

B 中間子稀崩壊過程の分岐比による 新しい物理への制限

08MP101

池田 貴志

平成 22 年 2 月 5 日

概要

高エネルギー物理の標準理論は、現在知られている現象をほぼうまく記述している。だが、階層性問題等の理論的な理由から、標準理論を拡張した新しい物理が必要とされている。

新しい物理の存在に高い感度をもつ量として、 B 中間子の、 s クォークを含む中間子と光子への稀崩壊 $B \rightarrow X_s \gamma$ の分岐比がある。この崩壊に対し標準理論で計算した分岐比の値と実験値を比較すると、非常に良く一致していることが分かっている。一方で、一般に新しい物理の模型を考えたとき、この分岐比は大きな値を预言する。このことから、新しい模型の構成に強い制限を与えることができる。

この論文では標準理論での $B \rightarrow X_s \gamma$ の分岐比の一般的な求め方として、以下のような手法を紹介する。まず、 $B \rightarrow X_s \gamma$ に効いてくる $b \rightarrow s \gamma$ の崩壊振幅を摂動論の 1 ループ近似で導出し、ウィークスケールでの有効ハミルトニアンを求める。このとき、 $b \rightarrow s \gamma$ に寄与する中間状態がいくつかあるので注意しなくてはならない。次に、QCD の高次の効果を計算するため、繰り込みの手法を用いて、 B 中間子の質量のスケールで有効ハミルトニアンを導出する。この有効ハミルトニアンを使い $B \rightarrow X_s \gamma$ の分岐比を計算すると、実験の値と比較し、一致していることを確かめることができる。

また、標準理論の手法を参考にして、新しい物理に対する振る舞いの例として、超対称性標準模型の場合を紹介する。この模型の場合、中間状態に超対称粒子が出現するので、崩壊幅が大きくなりうる。実験ではこのような標準理論からのずれは観測されていないので、これを利用して模型のパラメータに制限を与えることができる。ここではどのような超対称粒子が中間状態に出現するかを見るとともに、模型のパラメータに大きな制限がかかることを確認する。

目次

1	イントロダクション	3
2	CP 対称性と小林・益川理論	5
3	$b \rightarrow s\gamma$ 崩壊率の 1-loop order での理論値	8
4	$B \rightarrow X_s\gamma$ 分岐比 (next-to-leading order)	10
5	最小超対称性標準模型での $Br(b \rightarrow s\gamma)$	15
6	まとめ	24

1 イントロダクション

1973年に提唱された小林・益川理論はB中間子やK中間子の物理のCP対称性の破れをうまく説明している。標準理論では、B中間子、K中間子系でのCPの破れの起源がクォークの質量固有状態・フレーバー固有状態のずれに含まれるCP位相であるとし、これを説明するにはクォークが3世代以上必要になる。クォークが3世代のみと仮定すると、フレーバーに関する自由度は3つの回転角と1つの位相となり、K中間子系やB中間子系に現れるCPの破れの起源はこのCP位相と関係がつく。小林・益川理論が正しいか確かめる重要な要素のひとつに、ユニタリティー三角形のチェックがある。ユニタリティー三角形とは、小林・益川(CKM)行列 V がユニタリ行列であることからくる条件式により複素平面状に描かれる三角形で、その辺の長さや角度がB中間子やK中間子の混合・崩壊過程により測定されるものである。これらの遷移過程を標準理論で計算した結果と実験結果は無矛盾に見える。

しかし、標準理論にもいくつかのほころびが見られる。そのひとつがゲージ階層性問題である。ヒッグスポテンシャルは複素スカラー場 H により、

$$V = m_H^2 |H|^2 + \lambda |H|^4 \quad (1)$$

と表されるが、 $\lambda > 0$ 、 $m_H^2 < 0$ のとき、真空期待値 $\langle H \rangle = \sqrt{-m_H^2/2\lambda}$ をとる。実験から $m_H^2 = \mathcal{O}(-(100\text{GeV})^2)$ と分かっているのだが、理論上他の粒子からの輻射補正を受ける。例えば、重い複素スカラー粒子 S (質量 m_S)が $-\lambda_S |H|^2 |S|^2$ の相互作用でヒッグス場と結合している場合、

$$\Delta m_H^2 = \frac{\lambda_S}{16\pi^2} \left[\Lambda^2 - 2m_S^2 \ln \left(\frac{\Lambda}{m_S} \right) + \dots \right] \quad (2)$$

という補正を受ける。大統一理論等を考えると、 $\Lambda \sim 10^{16}\text{GeV}$ であり、 $m_H^2 + \Delta m_H^2$ が 100^2GeV^2 になるには Δm_H^2 の中の $\mathcal{O}(10^{32}\text{GeV}^2)$ の項が不自然な相殺を起こさなくてはならない。その他にも、ニュートリノ振動の問題やダークマターの候補がない、宇宙のバリオン数を説明するのが困難等、標準理論で説明のできない問題が存在する。これらの問題を解決するため、標準模型を超える新たな物理が必要とされる。

標準理論からのずれを見るのに大切な過程として $b \rightarrow s\gamma$ の遷移が存在する。この過程はB中間子の物理で見ついているフレーバーを変える中性カレント(FCNC)反応の1つで、標準模型では1ループで初めて生じる。 $b \rightarrow s\gamma$ を含んだ過程として、 $B \rightarrow X_s\gamma$ (X_s は s クォークを含む中間子)の分岐比が1998年にWilson係数のnext-to-leading orderで次のように計算された[5]。

$$Br(B \rightarrow X_s\gamma)_{th} = (3.29 \pm 0.21 \pm 0.21) \times 10^{-4} \quad (3)$$

CLEO(1999)、ALEPH(1998)、BLLE(2001) で得られた実験値をまとめた値が

$$Br(B \rightarrow X_s \gamma)_{exp} = (3.21 \pm 0.40) \times 10^{-4} \quad (4)$$

であり、よく一致していることが分かる。このことから、標準理論を超えた新たな物理を考えたとき、そのパラメータに大きな制限がつくことになる。

2章では B 中間子の物理を学ぶ際に基本となる小林・益川理論を見ていく。3章・4章では標準理論の範囲で $b \rightarrow s\gamma$ の理論値を見ていく。このとき結果が実験で得られる値に非常に近いことを見る。5章では標準理論の拡張として最小超対称標準模型の $b \rightarrow s\gamma$ の分岐比への寄与を見ていく。最後に $b \rightarrow s\gamma$ が標準理論を超える新たな物理の探索に役立つことを見る。

2 CP 対称性と小林・益川理論

素粒子標準理論は $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$ ゲージ理論で、3 世代のクォーク・レプトンが存在する。

$$\begin{array}{ccc}
 \begin{pmatrix} u_L \\ d_L \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} c_L \\ s_L \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} t_L \\ b_L \end{pmatrix} \\
 u_R & c_R & t_R \\
 d_R & s_R & b_R \\
 \begin{pmatrix} e_L \\ \nu_{eL} \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} \mu_L \\ \nu_{\mu L} \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} \tau_L \\ \nu_{\tau L} \end{pmatrix} \\
 e_R & \mu_R & \tau_R
 \end{array} \tag{5}$$

ラグランジアンで、湯川相互作用項は、 $(y)_{ij}$ を湯川結合とすると、

$$\mathcal{L}_Y = - \left((y_d)_{ij} \bar{q}_{Li} d_{Rj} H + (y_u)_{ij} \bar{q}_{Li} u_{Rj} \tilde{H} + (y_e)_{ij} \bar{l}_{Li} e_{Rj} H + h.c. \right) \tag{6}$$

