 $M_1$  の値に対して、下限値が現れる。

$M_1$  に対して上限が現れることを詳しく説明する。先に述べたとおり、 $C_e$  の値を小さくすることのできる「谷」はごく限られた  $x$  の組において実現できる。右巻きニュートリノの質量比を定め、 $M_1$  の値を大きくすることにより、図 10 に見られるような  $C_e$  の下限値が押しあがる。4.2 節にて、 $M_2 = 4 \times M_1$  の場合、 $M_1 = 1.0 \times 10^{11}(\text{GeV})$  が上限であることを述べた。 $M_1$  がこれ以上増大した場合、リチウム問題を解決することのできる  $C_e$  が存在しない。

具体例として、 $M_1 = 1.2 \times 10^{11}(\text{GeV})$  の場合を考える。この場合、次の表に示すような input の時、slepton の寿命が最大となる。

input パラメータ	値
$m_0$	707.38541(GeV)
$m_{1/2}$	887(GeV)
$A_0$	-3089.10471(GeV)
$\tan \beta$	25
$\mu/ \mu $	+1
$m_{\nu_{1L}}$	0.001(eV)
$m_{\nu_{2L}}$	0.00232465(eV)
$m_{\nu_{3L}}$	0.00560443(eV)
$M_1$	$1.2 \times 10^{11}(\text{GeV})$
$M_2$	$4.8 \times 10^{11}(\text{GeV})$
$M_3$	$4.8 \times 10^{12}(\text{GeV})$
$\alpha$	0
$\beta$	0
$\delta$	261
$x_{12}$	2.9099300
$x_{13}$	3.5133670
$x_{23}$	4.9418753
$y_{12}$	1.64
$y_{13}$	0.1
$y_{23}$	0.1

表 5:  $M_1 = 1.2 \times 10^{11}(\text{GeV})$  の場合の slepton の寿命が最も長くなるパラメータセット

表 5 の input パラメータを以て計算された  $C_e$  と slepton lifetime は次のようになる。

output パラメータ	値
$C_e$	$2.91921 \times 10^{-10}$
$\sin \theta_e$	0.994967
$\tau_{\tilde{l}}$	1454.30(s)

表 6: 表 5 のパラメータから計算される  $C_e$ 、 $\sin \theta_e$ 、slepton の寿命

表 6 から、このパラメータセットではリチウム問題を解決することができないということが分かる。実際に、 $C_e$  の「谷」がこの点の近傍においてこれ以上下がる事が無い事を図に示す。次のような表 5 の近傍の範囲  $x$  における  $C_e$  と slepton lifetime の振る舞いを見る。