だが、ヒッグス場 H が真空期待値をもつと質量項になる。

$$\begin{aligned}
 \mathcal{L}_m = & - \left(\bar{d}_{Li} (m_d)_{ij} d_{Rj} + \bar{u}_{Li} (m_u)_{ij} u_{Rj} + \bar{e}_{Li} (m_e)_{ij} e_{Rj} \right. \\
 & \left. + \bar{d}_{Ri} (m_d^\dagger)_{ij} d_{Lj} + \bar{u}_{Ri} (m_u^\dagger)_{ij} u_{Lj} + \bar{e}_{Ri} (m_e^\dagger)_{ij} e_{Rj} \right) \tag{7}
 \end{aligned}$$

ここで、 $(m_d)_{ij} = \frac{v}{\sqrt{2}} (y_d)_{ij}$ 、 $(m_u)_{ij} = \frac{v}{\sqrt{2}} (y_u)_{ij}$ 、 $(m_e)_{ij} = \frac{1}{\sqrt{2}} (y_e)_{ij}$ である。質量項を $(d_L)_i$ 、 $(d_R)_i$ 、 $(u_L)_i$ 、 $(u_R)_i$ 、 $(e_L)_i$ 、 $(e_R)_i$ のユニタリ変換で対角化できる。

$$\begin{aligned}
 d_L &= V_L(d) d'_L, & d_R &= V_R(d) d'_R \\
 u_L &= V_L(u) u'_L, & u_R &= V_R(u) u'_R \\
 e_L &= V_L(e) e'_L, & e_R &= V_R(e) e'_R
 \end{aligned} \tag{8}$$

ここで、 V_L 、 V_R はユニタリ行列である。これを用いると、

$$\begin{aligned}
 -\bar{d}_{Li} (m_d)_{ij} d_{Rj} - \bar{d}_{Ri} (m_d^\dagger)_{ij} d_{Lj} &= -\bar{d}'_{Li} \left(V_L^\dagger(d) m_d V_R(d) \right)_{ij} d'_{Rj} - \bar{d}'_{Ri} \left(V_R^\dagger(d) m_d^\dagger V_L(d) \right)_{ij} d'_{Lj} \\
 &= -\bar{d}'_L \begin{pmatrix} m_d & & \\ & m_s & \\ & & m_b \end{pmatrix} d'_R - \bar{d}'_R \begin{pmatrix} m_d & & \\ & m_s & \\ & & m_b \end{pmatrix} d'_L \\
 &= -m_d \bar{d}' d' - m_s \bar{s}' s' - m_b \bar{b}' b'
 \end{aligned} \tag{9}$$

のように、質量行列が対角化される。 $V_{CKM} \equiv V_L^\dagger(u) V_L(d)$ をカビボ・小林・益川行列といい、フレーバーの混合はこの行列を用いて W ボソンの相互作用項に

$$\mathcal{L}_W = -\frac{g_2}{\sqrt{2}} \left(\bar{u}'_{Li} \gamma^\mu (V_{CKM})_{ij} d'_{Lj} W_\mu^+ + \bar{d}'_{Lj} \gamma^\mu (V_{CKM})_{ij} u'_{Li} W_\mu^- \right) \tag{10}$$

と現れる。標準理論ではその他の結合には、tree level ではフレーバーの混合は現れない。

一般に $(N \times N)$ ユニタリ行列 U は N^2 個の独立な実変数を持つ。このうち、 ${}_N C_2 = N(N-1)/2$ 個の回転角 θ_i で表すことができる。残りは位相角 ϕ_i となる。一方 $2N$ 個のクォーク場は質量項など観測量を変化させないで、位相変換をする自由度

$$u_i \rightarrow Au_i = \begin{pmatrix} e^{i\phi_u} & & \\ & e^{i\phi_c} & \\ & & e^{i\phi_t} \end{pmatrix} u_i \quad d_i \rightarrow Bd_i = \begin{pmatrix} e^{i\phi_d} & & \\ & e^{i\phi_s} & \\ & & e^{i\phi_b} \end{pmatrix} d_i \quad (11)$$

があり、この変換により $U \rightarrow A^\dagger U B$ 、つまり $U_{ij} \rightarrow e^{-i(\phi_i - \phi_j)} U_{ij}$ となるので、全体に共通な 1 個の位相を除いた $(2N-1)$ 個の位相はクォーク場の再定義で吸収できる。結局

$$N^2 - \frac{N(N-1)}{2} - (2N-1) = \frac{(N-1)(N-2)}{2} \quad (12)$$

個の位相が残る。標準理論では $N=3$ なので、3 個の回転角と 1 個の位相角が必要となる。よって、通常は CKM 行列を次のように選ぶ。

$$\begin{aligned} V_{CKM} &= \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_{23} & s_{23} \\ 0 & -s_{23} & c_{23} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{13} & 0 & s_{13}e^{-i\delta} \\ 0 & 1 & 0 \\ -s_{13}e^{i\delta} & 0 & c_{13} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{12} & s_{12} & 0 \\ -s_{12} & c_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} c_{12}c_{13} & s_{12}c_{13} & s_{13}e^{-i\delta} \\ -s_{12}c_{23} - c_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{12}c_{23} - s_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & s_{23}c_{13} \\ s_{12}s_{23} - c_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & -c_{12}s_{23} - s_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{23}c_{13} \end{pmatrix} \quad (13) \end{aligned}$$

ここで、 $c_{ij} = \cos \theta_{ij}$ 、 $s_{ij} = \sin \theta_{ij}$ である。実験的に、 $s_{13} = \mathcal{O}(10^{-3})$ と非常に小さいことがわかっているので、

$$|V_{us}| = s_{12}c_{13} \simeq s_{12}, \quad |V_{ub}| = s_{13}, \quad |V_{cb}| = c_{13}s_{23} \simeq s_{23} \quad (14)$$

である。そこで、 $s_{12} = \lambda$ 、 $s_{23} = A\lambda^2$ 、 $s_{13} = A\lambda^3(\rho - i\eta)$ とおくと、 $\lambda \ll 1$ なので $\mathcal{O}(\lambda^4)$ 以上を無視すると

$$V_{CKM} = \begin{pmatrix} 1 - \frac{\lambda^2}{2} & \lambda & A\lambda^3(\rho - i\eta) \\ -\lambda & 1 - \frac{\lambda^2}{2} & A\lambda^2 \\ A\lambda^3 - (1 - \rho - i\eta) & -A\lambda^2 & 1 \end{pmatrix} \quad (15)$$

となる。この表式では CKM 行列がほぼ対角行列であることが明白であり、また行列要素間の大小の見通しが良い。

(8) 式に CP 変換を行うと、

$$\mathcal{L}_W \rightarrow -\frac{g_W}{\sqrt{2}} \left(\bar{d}'_{Lj} \gamma^\mu (V_{CKM})_{ij} u'_{Li} W_\mu^- + \bar{u}'_{Li} \gamma^\mu (V_{CKM}^\dagger)_{ij} d'_{Lj} W_\mu^+ \right) \quad (16)$$

となり、これが変換前の式と一致する唯一の条件は $(V_{CKM})_{ij} = (V_{CKM})^*$ である。CKM 行列の虚数部、すなわち位相の存在は CP の破れを引き起こす。

3 $b \rightarrow s\gamma$ 崩壊率の 1-loop order での理論値

標準理論では、3世代のクォーク・レプトンと荷電Wボソンの結合は、ラグランジアンで次のように与えられる。

$$\mathcal{L}_W = \frac{g_2}{\sqrt{2}} (\bar{u}, \bar{c}, \bar{t})_L \gamma^\mu (1 - \gamma_5) V \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix}_L W_\mu^+ + h.c. \quad (17)$$

V は CKM 行列である。包括的 $B \rightarrow X_s \gamma$ 過程の崩壊率は、主に $b \rightarrow s\gamma$ により与えられる短距離の物理に支配される。 $b \rightarrow s\gamma$ の崩壊振幅は

$$\begin{aligned} T(b \rightarrow s\gamma) &= \epsilon^\mu \langle s | J_\mu^{em} | b \rangle \\ &= \epsilon^\mu \bar{s}(p - q) [iq^\nu \sigma_{\mu\nu} (A + B\gamma_5) + \gamma_\mu (C + D\gamma_5) + q_\mu (E + F\gamma_5)] b(p) \end{aligned} \quad (18)$$

と書ける。ここで、 $\epsilon^\mu(q)$ は光子の偏向ベクトル、 A, B, \dots, F は不変振幅である。電弱ゲージ不変性 $\partial^\mu J_\mu^{em} = 0$ から次の条件を得る。

$$-m_e(C + D\gamma_5) + m_\mu(C - D\gamma_5) + q^2(E + F\gamma_5) = 0 \quad (19)$$

光子が質量殻上だとすると、 $C - D = 0$ である。さらに $\epsilon^\mu q_\mu = 0$ なので、 $b \rightarrow s\gamma$ の振幅は光子が質量殻上のとき次のようになる。

$$T(b \rightarrow s\gamma) = \epsilon^\mu \bar{s}(p - q) [iq^\nu \sigma_{\mu\nu} (A + B\gamma_5)] b(p) \quad (20)$$

この振幅に対応するダイアグラムはループをもつ。また、発散を相殺する項がないので、この振幅を表現するダイアグラムを計算した結果は有限になる。

1ループで $b \rightarrow s\gamma$ に寄与するダイアグラムを図1に表す。

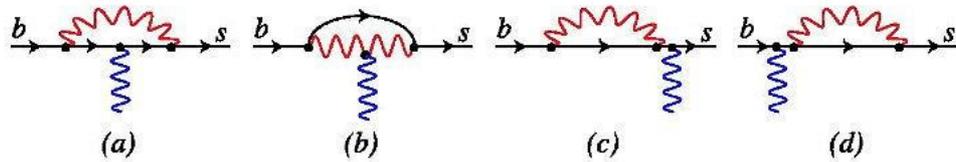


図1: $b \rightarrow s\gamma$ に寄与する 1ループダイアグラム

ここで、

$$\bar{s} \sigma_{\mu\nu} (A + B\gamma_5) b = \bar{s}_R \sigma_{\mu\nu} (A + B\gamma_5) b_L + \bar{s}_L \sigma_{\mu\nu} (A + B\gamma_5) b_R \quad (21)$$

だが $(m_s/m_b)^2 \sim (50\text{MeV}/5\text{GeV})^2 \sim 10^{-4}$ なので、 $m_s = 0$ の近似をとると右辺第 1 項の寄与を無視できる。よって、

$$\bar{s}_R \sigma_{\mu\nu} (A + B\gamma_5) b_L = \bar{s}_R \sigma_{\mu\nu} (A - B) b_L = 0 \quad (22)$$

より、 $A = B$ となる。

$b \rightarrow s\gamma$ の崩壊振幅は、次の形をとる。

$$T(b \rightarrow s\gamma) = \frac{1}{(4\pi)^2} e \frac{g^2}{2M_W^2} V_{js}^* V_{jb} \bar{s} F_2 \sigma_{\mu\nu} i q^\nu m_b \frac{1 + \gamma_5}{2} b \quad (23)$$

s クォークの質量を無視し、1-loop までのダイアグラムを計算すると、

$$F_2 = A(x_j) = x_j \left[\frac{\frac{2}{3}x_j^2 + \frac{5}{12}x_j - \frac{7}{12}}{(x_j - 1)^3} - \frac{(\frac{3}{2}x_j^2 - x_j) \ln x_j}{(x_j - 1)^4} \right] \quad (24)$$

ここで、 $x_j = m_j^2/M_W^2$ である。強い相互作用の寄与を無視すると、この B 中間子崩壊過程の有効ハミルトニアンは次のように与えられる。

$$\mathcal{H}_{eff} = \frac{2G_F}{\sqrt{2}} V_{tb} V_{ts}^* A(x) \frac{e}{16\pi^2} m_b \bar{s}_{L\alpha} \sigma^{\mu\nu} b_{R\alpha} F_{\mu\nu} \quad (25)$$

ここで、軽いクォーク (u 、 d 、 s 、 c) の質量を無視した、よって、 $x = m_t^2/M_w^2$ である。角 θ_1 、 θ_2 、 θ_3 が小さい極限では、 $|V_{ts}| \simeq |V_{cb}|$ なので、得られた崩壊率を半レプトンの過程の崩壊率で割ると、初期状態の情報を消すことができる。この場合では、

$$\Gamma(b \rightarrow s\gamma) = \frac{3A^2\alpha}{2\pi f(m_c/m_b)} \Gamma(b \rightarrow ce\bar{\nu}_e) \quad (26)$$

ここで、 $f(m_c/m_b)$ は、半レプトンの崩壊に対する位相空間因子である。charm クォークと bottom クォークの質量の適当な値を使うと、 $f \simeq 0.5$ が分かる。 $B^0 - \bar{B}^0$ 混合の測定値から、標準理論では top クォークの質量が、W ボソンの質量と比較できるくらいの大きさをもっていることが示唆される。この場合式 (25) で予言される weak radiative B-meson decay の rate は大きくなる。例えば、 $m_t = 120\text{GeV}$ ($A \simeq 0.3$) とすると、式 (25) は $\Gamma(B \rightarrow X_s\gamma) \simeq 6 \times 10^{-4} \Gamma(B \rightarrow X_c e \bar{\nu}_e)$ を与える。

4 $B \rightarrow X_s \gamma$ 分岐比 (next-to-leading order)

多くの研究者が $B \rightarrow X_s \gamma$ の分岐比の理論的解析を next-to-leading order で行ってきた。ここでは、その計算の大まかな流れをまとめる。

inclusive B decay rate の計算は、次の低エネルギー有効ハミルトニアンを出発点とする。

$$\mathcal{H}_{eff} = -\frac{4G_F}{\sqrt{2}} V_{ts}^* V_{tb} \sum_i C_i(\mu_b) O_i(\mu_b) \quad (27)$$

演算子 O_i は、ここでは

$$\begin{aligned} O_2 &= \bar{s}_L \gamma_\mu c_L \bar{c}_L \gamma^\mu b_L \\ O_7 &= \frac{em_b}{16\pi^2} \bar{s}_L \sigma_{\mu\nu} F^{\mu\nu} b_R \\ O_8 &= \frac{g_s m_b}{16\pi^2} \bar{s}_L \sigma_{\mu\nu} G_a^{\mu\nu} t_a b_R \end{aligned} \quad (28)$$

だけが関係し、他の演算子の寄与は良い近似で無視できる。(27) のくりこみスケール μ_b が都合の良いことにオーダー m_b に選ばれるので、large logarithms は全て Wilson coefficient function C_i に存在する。 $B \rightarrow X_s \gamma$ の崩壊率に対する next-to-leading order での完全な理論的予言は、Chetyrkin 等により最初に提出された [5]。この予言は、photon energy が $E_\gamma > (1-\delta)E_\gamma^{max}$ で与えられるように、閾値を超えているという条件により定義されるパラメータ δ に依存する。ここで、 $E_\gamma^{max} = m_b/2$ は parton model で到達できる最大の photon energy である。(ここでは、可能な限り strange quark の mass を無視する。) 一般に $B \rightarrow X_s \gamma$ の分岐比に対する予言は、 $B \rightarrow X_s \gamma$ の崩壊率の計算結果を semileptonic decay rate のものへ規格化し、強い b-quark mass 依存性を消すことで得られる。次のように比 $R_{th}(\delta)$ を定義する。

$$R_{th}(\delta) = \frac{\Gamma(B \rightarrow X_s \gamma)|_{E_\gamma > (1-\delta)E_\gamma^{max}}}{\Gamma(B \rightarrow X_c e \bar{\nu})} = \frac{6\alpha}{\pi f(z)} \left| \frac{V_{ts}^* V_{tb}}{V_{cb}} \right|^2 K_{NLO}(\delta) \quad (29)$$