$$x_{12} = 2.9099300 \pm 0.01$$

$$x_{13} = 3.5133670 \pm 0.0001$$

$$x_{23} = 4.9418753 \pm 0.0001$$

この範囲における計算された  $C_e$  と slepton lifetime は次のようになる。

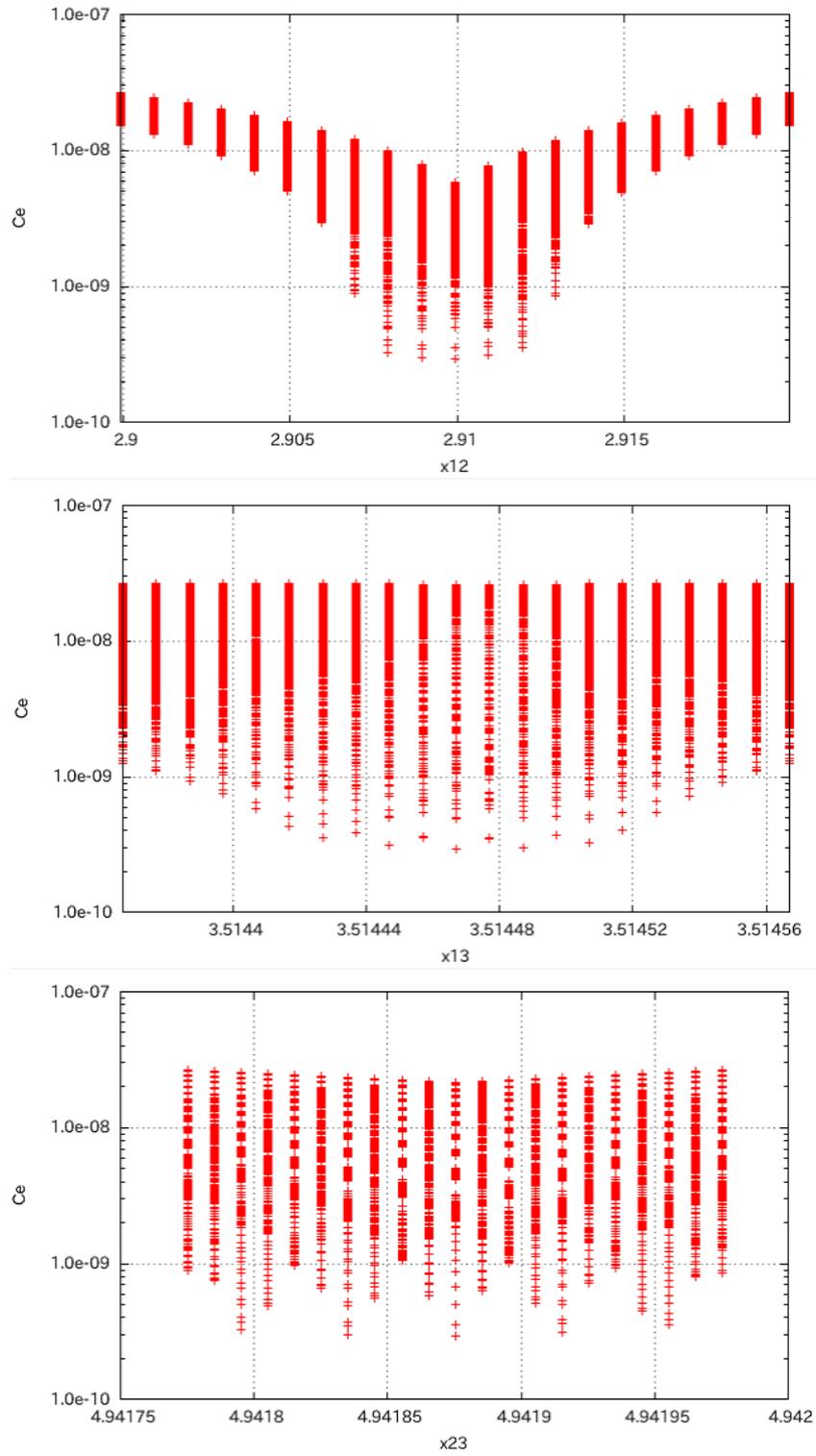


図 14: 各  $x$  に対して  $C_e$  の振る舞いを表した図。3つの図において、縦軸は共通して  $C_e$  である。横軸は、上から  $x_{12}, x_{13}, x_{23}$  と設定している。これらの図から、表 6 のパラメータセット近傍において、 $C_e$  の値がそれ以上下がないということが分かる。