ここで、 $f(z) = 1 - 8z + 8z^3 - z^4 - 12z^2 \ln z \approx 0.542 - 2.23(\sqrt{z} - 0.29)$ は質量の比 $z = (m_c/m_b)^2$ に依存する位相空間因子である。この z に対し $\sqrt{z} = 0.29 \pm 0.02$ としよう。ここでは quark mass は、one-loop pole mass として定義している。electromagnetic coupling $\alpha = 1/137.036$ は、real-photon emission に対し適切であるように、 $q^2 = 0$ でくりこまれた微細構造定数である。 $K_{NLO}(\delta) = |C_7|^2 + \dots$ は leading-order の結果への補正を含んでいる。 $R_{th}(\delta)$ は理論的に計算可能で、これを用いて $B \rightarrow X_s \gamma$ の分岐比は次のように与えられる。

$$\begin{aligned} Br(B \rightarrow X_s \gamma)|_{E_\gamma > (1-\delta)E_\gamma^{max}} &= R_{th}(\delta) \times Br(B \rightarrow X_c e \bar{\nu}) \\ &= 0.105 N_{SL} R_{th}(\delta) \end{aligned} \quad (30)$$

ここで、 $N_{SL} = Br(B \rightarrow X_c e \bar{\nu})/10.5\%$ は、実験から決まるくりこみ因子である。これは良い近似で $N_{SL} = 1$ である。。

$K_{NLO}(\delta)$ の計算は、小さなパラメータ α_s 、 $1/m_Q^2$ 、 α/α_s それぞれの1次で行う。ここで、 α/α_s は leading-logarithmic QED corrections に関連づいている。計算結果の一般的な構造は次のようになる。

$$K_{NLO}(\delta) = \sum_{i,j=2,7,8(i \leq j)} k_{ij}(\delta, \mu_b) Re \left[C_i^{(0)}(\mu_b) C_j^{(0)*}(\mu_b) \right] + S(\delta) \frac{\alpha_s(\mu_b)}{2\pi} Re \left[C_7^{(1)}(\mu_b) C_7^{(0)*}(\mu_b) \right] \\ + S(\delta) \frac{\alpha}{\alpha_s(\mu_b)} \left(2Re \left[C_7^{(em)}(\mu_b) C_7^{(0)*}(\mu_b) \right] - k_{SL}^{(em)}(\mu_b) \left| C_7^{(0)}(\mu_b) \right|^2 \right) \quad (31)$$

ここで、Wilson coefficient を次のように展開した。

$$C_i(\mu_b) = C_i^{(0)}(\mu_b) + \frac{\alpha_s(\mu_b)}{4\pi} C_i^{(1)}(\mu_b) + \frac{\alpha}{\alpha_s(\mu_b)} C_i^{(em)}(\mu_b) + \dots \quad (32)$$

leading-order coefficient は次で与えられる。

$$C_2^{(0)}(\mu_b) = \frac{1}{2} \left(\eta^{-\frac{12}{23}} + \eta^{\frac{6}{23}} \right) \\ C_7^{(0)}(\mu_b) = \eta^{\frac{16}{23}} C_7^{(0)}(m_W) + \frac{8}{3} \left(\eta^{\frac{14}{23}} - \eta^{\frac{16}{23}} \right) C_8^{(0)}(m_W) + \sum_{i=1}^8 h_i \eta^{a_i} \\ C_8^{(0)}(\mu_b) = \eta^{\frac{14}{23}} C_8^{(0)}(m_W) + \sum_{i=1}^8 \bar{h}_i \eta^{a_i} \quad (33)$$

ここで、 $\eta = \alpha_s(m_W)/\alpha_s(\mu_b)$ で、 h_i 、 \bar{h}_i 、 a_i は [7,8] に与えられている。標準理論では、dipole operator の Wilson coefficients は scale m_W で、質量の比 $x_t = (\bar{m}_t(m_W)/m_W)^2$ の関数として、次のように与えられる。

$$C_7^{(0)}(m_W) = \frac{3x_t^3 - 2x_t^2}{4(x_t - 1)^4} \ln x_t + \frac{-8x_t^3 - 5x_t^2 + 7x_t}{24(x_t - 1)^3} \\ C_8^{(0)}(m_W) = \frac{-3x_t^2}{4(x_t - 1)^4} \ln x_t + \frac{-x_t^3 + 5x_t^2 + 2x_t}{8(x_t - 1)^3} \quad (34)$$

(31) で、next-to-leading term は coefficient $C_7(\mu_b)$ に対してのみ保たれなくてはならない。 $C_7^{(1)}(\mu_b)$ に対する表現は [9] の式 (21) にある。

この QED correction の取り扱いでは、 $C_7(\mu_b)$ へのオーダー $\alpha L(\alpha_s L)^n$ の寄与を、くりこみ群を用いることで摂動論の全てのオーダーへ resum した。ここで、

$L = \ln(m_W/\mu_b)$ である。

$$\begin{aligned}
C_7^{(em)}(\mu_b) &= \left(\frac{32}{75}\eta^{-\frac{9}{23}} - \frac{40}{69}\eta^{-\frac{7}{23}} + \frac{88}{575}\eta^{\frac{16}{23}} \right) C_7^{(0)}(m_W) \\
&+ \left(-\frac{32}{575}\eta^{-\frac{9}{23}} + \frac{32}{1449}\eta^{-\frac{7}{23}} + \frac{640}{1449}\eta^{\frac{14}{23}} - \frac{704}{1725}\eta^{\frac{16}{23}} \right) C_8^{(0)}(m_W) \\
&- \frac{190}{8073}\eta^{-\frac{35}{23}} - \frac{359}{3105}\eta^{-\frac{17}{23}} + \frac{4276}{121095}\eta^{-\frac{12}{23}} + \frac{350531}{1009125}\eta^{-\frac{9}{23}} \\
&+ \frac{2}{4347}\eta^{-\frac{7}{23}} - \frac{5956}{15525}\eta^{\frac{6}{23}} + \frac{38380}{169533}\eta^{\frac{14}{23}} - \frac{748}{8625}\eta^{\frac{16}{23}} \quad (35)
\end{aligned}$$

semileptonic decay rate への leading QED correction の計算結果は次のようになる。

$$k_{SL}^{(em)}(\mu_b) = \frac{12}{23} (\eta^{-1} - 1) = \frac{2\alpha_s(\mu_b)}{\pi} \ln \frac{m_W}{\mu_b} \quad (36)$$

real photon emission のある過程に対する行列要素の計算の結果生じる (29) の α とは違って、Wilson coefficients への QED corrections は local operator の発展から生じるので、(32) の結合 α は原則的に $q^2 = 0$ でくりこまれた微細構造定数よりも running coupling $\alpha(\mu)$ ととられるべきだということに気をつけなくてはならない。しかし、演算子の発展に QED coupling の running を含めても、オーダー $(\alpha L)^2(\alpha_s L)^n$ の補正が加わるだけで、数的な観点からこれは無視しても差し支えない。

分かりやすくするため、 $\mu_b = 4.8\text{GeV}$ での標準理論での値を挙げると、 $C_2^{(0)}(m_b) \approx 1.11$ 、 $C_7^{(0)}(m_b) \approx -0.31$ 、 $C_8^{(0)}(m_b) \approx -0.15$ 、 $C_7^{(1)}(m_b) \approx 0.48$ 、 $C_7^{(em)}(m_b) \approx 0.03$ である。(31) の $C_7^{(em)}$ に比例する QED correction は、 $C_7^{(1)}$ に比例する next-to-leading order QCD correction より因子が約 0.13 小さい。

(31) の coefficient function $k_{ij}(\delta, \mu_b)$ は次で与えられる。

$$\begin{aligned}
k_{77}(\delta, \mu_b) &= S(\delta) \left\{ 1 + \frac{\alpha_s(\mu_b)}{2\pi} \left(r_7 + \gamma_{77} \ln \frac{m_b}{\mu_b} - \frac{16}{3} \right) + \left[\frac{(1-z)^4}{f(z)} - 1 \right] \frac{6\lambda_2}{m_b^2} \right\} \\
&+ \frac{\alpha_s(\mu_b)}{\pi} f_{77}(\delta) + S(\delta) \frac{\alpha_s(\overline{\mu_b})}{2\pi} \bar{\kappa}(z) \\
k_{27}(\delta, \mu_b) &= S(\delta) \left[\frac{\alpha_s(\mu_b)}{2\pi} \left(\text{Re}(r_2) + \gamma_{27} \ln \frac{m_b}{\mu_b} \right) - \frac{\lambda_2}{9m_c^2} \right] + \frac{\alpha_s(\mu_b)}{\pi} f_{27}(\delta) \\
k_{78}(\delta, \mu_b) &= S(\delta) \frac{\alpha_s(\mu_b)}{2\pi} \left(\text{Re}(r_8) + \gamma_{87} \ln \frac{m_b}{\mu_b} \right) + \frac{\alpha_s(\mu_b)}{\pi} f_{78}(\delta) \\
k_{ij}(\delta, \mu_b) &= \frac{\alpha_s(\mu_b)}{\pi} f_{ij}(\delta); \quad \{i, j\} = \{2, 2\}, \{8, 8\}, \{2, 8\} \quad (37)
\end{aligned}$$

ここで、

$$S(\delta) = \exp \left[-\frac{2\alpha_s(\mu_b)}{3\pi} \left(\ln^2 \delta + \frac{7}{2} \ln \delta \right) \right] \quad (38)$$

は Sudakov factor で、 $\gamma_{77} = \frac{32}{3}$ 、 $\gamma_{27} = \frac{416}{81}$ 、 $\gamma_{87} = -\frac{32}{9}$ は異常次元行列の要素、そして

$$\begin{aligned} r_7 &= -\frac{10}{3} - \frac{8\pi^2}{9} \\ \text{Re}(r_8) &= \frac{44}{9} - \frac{8\pi^2}{27} \\ \text{Re}(r_2) &\approx -4.092 + 12.78(\sqrt{z} - 0.29) \end{aligned} \quad (39)$$

は、有効ハミルトニアン \mathcal{H}_{eff} の local operator O_i の行列要素を next-to-leading order で計算した結果生じた数係数である。 $\bar{\kappa}(z) \approx 3.382 - 4014(\sqrt{z} - 0.29)$ は、semileptonic decay rate への next-to-leading correction である。 $k_{ij}(\delta, \mu_b)$ の明白な μ_b 依存性は、 $O(\alpha_s)$ まで Wilson coefficient のものと打ち消しあう。また、radiative B decay と semileptonic B decay でくりこみスケールが異なる、つまり $\mu_b \neq \bar{\mu}_b$ であることを考慮する。

(37) の因子 $f_{ij}(\delta)$ は real-gluon radiation の影響を表し、定義から $f_{if}(0) = 0$ である。これらの因子は [10,11] で与えられる結果に位相空間積分を実行することで次のように得られる。

$$\begin{aligned} f_{77}(\delta) &= \frac{1}{3} \left[10\delta + \delta^2 - \frac{2\delta^3}{3} + \delta(\delta - 4) \ln \delta \right] \\ f_{88}(\delta) &= \frac{1}{27} \left\{ 4L_2(1 - \delta) - \frac{2\pi^2}{3} + 8 \ln(1 - \delta) - \delta(2 + \delta) \ln \delta + 7\delta + 3\delta^2 \right. \\ &\quad \left. - \frac{2\delta^3}{3} - 2[2\delta + \delta^2 + 4 \ln(1 - \delta)] \ln \frac{m_b}{m_s} \right\} \\ f_{78}(\delta) &= \frac{8}{9} \left[L_2(1 - \delta) - \frac{\pi^2}{6} - \delta \ln \delta + \frac{9\delta}{4} - \frac{\delta^2}{4} + \frac{\delta^3}{12} \right] \\ f_{22}(\delta) &= \frac{16}{27} \int_0^1 dx (1 - x)(1 - x_\delta) \left| \frac{z}{x} G\left(\frac{x}{z}\right) + \frac{1}{2} \right|^2 \\ f_{27}(\delta) &= -3f_{28}(\delta) = -\frac{8z}{9} \int_0^1 dx (1 - x_\delta) \text{Re} \left[G\left(\frac{x}{z}\right) + \frac{x}{2z} \right] \end{aligned} \quad (40)$$

ここで、 $x_\delta = \max(x, 1 - \delta)$ で、

$$G(t) = \begin{cases} -2 \arctan^2 \sqrt{t/(4-t)} & ; t < 4 \\ 2 (\ln [(\sqrt{t} + \sqrt{t-4})/2] - \frac{i\pi}{2})^2 & ; t \geq 4 \end{cases} \quad (41)$$

である。この補正の numerical effect についてコメントしよう。 f_{88} は strange quark の mass により規制される共線特異性 (collinear singularity) に敏感だが、collinear logarithms を摂動論の全てのオーダーへ resum することで collinear-safe result [12] を導くことができる。 δ が非常に 1 に近く選ばれない限り、この resummation の正

味の影響は、 f_{88} の結果を少し増加させる。しかし、 f_{88} に比例する寄与が非常に小さいので、resummation を行わずとも (39) のままで十分である。ただし、 $m_b/m_s = 50$ と大きな値をとることで、collinear logarithms の resummation の影響をまねることにしよう。

Bound-state correction は、係数 k_{ij} にオーダー $1/m_Q^2$ の表現で入り、hadronic parameter $\lambda_2 = \frac{1}{4}(m_{B^*}^2 - m_B^2) \approx 0.12 \text{GeV}^2$ に比例する。 k_{77} に入っている $1/m_b^2$ に比例する補正は、B 中間子内部の spin-dependent interaction を特徴付ける。inclusive radiative decay 独自の特徴は、 k_{27} 内に $1/m_c^2$ に比例する補正が現れることで、この補正は $(c\bar{c})$ 中間状態から現れる長距離の寄与を表す。厳密に言うところらの効果は自然界で non-local である、しかし、良い近似でこれらを local $1/m_c^2$ correction で表せる。

5 最小超対称性標準模型での $Br(b \rightarrow s\gamma)$

ここでは、最小超対称模型の概略と、mass insertion の方法を与え、 $b \rightarrow s\gamma$ への gluino、neutralino、chargino 寄与に関係した振幅の明白な表現、 $Br(b \rightarrow s\gamma)$ に対する超対称性標準模型での明白な表現を紹介する。また、squark 質量行列の非対角項 Δ に対し得られる上限を紹介する。

標準理論の場を超対称化し、ソフトに超対称性を破る項で可能なものを全て考慮した最小超対称標準模型は、膨大な数の自由パラメータを含んでいる。ここでは、ソフトに破る項が MSUGRA universality の形に近い特定のモデルに注目する。ここで MSUGRA というときは、低エネルギー極限の自発的に破れる $\mathcal{N} = 1$ 超重力理論で、次の2つの特徴をもつものを意味することとする。

- (1) R パリティが保存され、超ポテンシャルにバリオン数、レプトン数を破る項がない。
- (2) ケーラー計量がフラットである、すなわち、scalar kinetic term が全て canonical である。