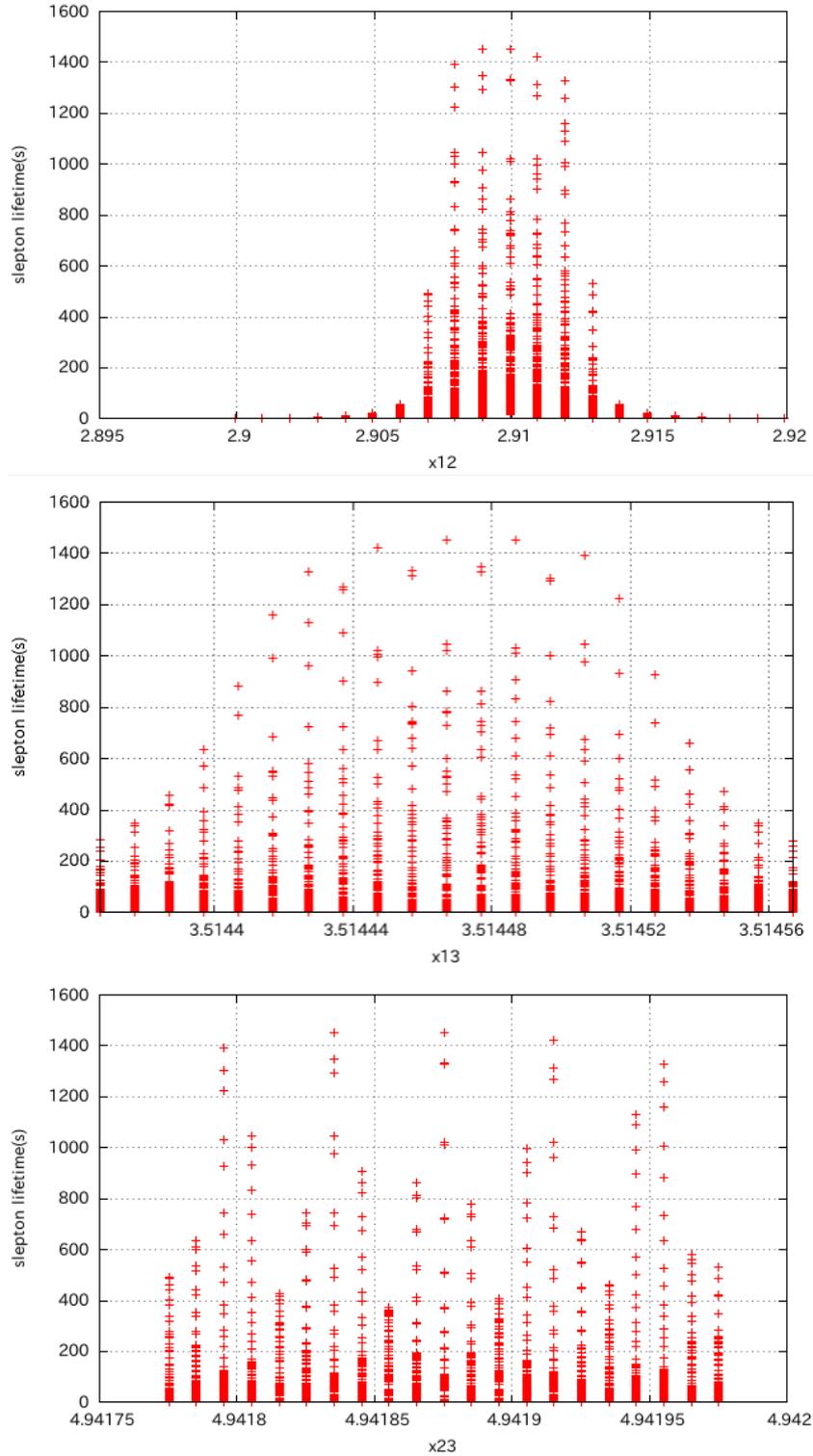


図 15: 各  $x$  に対して slepton lifetime の振る舞いを表した図。3つの図において、縦軸は共通して slepton lifetime である。横軸は、上から  $x_{12}, x_{13}, x_{23}$  と設定している。これらの図から、表 6 のパラメータセット近傍において、slepton lifetime の値がリチウム問題の解決に最低限必要な 1700(s) に届かないということが分かる。

以上から、 $M_1$  には上限が存在しているということが言える。

#### 4.4 $BR(\mu \rightarrow e\gamma)$

次に、得られたパラメータ群から計算された物理量について述べる。今回の計算により得られた結果から、予言される物理量の内、ここでは  $BR(\mu \rightarrow e\gamma)$  の  $M_1$  に対する振る舞いについて述べる。前述のような  $M_1$  の範囲内で得られたパラメータセットから計算された  $BR(\mu \rightarrow e\gamma)$  と  $M_1$  の関係は、次のようになる。

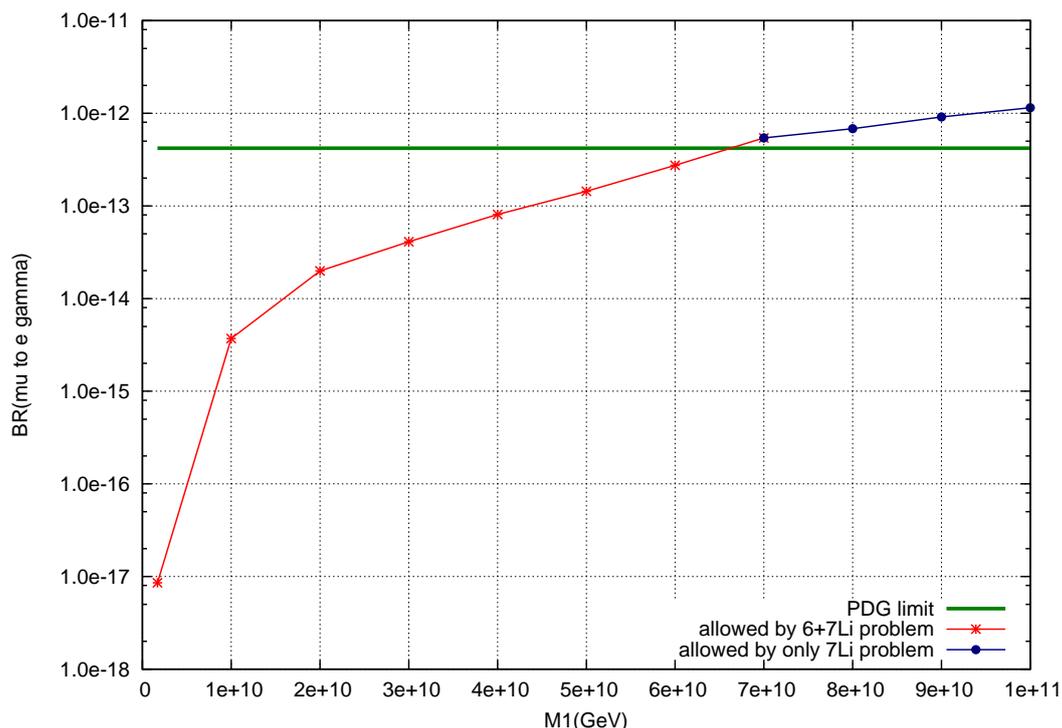


図 16: 縦軸:  $BR(\mu \rightarrow e\gamma)$  横軸:  $M_1(\text{GeV})$ 。リチウム問題を解決可能なパラメータセットにおける  $M_1$  対  $BR(\mu \rightarrow e\gamma)$  の図である。緑で書かれた横線は、PDG での limit を表す。したがって、現在の観測では少なくとも  $BR(\mu \rightarrow e\gamma) \leq 4.2 \times 10^{-13}$  であることが分かっている。図中では、緑の線の上の領域が実験から制限される。右上がりの線は、パラメータセットごとに計算された  $BR(\mu \rightarrow e\gamma)$  の値を結んだものである。赤色の実線で書かれた領域は、 ${}^6\text{Li}$  問題と  ${}^7\text{Li}$  問題の両方を解決することができる。対して青色の実線で書かれた領域は、 ${}^7\text{Li}$  問題のみを解決できる。