これらの特徴により、FCNC effect の新たな源が生まれる。最小超対称標準模型に対する FCNC の検査に関わる B 中間子の物理、特に $b \rightarrow s\gamma$ の実験的制限により、典型的に電荷が同じ squark の質量が縮退している、つまりこれらの squark の質量差が、その平均値より小さくなく多はならないということが要求される。この新たな FCNC の源を引き起こす主要な要素を見ていく。

低エネルギーラグランジアンは次の項からなる。

- (1) $\mathcal{N} = 1$ 大域的超対称標準模型の超ポテンシャル

$$W = h_u Q H_1 u^c + h_d Q H_2 d^c + h_L L H_2 e^c + \mu H_2 H_1 \quad (42)$$

- (2) 最小 $\mathcal{N} = 1$ 超重力理論での超対称性をソフトに破る項のスカラー部

$$\mathcal{L}_{soft}^{scal} = m^2 \sum_{i=scalar} |\phi|^2 + \left[Am \left(h_u \tilde{Q} H_1 \tilde{u}^c + h_u \tilde{Q} H_2 \tilde{d}^c + h_L \tilde{L} H_2 \tilde{e}^c \right) + Bm\mu H_2 H_1 + h.c. \right] \quad (43)$$

ここで、 A 、 B は trilinear、bilinear scalar contribution の無次元自由パラメータで、 m は低エネルギー超対称性の破れのスケールを表す。

- (1)、(2) から 6×6 squark down 質量行列 ($Q = -1/3$) を得る。

$$M_{d\tilde{d}^*}^2 = \begin{pmatrix} m_{d_L \tilde{d}_L}^2 & m_{d_L \tilde{d}_L^c}^2 \\ m_{d_L^* \tilde{d}_L^c}^2 & m_{d_L^* \tilde{d}_L}^2 \end{pmatrix} \quad (44)$$

ここで、

$$m_{d_L \tilde{d}_L}^2 = m_{d_L^* \tilde{d}_L^c}^2 = m_d m_d^\dagger + m^2 \times 1 \quad (45)$$

$$m_{\tilde{d}_L \tilde{d}_L^c}^2 = Amm_d + \mu m_d \frac{\langle H_1 \rangle}{\langle H_2 \rangle} \quad (46)$$

m_d は 3×3 の D クォークの質量行列、 $e_D = -1/3$ は電荷である。

この段階では、 $d_L - \tilde{d}_L^\dagger - \tilde{g}$ 結合はフレーバー変化をもたらすことができない。 $m_d m_d^\dagger$ を対角化すると、 $m_{\tilde{d}_L \tilde{d}_L^*}^2$ も同時に対角化される。しかし、 $m_{\tilde{d}_L \tilde{d}_L^*}^2$ をくりこむとこれは正しくなく、高いスケールでは (44) の値だが M_W スケールへ発展させると、超ポテンシャル (43) の $h_u Q H_1 u^c$ 項のために対角的たりえない。ゆえに、 M_W スケールへくりこまれた 3×3 質量行列の $m_{\tilde{d}_L \tilde{d}_L^*}^2$ は

$$m_{\tilde{d}_L \tilde{d}_L^*}^2 (q^2 = M_W^2) = m_d m_d^\dagger + m^2 \times 1 + c m_u m_u^\dagger \quad (47)$$

と表される。ここで、係数 c は超対称性理論の種々の量の発展に対するくりこみ群方程式を解くことで計算できる。(47) から、 $m_{\tilde{d}_L \tilde{d}_L^*}^2$ と $m_d m_d^\dagger$ の同時対角化が $c m_u m_u^\dagger$ 項により可能でなくなっていることが分かる。フレーバー変化は c と CKM 行列の通常角に比例する。 $d_L - \tilde{d}_L^\dagger - \tilde{g}$ 結合が flavor diagonal である基底において、フレーバー混合は squark プロパゲータに生じる。このことは、次のように表される。

$$\begin{array}{c} \tilde{d}_{iL} \quad \times \quad \tilde{d}_{jL} \\ \hline \Delta_{LL}^{ij} \end{array} \rightarrow \Delta_{LL}^{ij} = c \left(V [m_u^{diag}]^2 V^\dagger \right)_{ij} \quad (48)$$

$L \rightarrow R$ 遷移に対しては、

$$\begin{array}{c} \tilde{d}_{iL} \quad \times \quad \tilde{d}_{jL}^c \\ \hline \Delta_{LR}^{ij} \end{array} \rightarrow \Delta_{LR}^{ij} = \Delta_{LR}^{bs} \quad (49)$$

である。 Δ_{ij} は sfermion プロパゲータに沿ってフレーバー i, j をつなぐ mass insertion で、 L, R は fermion partoner のヘリシティを表す。 Δ_{LL} 、 Δ_{RR} 、 Δ_{LR} の 3 タイプの sfermion 混合が存在し、最小超重力理論のばあい、mass insertion の間に $(\Delta_{LL})_{ij} \gg (\Delta_{LR})_{ij} \gg (\Delta_{RR})_{ij}$ という階層性が存在する。フレーバー変化が別の種類の”初期”条件により引き起こされる場合は、この 3 つの mass insertion の間の階層性については何もいえない。この場合は、種々の universal MSSM を

検査するために、超対称性理論でのフレーバー変化、CP の量に対するモデル独立なパラメータ表式が必要になる。このパラメータ表式には、mass insertion 近似がとられる。この近似は標準理論の FCNC を単に超対称化しただけでは現れない、FCNC SUSY contribution のもっとも特殊な源に関係している。これは gluino、neutralino、chargino と fermion、sfermion のフレーバーを変える結合から発生する。fermion、sfermion の状態に対する基底に、これらの粒子の gaugino への結合が全て flavor diagonal なものをとるが、フレーバー変化はプロパゲータの非対角 sfermion 質量項から発生する。sfermion 質量行列の非対角項を Δ で表すことで、sfermion プロパゲータを $\delta = \Delta/\tilde{m}^2$ の級数として展開できる。ここで、 \tilde{m} は average sfermion mass で、超対称性の破れの典型的なスケールである。非対角要素 Δ の average squark mass との比が小さなパラメータである限り、2つの対角 squark プロパゲータの間への質量の非対角 insertion で得られる、展開の第 1 項は適当な近似を表す。この方法は、sfermion 質量行列の完全な対角化が必要ないという利点を持ち、FCNC の実験のデータから異なる δ の上限を導ける。

最小超対称標準模型のファインマン則は [13] にある。このファインマン則と mass insertion 近似を用いて振幅は計算された。 $b \rightarrow s\gamma$ に寄与する、超対称性ゲージ粒子の媒介する 1 ループダイアグラムは

- (1)gluino: 図 2
- (2)neutralino: 図 3
- (3)chargino: 図 4,5,6

これらのダイアグラムが有効演算子 $O_{LR} = m_b \epsilon_\mu s \overline{(p-q)} \sigma^{\mu\nu} q_\nu P_R b(p)$ を導く。以下でこれらのダイアグラムに関係した振幅の明白な表現を紹介する。

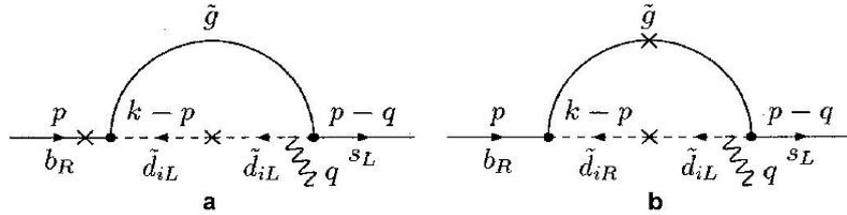


図 2(a),(b)