図 3 から読み取れることについて述べる。

観測から  $BR(\mu \rightarrow e\gamma) < 4.2 \times 10^{-13}$  と制限をされている。この制限を表しているのが、図 3 の横の緑の線である。図 3 からこの緑の線より下部にパラメータが存在していること

が分かる。さらに、 ${}^6\text{Li}$  問題と  ${}^7\text{Li}$  問題を考慮した際に許されるパラメータセットを青色と赤色で表示している。

この図から、現在観測により制限されている境界に、 ${}^6\text{Li}$  問題と  ${}^7\text{Li}$  問題の両方を解決できる  $M_1$  の上限が存在していることが分かる。このことは、「現在に至るまで meg が観測できなかったことは、リチウム問題を考慮すると自然である」事を表す。

また、将来実験により、今回用いたモデルの妥当性を評価できる。BR( $\mu \rightarrow e\gamma$ ) に関しては、「MEG-2」実験により、現在実験から得られているバンドから 1 桁ほど小さな領域まで、制限される領域の下限値が下がることが予想される。

## 4.5 その他の物理量について

次に、他の計算された物理量について述べる。

### 4.5.1 $\mu$ 粒子の異常磁気モーメント

最初に、 $\mu$  粒子の異常磁気モーメントに対する超対称模型の寄与について述べる。 $\mu$  粒子の異常磁気モーメントの観測値は、次のようなものである。[10]

$$a_\mu^{\text{exp}} = 116592089(54)(33) \times 10^{-11} \quad (109)$$

(誤差は直交する。) これに対し、標準理論における異常磁気モーメントの値は、次のように計算される。[12]

$$a_\mu^{\text{SM}} = 116591828(43)(26)(2) \times 10^{-11} \quad (110)$$

この式から、観測値と標準理論における異常磁気モーメントの理論値には差が生じているということが分かる。2式から、

$$\Delta a_\mu = a_\mu^{\text{exp}} - a_\mu^{\text{SM}} = 261(50)(63) \times 10^{-11} \quad (111)$$

である。したがって、観測値と理論値には、 $3.2\sigma$  の差が生じている。この差を超対称性による寄与で説明できるかということに興味がある。今回の計算で得られたパラメータの計算では、主に Seesaw 機構に関連したパラメータを動かしており、CMSSM のパラメータについては、 $m_0$  以外固定している。したがって、図 3 の各点における超対称性による異常磁気モーメントへの寄与は、ほぼ変わらない。例えば、表 1 における計算された超対称性の異常磁気モーメントへの寄与は次のように計算された。

$$a_\mu^{\text{SUSY}} = 3.53663770 \times 10^{-10} \quad (112)$$

これは、式 (111) の  $3\sigma$  に入っている。その為、このパラメータセットは  $\mu$  粒子における異常磁気モーメントの値も説明することができる。

#### 4.5.2 BR( $\mu \rightarrow e\gamma$ ) 以外の LFV に関する分岐比

この節では、BR( $\mu \rightarrow e\gamma$ ) 以外の計算された分岐比の値について述べる。今回 LFV に関する相互作用のうち、出力した分岐比は次のようなものである。

- BR( $\mu \rightarrow 3e$ )
- BR( $\tau \rightarrow e\gamma$ )
- BR( $\tau \rightarrow \mu\gamma$ )
- BR( $\tau \rightarrow 3e$ )
- BR( $\tau \rightarrow 3\mu$ )

これらの分岐比については、次のように観測から上限がつけられている。

反応過程	現在の制限
BR( $\mu \rightarrow 3e$ )	$< 1.0 \times 10^{-12}$ [18]
BR( $\tau \rightarrow e\gamma$ )	$< 8.5 \times 10^{-8}$ [19]
BR( $\tau \rightarrow \mu\gamma$ )	$< 5.9 \times 10^{-8}$ [19]
BR( $\tau \rightarrow 3e$ )	$< 2.6 \times 10^{-8}$ [19]
BR( $\tau \rightarrow 3\mu$ )	$< 2.0 \times 10^{-8}$ [19]

表 7: 各分岐比と現在の観測からの制限値。

発見したパラメータセットにおける分岐比の値は、この制限値より大幅に小さい値となった。

反応過程	計算値
BR( $\mu \rightarrow 3e$ )	$5.23642 \times 10^{-20} - 7.04254 \times 10^{-15}$
BR( $\tau \rightarrow e\gamma$ )	$2.54178 \times 10^{-23} - 3.67774 \times 10^{-22}$
BR( $\tau \rightarrow \mu\gamma$ )	$9.66780 \times 10^{-17} - 2.99991 \times 10^{-15}$
BR( $\tau \rightarrow 3e$ )	$2.66691 \times 10^{-25} - 3.10322 \times 10^{-24}$
BR( $\tau \rightarrow 3\mu$ )	$2.16131 \times 10^{-19} - 6.70691 \times 10^{-18}$

表 8: 今回計算されたレプトンフレーバーを破る過程の分岐比。表 7 の制限よりも大幅に小さいことが分かる。

したがって、BR( $\mu \rightarrow e\gamma$ ) 以外の分岐比については、今回のパラメータセットでは実験から制限されない。

これ等の値の中で、将来実験により検証可能なものとして、特に BR( $\mu \rightarrow 3e$ ) が挙げられる。この反応過程については「Mu3e」実験により、バンドが  $< 10^{-15}$  程度まで下がることが予想されている。これ等の実験からも、今回のモデルについて検証ができるということが分かる。

### 4.5.3 粒子の計算されたスペクトラム

ここでは、計算された粒子のスペクトラムと現在の観測由来の制限について比較をする。超対称粒子の質量は、ニュートリノ湯川行列にも多少依存するが、CMSSM パラメータに大きく依存している。その為、今回の研究のように CMSSM パラメータをほぼ固定している場合には、パラメータセットごとの値の違いはほとんど見受けられない。したがって、本節では表 1 にまとめたパラメータセットを例にして、その際に計算された超対称性粒子・ヒッグス粒子の質量について述べることにする。

まず、ヒッグス粒子の質量について述べる。表 1 のパラメータセットでは、ヒッグス粒子のうち質量のもっとも軽いものについては、

$$m_{h_0} = 125.597(\text{GeV}) \quad (113)$$

と計算された。これに対して、現在の実験では次のように質量が観測されている。[21]

$$m_{h_0exp} = 125.09 \pm 0.21 \pm 0.11 \quad (114)$$

したがって、今回の計算値は観測値の  $2 - \sigma$  以内に収まっているため矛盾しない。

次に、グルイーノ  $\tilde{g}$  について述べる。これは計算値と現在の観測による制限値が非常に近いため、今回のモデルを実験において検証をする際の目安の 1 つとなる。今回の計算では、次のような値となった。

$$m_{\tilde{g}} = 1986.75(\text{GeV}) \quad (115)$$

これに対して、実験では次のように質量の下限值が定められている。

$$m_{\tilde{g}exp} > 700 - 1780(\text{GeV}) \quad (116)$$

したがって、今回の計算された値は実験と矛盾するものではないが、近い将来観測による下限値が上がることにより、今回の計算に用いたモデルの検証を行うことができる。

## 5 まとめ

この研究では、CMSSM+RH-neutrino モデルにおいて、リチウム問題とレプトン数生成、暗黒物質残存量や既存の実験による観測からの制限と無矛盾であるようなパラメータ領域がいまだに存在しているのかということについて調べた。

その結果、Casas-Ibarra parameterization を用いると、複素直交行列  $R$  の複素角の実部のごく限られた領域において、リチウム問題を解決できるような長寿命荷電粒子が存在できるということが分かった。更に、長寿命荷電粒子が存在する条件のもと、複素直交行列  $R$  の複素角の虚部を調節することで、レプトン数生成と矛盾しないパラメータセットが存在していることも分かった。

これ等のパラメータセットの探索を、3種類存在する右巻きニュートリノのそれぞれの質量比を定め体系的に行ったところ、すべての条件を満たすためには最も軽い右巻きニュートリノの質量  $M_1$  がある領域に制限されることが分かった。この時の上限は、リチウム問題から要求される小さなスレプトン混合を実現するために表れる。さらに  $M_1$  の下限値は、レプトン数生成から要求される程度の CP の非対称性から現れる。

この時に計算されたレプトンフレーバーを破る相互作用の分岐比において、現在の実験の観測により制限されない領域に対してもパラメータセットが存在していることが分かった。特に  $\text{BR}(\mu \rightarrow e\gamma)$  については、その制限値とリチウム問題由来の上限値がほぼ一致しているため、近い将来の実験結果を用いて、今回計算に使用したモデルを評価することができる。

## A 現在までに発見できたパラメータセット

補足として、現在までに発見することのできた 11 点のパラメータセットの値を表としてまとめる。

input パラメータ	Point1	Point2
$m_0$	707.403(GeV)	707.40053(GeV)
$m_{1/2}$	887(GeV)	887(GeV)
$A_0$	-3089.10471(GeV)	-3089.10471(GeV)
$\tan \beta$	25	25
$\mu/ \mu $	+1	+1
$m_{\nu_{1L}}$	0.001(eV)	0.001(eV)
$m_{\nu_{2L}}$	0.00356633(eV)	0.00403808(eV)
$m_{\nu_{3L}}$	0.01901503(eV)	0.01396974(eV)
$M_1$	$1.7 \times 10^9$ (GeV)	$1.0 \times 10^{10}$ (GeV)
$M_2$	$6.8 \times 10^9$ (GeV)	$4.0 \times 10^{10}$ (GeV)
$M_3$	$6.8 \times 10^{10}$ (GeV)	$4.0 \times 10^{11}$ (GeV)
$\alpha$	0	0
$\beta$	0	0
$\delta$	261	261
$x_{12}$	2.9593	2.6423
$x_{13}$	3.217	3.5055
$x_{23}$	4.772	4.78388
$y_{12}$	0.19	0.85
$y_{13}$	0.1	0.1
$y_{23}$	0.1	0.1