図 2(a) のダイアグラムから、次の振幅を得る。

$$T'_{g\tilde{L}} = e_D C_2(R) \alpha_s \frac{1}{\sqrt{\pi}} \sqrt{\alpha} \frac{\delta_{LL}}{M_D^2} \times \epsilon_\mu(q) \overline{s(p-q)} \sigma^{\mu\nu} q_\nu P_R [pH(X_{\tilde{g}}) + qH(X_{\tilde{g}})] b(p) \quad (50)$$

ここで、 $D_i (i = 1, \dots, 6)$ は squark down 質量固有値、 e_D は squark D の電荷、 $X_{\tilde{g}} = M_{\tilde{g}}^2/M_D^2$ 、

$$H(X_{\tilde{g}}) = \frac{-1 + 9X_{\tilde{g}} + 9X_{\tilde{g}}^2 - 17X_{\tilde{g}}^3 + 6X_{\tilde{g}}^2(X_{\tilde{g}} \ln X_{\tilde{g}} + 3 \ln X_{\tilde{g}})}{12(X_{\tilde{g}} - 1)^5} \quad (51)$$

さらに、 δ_{LL} はヘリシティ L のフレーバー b と s をつなぐ mass insertion で、

$$\delta_{LL} = \sum_{i=1}^6 \frac{(M_{D_i}^2 - M_D^2) Z_D^{si*} Z_D^{bi}}{M_D^2} = \frac{\Delta_{LL}}{M_D^2} \quad (52)$$

Z_D は

$$\text{diag}(M_{D_1}^2, \dots, M_{D_6}^2) = Z_D^\dagger \begin{pmatrix} M_{LL}^2 & M_{LR}^{2\dagger} \\ M_{LR}^2 & M_{RR}^2 \end{pmatrix} Z_D \quad (53)$$

で定義される混合行列、 M_D^2 は average squark down mass、 $C_2(R) = 4/3$ である。よって、 $T'_{g\tilde{L}L}$ の表現は次のようになる。

$$T'_{g\tilde{L}L} = e_D C_2(R) \alpha_s \frac{\delta_{LL}}{M_D^2 \sqrt{\pi}} \sqrt{\alpha} \epsilon_\mu(q) \overline{s(p-q)} \times \sigma^{\mu\nu} q_\nu P_R [pH(X_{\tilde{g}}) + qH(X_{\tilde{g}})] b(p) \quad (54)$$

図 2(b) のダイアグラムから、

$$T'_{g\tilde{L}R} = e_D C_2(R) \alpha_s \frac{M_{\tilde{g}} \delta_{LR}}{M_D^2 \sqrt{\pi}} \sqrt{\alpha} M_1(X_{\tilde{g}}) \epsilon_\mu(q) \overline{s(p-q)} \sigma^{\mu\nu} q_\nu P_R b(p) \quad (55)$$

を得る。ここで、

$$\delta_{LR} = \sum_{i=1}^6 \frac{(M_{D_i}^2 - M_D^2) Z_D^{si*} Z_D^{(b+3)i}}{M_D^2} = \frac{\Delta_{LR}}{M_D^2} \quad (56)$$

である。実験の制限により異なる δ 、つまり sfermion 質量行列の非対角項に上限をつけることができる。

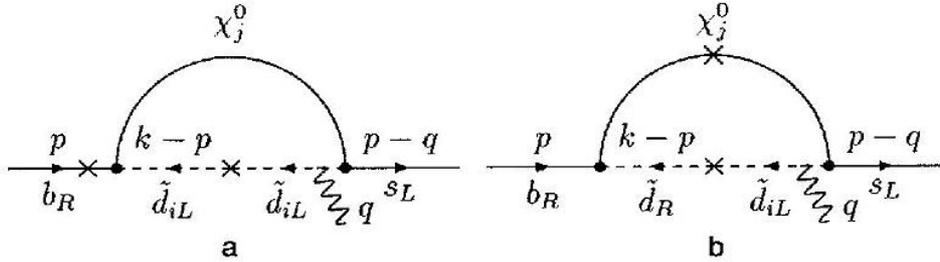


図 3(a),(b)

図 3(a) に対して、

$$T'_{\chi_{LLj}^0} = e_D \alpha_w \frac{\delta_{LL}}{2 \cos^2(\theta_W) M_D^2 \sqrt{\pi}} \sqrt{\alpha} (z_L \chi_j^0) \overline{s(p-q)} \times \epsilon_\mu(q) \sigma^{\mu\nu} q_\nu P_R [pH(X_{0j}) - qH(X_{0j})/3] b(p) \quad (57)$$

$j = 1, \dots, 4$ は 4 種類の neutralino を表し、 $X_{0j} = M_{\chi_j^0}^2 / M_D^2$ ($M_{\chi_j^0}$ は neutralino の質量)、

$$z_{L\chi_j^0} = \left| \frac{1}{3} Z_N^{1j} \sin \theta_W - Z_N^{2j} \cos \theta_W \right|^2 \quad (58)$$

である。 $z_{L\chi_j^0}$ は 1 か、それより小さい。例えば、最小超重力理論では $Z_N^{11} \approx 1$ 、 $Z_N^{22} \approx 1$ なので、 $z_{L\chi_1^0} \approx \sin^2(\theta_W) / 9$ 、 $z_{L\chi_2^0} \approx 0.8$ である。

図 3(b) に対しては

$$\begin{aligned} T'_{\chi_{RLj}^0} &= -e_D \alpha_w \frac{\sin(\theta_W \delta_{LR} M_{\chi_j^0})}{3 \cos^2(\theta_W) M_D^2 \sqrt{\pi}} \\ &\times \sqrt{\alpha} (z_{R\chi_j^0}) M_1(X_{0j}) \overline{s(p-q)} \epsilon_\mu(q) \sigma^{\mu\nu} q_\nu P_R b(p) \end{aligned} \quad (59)$$

で、

$$z_{R\chi_j^0} = \left(\frac{1}{3} Z_N^{1j*} \sin \theta_W - Z_N^{2j*} \cos \theta_W \right) Z_N^{1j*} \quad (60)$$

である。ここで、最小超重力理論では $z_{R\chi_2^0} \approx 1$ である。

chargino に関しては、6 つのダイアグラムが存在する。mass insertion LL に対しては図 4(a, b) と図 5(a, b) の 4 つのダイアグラムが寄与する。これらのダイアグラムで、 b クォークの外線上でヘリシティの反転が起きる場合、chargino の wino 成分だけが振幅の計算に関係してくる (ダイアグラム b)。chargino 線上でヘリシティの反転が起きる場合、higgsino 成分が考慮される (ダイアグラム a)。

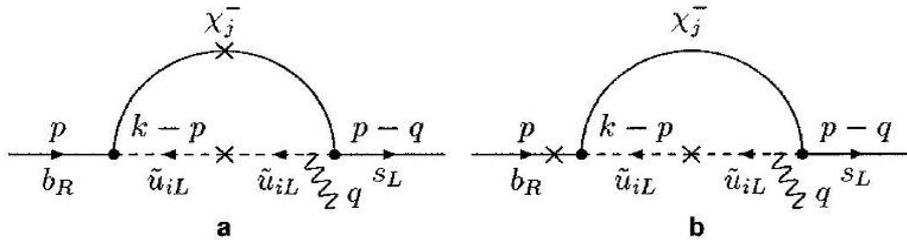


図 4(a),(b)

図 4(a) に対して、

$$T'_{\chi_{LLj}^-} = e_u \alpha_w \frac{m_b \delta_{LL\chi_j^-} M_{\chi_j^-} Z_{1j}^{+*} Z_{2j}^{-*}}{M_W \cos(\beta) M_U^2 \sqrt{2\pi}} \sqrt{\alpha} M_1(X_j) \overline{s(p-q)} \epsilon_\mu(q) \sigma^{\mu\nu} q_\nu P_R b(p) \quad (61)$$