output パラメータ	Point1	Point2
$C_e$	$3.39700 \times 10^{-10}$	$3.29759 \times 10^{-10}$
$C_\mu$	$6.50779 \times 10^{-7}$	$1.91174 \times 10^{-6}$
$\sin \theta_e$	0.00414	0.08192
$\tau_{\bar{l}}$	4245.88(s)	4463.22(s)
$\Omega_{DM} h^2$	0.1154	0.1154
$m_{DM}$	379.597(GeV)	379.597(GeV)
$\delta m$	0.01001(GeV)	0.01003(GeV)
$m_{\text{atm}}^2$	$2.62659 \times 10^{-3}$ (eV <sup>2</sup> )	$2.44489 \times 10^{-3}$ (eV <sup>2</sup> )
$m_{\text{sol}}^2$	$7.41392 \times 10^{-5}$ (eV <sup>2</sup> )	$7.93435 \times 10^{-5}$ (eV <sup>2</sup> )
$ Y_{B-L} $	$2.51300 \times 10^{-10}$	$2.49262 \times 10^{-10}$

input パラメータ	Point3	Point4
$m_0$	707.39791(GeV)	707.39557(GeV)
$m_{1/2}$	887(GeV)	887(GeV)
$A_0$	-3089.10471(GeV)	-3089.10471(GeV)
$\tan \beta$	25	25
$\mu/ \mu $	+1	+1
$m_{\nu_{1L}}$	0.001(eV)	0.001(eV)
$m_{\nu_{2L}}$	0.00403808(eV)	0.00392722(eV)
$m_{\nu_{3L}}$	0.01188370(eV)	0.01030372(eV)
$M_1$	$2.0 \times 10^{10}$ (GeV)	$3.0 \times 10^{10}$ (GeV)
$M_2$	$8.0 \times 10^{10}$ (GeV)	$1.2 \times 10^{11}$ (GeV)
$M_3$	$8.0 \times 10^{11}$ (GeV)	$1.2 \times 10^{12}$ (GeV)
$\alpha$	0	0
$\beta$	0	0
$\delta$	261	261
$x_{12}$	2.28948	2.1017
$x_{13}$	3.56	2.55812
$x_{23}$	4.80532	4.834354
$y_{12}$	1.02	1.08
$y_{13}$	0.1	0.1
$y_{23}$	0.1	0.1

output パラメータ	Point3	Point4
$C_e$	$3.27931 \times 10^{-10}$	$3.19254 \times 10^{-10}$
$C_\mu$	$2.94497 \times 10^{-6}$	$3.75946 \times 10^{-6}$
$\sin \theta_e$	0.18789	0.28333
$\tau_{\bar{l}}$	4217.04(s)	4057.28(s)
$\Omega_{DM} h^2$	0.1154	0.1154
$m_{DM}$	379.597(GeV)	379.597(GeV)
$\delta m$	0.01005(GeV)	0.00999(GeV)
$m_{\text{atm}}^2$	$2.52415 \times 10^{-3}$ (eV <sup>2</sup> )	$2.49187 \times 10^{-3}$ (eV <sup>2</sup> )
$m_{\text{sol}}^2$	$7.47449 \times 10^{-5}$ (eV <sup>2</sup> )	$6.94601 \times 10^{-5}$ (eV <sup>2</sup> )
$ Y_{B-L} $	$2.52188 \times 10^{-10}$	$2.47620 \times 10^{-10}$

input パラメータ	Point5	Point6
$m_0$	707.3933(GeV)	707.392(GeV)
$m_{1/2}$	887(GeV)	887(GeV)
$A_0$	-3089.10471(GeV)	-3089.10471(GeV)
$\tan \beta$	25	25
$\mu/ \mu $	+1	+1
$m_{\nu_{1L}}$	0.001(eV)	0.001(eV)
$m_{\nu_{2L}}$	0.00379379(eV)	0.00335767(eV)
$m_{\nu_{3L}}$	0.00938267(eV)	0.00747459(eV)
$M_1$	$4.0 \times 10^{10}$ (GeV)	$5.0 \times 10^{10}$ (GeV)
$M_2$	$1.6 \times 10^{11}$ (GeV)	$2.0 \times 10^{11}$ (GeV)
$M_3$	$1.6 \times 10^{12}$ (GeV)	$2.0 \times 10^{12}$ (GeV)
$\alpha$	0	0
$\beta$	0	0
$\delta$	261	261
$x_{12}$	2.0366	2.0475
$x_{13}$	3.54088	3.50087
$x_{23}$	4.85903	4.903623
$y_{12}$	1.16	1.3
$y_{13}$	0.1	0.1
$y_{23}$	0.1	0.1

output パラメータ	Point5	Point6
$C_e$	$2.87932 \times 10^{-10}$	$2.41461 \times 10^{-10}$
$C_\mu$	$4.25107 \times 10^{-6}$	$3.77742 \times 10^{-6}$
$\sin \theta_e$	0.41754	0.58858
$\tau_{\bar{l}}$	4038.55(s)	4253.61(s)
$\Omega_{DM} h^2$	0.1154	0.1154
$m_{DM}$	379.597(GeV)	379.597(GeV)
$\delta m$	0.01006(GeV)	0.01008(GeV)
$m_{\text{atm}}^2$	$2.60418 \times 10^{-3}$ (eV <sup>2</sup> )	$2.61957 \times 10^{-3}$ (eV <sup>2</sup> )
$m_{\text{sol}}^2$	$7.60123 \times 10^{-5}$ (eV <sup>2</sup> )	$7.53903 \times 10^{-5}$ (eV <sup>2</sup> )
$ Y_{B-L} $	$2.50860 \times 10^{-10}$	$2.50220 \times 10^{-10}$

input パラメータ	Point7	Point8
$m_0$	707.3916(GeV)	707.3921(GeV)
$m_{1/2}$	887(GeV)	887(GeV)
$A_0$	-3089.10471(GeV)	-3089.10471(GeV)
$\tan \beta$	25	25
$\mu/ \mu $	+1	+1
$m_{\nu_{1L}}$	0.001(eV)	0.001(eV)
$m_{\nu_{2L}}$	0.00291547(eV)	0.00242939(eV)
$m_{\nu_{3L}}$	0.00631116(eV)	0.00563742(eV)
$M_1$	$6.0 \times 10^{10}$ (GeV)	$7.0 \times 10^{10}$ (GeV)
$M_2$	$2.4 \times 10^{11}$ (GeV)	$2.8 \times 10^{11}$ (GeV)
$M_3$	$2.4 \times 10^{12}$ (GeV)	$2.8 \times 10^{12}$ (GeV)
$\alpha$	0	0
$\beta$	0	0
$\delta$	261	261
$x_{12}$	2.1025	2.649397
$x_{13}$	3.494928	3.50445
$x_{23}$	4.930378	4.93424
$y_{12}$	1.45	1.6
$y_{13}$	0.1	0.1
$y_{23}$	0.1	0.1

output パラメータ	Point7	Point8
$C_e$	$2.07802 \times 10^{-10}$	$1.82037 \times 10^{-10}$
$C_\mu$	$3.26905 \times 10^{-6}$	$2.74881 \times 10^{-6}$
$\sin \theta_e$	0.79124	0.99449
$\tau_{\bar{l}}$	4061.76(s)	3676.80(s)
$\Omega_{DM} h^2$	0.1154	0.1154
$m_{DM}$	379.597(GeV)	379.597(GeV)
$\delta m$	0.01003(GeV)	0.01009(GeV)
$m_{\text{atm}}^2$	$2.65897 \times 10^{-3}$ (eV <sup>2</sup> )	$2.57529 \times 10^{-3}$ (eV <sup>2</sup> )
$m_{\text{sol}}^2$	$7.21571 \times 10^{-5}$ (eV <sup>2</sup> )	$7.07110 \times 10^{-5}$ (eV <sup>2</sup> )
$ Y_{B-L} $	$2.47139 \times 10^{-10}$	$2.55711 \times 10^{-10}$

input パラメータ	Point9	Point10
$m_0$	707.39064(GeV)	707.38922(GeV)
$m_{1/2}$	887(GeV)	887(GeV)
$A_0$	-3089.10471(GeV)	-3089.10471(GeV)
$\tan \beta$	25	25
$\mu/ \mu $	+1	+1
$m_{\nu_{1L}}$	0.001(eV)	0.001(eV)
$m_{\nu_{2L}}$	0.00240355(eV)	0.00238484(eV)
$m_{\nu_{3L}}$	0.00560443(eV)	0.00560443(eV)
$M_1$	$8.0 \times 10^{10}$ (GeV)	$9.0 \times 10^{10}$ (GeV)
$M_2$	$3.2 \times 10^{11}$ (GeV)	$3.6 \times 10^{11}$ (GeV)
$M_3$	$3.2 \times 10^{12}$ (GeV)	$3.6 \times 10^{12}$ (GeV)
$\alpha$	0	0
$\beta$	0	0
$\delta$	261	261
$x_{12}$	2.768526	2.817
$x_{13}$	3.499754	3.50263
$x_{23}$	4.9394246	4.941047
$y_{12}$	1.6	1.62
$y_{13}$	0.1	0.1
$y_{23}$	0.1	0.1

output パラメータ	Point9	Point10
$C_e$	$2.01725 \times 10^{-10}$	$2.32810 \times 10^{-10}$
$C_\mu$	$3.07927 \times 10^{-6}$	$3.34804 \times 10^{-6}$
$\sin \theta_e$	0.99718	0.97144
$\tau_{\bar{l}}$	3016.34(s)	2383.71(s)
$\Omega_{DM} h^2$	0.1154	0.1154
$m_{DM}$	379.597(GeV)	379.597(GeV)
$\delta m$	0.01003(GeV)	0.01001(GeV)
$m_{\text{atm}}^2$	$2.48226 \times 10^{-3}$ (eV <sup>2</sup> )	$2.55573 \times 10^{-3}$ (eV <sup>2</sup> )
$m_{\text{sol}}^2$	$7.15220 \times 10^{-5}$ (eV <sup>2</sup> )	$7.27210 \times 10^{-5}$ (eV <sup>2</sup> )
$ Y_{B-L} $	$2.50848 \times 10^{-10}$	$2.45900 \times 10^{-10}$

input パラメータ	Point11
$m_0$	707.3879(GeV)
$m_{1/2}$	887(GeV)
$A_0$	-3089.10471(GeV)
$\tan \beta$	25
$\mu/ \mu $	+1
$m_{\nu_{1L}}$	0.001(eV)
$m_{\nu_{2L}}$	0.00236372(eV)
$m_{\nu_{3L}}$	0.00560443(eV)
$M_1$	$1.0 \times 10^{11}$ (GeV)
$M_2$	$4.0 \times 10^{11}$ (GeV)
$M_3$	$4.0 \times 10^{12}$ (GeV)
$\alpha$	0
$\beta$	0
$\delta$	261
$x_{12}$	2.85091
$x_{13}$	3.506576
$x_{23}$	4.9414737
$y_{12}$	1.63
$y_{13}$	0.1
$y_{23}$	0.1

output パラメータ	Point11
$C_e$	$2.50044 \times 10^{-10}$
$C_\mu$	$3.62999 \times 10^{-6}$
$\sin \theta_e$	0.99462
$\tau_{\tilde{l}}$	1986.38(s)
$\Omega_{DM} h^2$	0.1154
$m_{DM}$	379.597(GeV)
$\delta m$	0.01000(GeV)
$m_{\text{atm}}^2$	$2.56725 \times 10^{-3}$ (eV <sup>2</sup> )
$m_{\text{sol}}^2$	$7.23903 \times 10^{-5}$ (eV <sup>2</sup> )
$ Y_{B-L} $	$2.47390 \times 10^{-10}$

## 謝辞

本論文を作成するにあたり、指導教員の佐藤 丈先生から様々な面でご指摘を賜りました。心から御礼を申し上げます。

また、本研究における共同研究者の山中 真人氏、高西 康敬氏、下村 崇氏には熱心なご指導を頂きました。日々の様々な議論無しでは絶対に本研究は成し得ませんでした。ここに深く感謝の意を表します。

埼玉大学素粒子研究室のメンバーにも日々多くの助けを頂きました。本論文の作成にあたり協力して下さったすべての人々に心から感謝申し上げます。本当にありがとうございました。

## 参考文献

- [1] Brian D. Fields , Annual Review of Nuclear and Particle Science, 61, 47-68 (2011)[ arXiv:1203.3551 [astro-ph.CO] ]
- [2] 松原隆彦 (2010) 現代宇宙論-時空と物質の共進化 (東京大学出版会)
- [3] Cyburt RH, Fields BD, Olive KA. J. Cosmol. Astropart. Phys. 11:12 (2008)
- [4] Jarosik, N. et al. Astrophys.J.Suppl. 192 (2011) 14 arXiv:1001.4744 [astro-ph.CO]
- [5] Olive KA, Skillman ED, Ap. J. 617:29 (2004), arXiv:astro-ph/0405588.
- [6] R. H. Cyburt, B. D. Fields and K. A. Olive, JCAP 0811, 012 (2008) [arXiv:0808.2818 [astroph]].
- [7] Cyburt RH, Fields BD, Olive KA, Phys. Rev. D 69:123519 (2004), arXiv:astro-ph/0312629.
- [8] T. Jittoh, K. Kohri, M. Koike, J. Sato, K. Sugai, M. Yamanaka and K. Yazaki, Phys. Rev. D84, 035008 (2011), arXiv:1105.1431 [hep-ph]
- [9] K. Kohri, S. Ohta, J. Sato, T. Shimomura and M. Yamanaka, Phys. Rev. D86, 095024 (2012), arXiv:1208.5533 [hep-ph].
- [10] G.W. Bennett et al., Phys. Rev. D73, 072003 (2006).
- [11] K. Nakamura et al.(PDG),14. NeutrinoMasses,Mixing, and Oscillations (2017)
- [12] K. Hagiwara, R. Liao, A. D. Martin, D. Nomura and T. Teubner, J. Phys. G38 (2011) 085003.
- [13] M.C. Gonzalez-Garcia, Michele Maltoni, Thomas Schwetz , arXiv:1409.5439[ hep-ph]
- [14] Sacha Davidson, Enrico Nardi, Yosef Nir ,arXiv:0802.2962
- [15] C. S. Fong, M. C. Gonzalez-Garcia, E. Nardi, and J. Racker, JCAP 1012, 013 (2010), 1009.0003.
- [16] C. Patrignani et al. (Particle Data Group), Chin. Phys. C40, 100001 (2016).
- [17] Werner Porod, Comput.Phys.Commun.153:275-315(2003)[ arXiv:hep-ph/0301101]
- [18] Bellgardt U, et al. (SINDRUM Collab.) Nucl. Phys. B 299:1 (1988)
- [19] William J. Marciano, Toshinori Mori, J. Michael Roney, Annual Review of Nuclear and Particle Science Vol. 58:315-341
- [20] W. Porod and F. Staub, Comput. Phys. Commun. 183 (2012) 2458 [arXiv:1104.1573]

- [21] C. Patrignani et al. (Particle Data Group), *Chin. Phys. C*, 40, 100001 (2016)
- [22] L. Covi, E. Roulet, F. Vissani, *Phys.Lett. B*384 (1996) 169-174[arXiv:hep-ph/9605319]