が得られる。ここで、 $j = 1, 2$ は chargino の状態で、 $X_j = M_{\chi_j^-}^2/M_U^2$ 、 $M_{\chi_j^-}$ は j chargino の質量、 $e_u = 2/3$ は squark up の電荷、 M_U は up タイプ squark の average mass、

$$M_1(X_j) = \frac{1 + 4X_j - 5X_j^2 + 2X_j(X_j + 2) \ln(X_j)}{8(X_j - 1)^4} = \frac{L(X_j)}{2} \quad (62)$$

である。また、 $\delta_{LL\chi_j}$ は

$$\delta_{LL\chi_j} = \sum_{i=1}^6 \sum_{J=1}^3 \sum_{K=1}^3 (1 - \delta_{JK}) \frac{(M_{U_i}^2 - M_U^2)}{M_U^2} Z_U^{Ki} V_{sK} Z_U^{Ji*} V_{bJ}^* \quad (63)$$

と得られる。ここで、 J, K は squark の 3 つの世代を表し、 $U_i (i = 1, \dots, 6)$ は up squark の質量固有値である。 δ_{LL} のように、 $\delta_{LL\chi_j}$ も squark 混合因子 Z を含むが、ここでは加えて CKM 行列の要素も含まれている。

図 4(b) のダイアグラムからは

$$T_{\chi_{LLj}^-} = e_u \alpha_w \frac{\delta_{LL\chi_j} Z_{1j}^{+*} Z_{1j}^+}{M_U^2 \sqrt{\pi}} \sqrt{\alpha s(p-q)} \epsilon_\mu(q) \times \sigma^{\mu\nu} q_\nu P_R [pH(X_j) + qH(X_j)/3] b(p) \quad (64)$$

が得られる。最小超重力理論では最も軽い chargino に対し、 $Z_{1j}^{+*} \approx 1$ 、 $Z_{2j}^{+*} \approx 0$ なので、この場合 (b) のダイアグラムだけが振幅に寄与する。

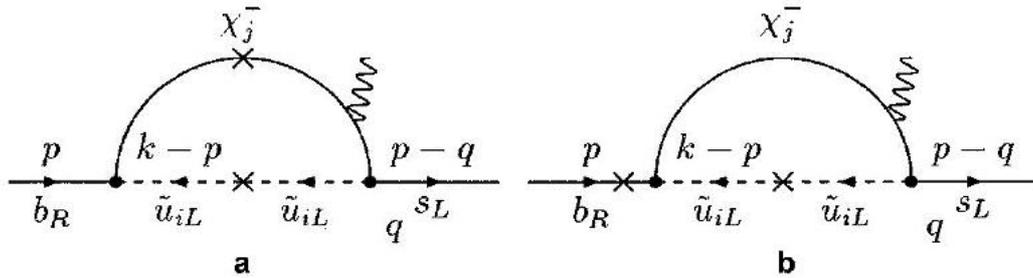


図 5(a),(b)

図 5(a) からは

$$T'_{\chi_{LLj}^-} = \alpha_w \frac{m_b \delta_{LL\chi_j} M_{\chi_j^-} Z_{1j}^{+*} Z_{2j}^{-*}}{M_W^2 \cos(\beta) M_U^2 \sqrt{2\pi}} \sqrt{\alpha F(X_j)} \overline{s(p-q)} \epsilon_\mu(q) \sigma^{\mu\nu} q_\nu P_R b(p) \quad (65)$$

が得られ、図 5(b) からは

$$T'_{\chi_{LLj}^-} = \alpha_w \frac{\delta_{LL\chi_j} Z_{1j}^{+*} Z_{1j}^+}{M_U^2 \sqrt{\pi}} \sqrt{\alpha s(p-q)} \epsilon_\mu(q) \sigma^{\mu\nu} q_\nu P_R [pG(X_j) + qG(X_j)/2] b(p) \quad (66)$$

が得られる。chargino j における gaugino の fraction を $Z_{1j}^{+*} Z_{1j}^+$ で定義した。また、

$$F(X_j) = \frac{5 - 4X_j - X_j^2 + 2 \ln(X_j) + 4X_j \ln(X_j)}{2(X_j - 1)^4} \quad (67)$$

$$G(X_j) = \frac{1 + 9X_j - 9X_j^2 - X_j^3 + 6X_j(1 + X_j) \ln(X_j)}{3(X_j - 1)^5} \quad (68)$$

である。ここでも最小超重力理論の場合、b のダイアグラムのみが振幅に寄与する。

chargino 寄与分に対する LR mass insertion が図 6(a, b) に該当する。chargino の higgsino 成分のみが振幅に寄与する。よって、 $U^J Z_U^{(J+3)i} Z_{2j}^{+*} P_R V_{sJ}$ を与える $s_L - \chi_j^- - U_{iR}$ 結合に起因して top クォークの寄与が up、charm のものを大きく上回る。ここで、 U^J は関係したクォークの質量に比例する湯川結合である。

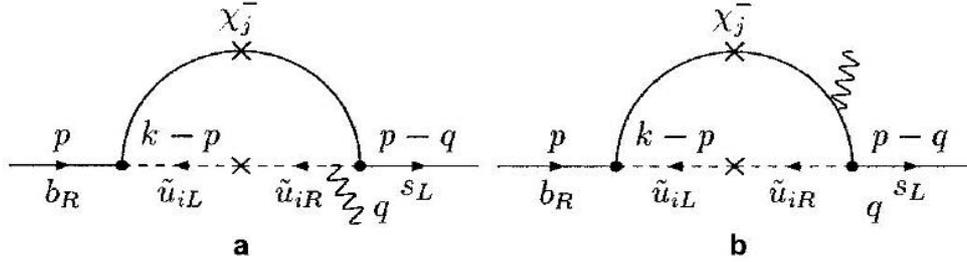


図 6(a),(b)

図 6(a) のダイアグラムから

$$T'_{\chi_{LRj}^-} = -e_u \alpha_w \frac{m_t m_b \delta_{LR\chi_j} z_{Rj} M_{\chi_j^-}}{M_W^2 \cos(\beta) \sin(\beta) M_U^2 \sqrt{\pi}} \times \sqrt{\alpha} M_1(X_j) \overline{s(p-q)} \epsilon_\mu(q) \sigma^{\mu\nu} q_\nu P_R b(p) \quad (69)$$

が得られる。ここで、

$$\delta_{LR\chi_j} = \sum_{i=1}^6 \frac{(M_{U_i}^2 - M_U^2)}{M_U^2} Z_U^{(t+3i)} V_{st} Z_U^{ti*} V_{bt}^* \quad (70)$$

である。図 6(b) からは

$$T'_{\chi_{LRj}^-} = \alpha_w \frac{m_t m_b \delta_{LR\chi_j} z_{Rj} M_{\chi_j^-}}{2M_W^2 \cos(\beta) \sin(\beta) M_U^2 \sqrt{\pi}} \sqrt{\alpha} F(X_j) \overline{s(p-q)} \epsilon_\mu(q) \sigma^{\mu\nu} q_\nu P_R b(p) \quad (71)$$

が得られる。 $z_{Rj} = Z_{2j}^{+*} Z_{2j}^-$ は chargino j における higgsino の fraction で最大値が 1、最小値は 1/2 である。

最後に、 $b \rightarrow s\gamma$ の分岐比の明白な表現と、mass insertion の上限を与える。 $b \rightarrow s\gamma$ の分岐比は

$$Br(b \rightarrow s\gamma) = \frac{Br(B \rightarrow X_s\gamma)}{Br(B \rightarrow X_c e \bar{\nu}_e)} = \frac{\Gamma(b \rightarrow s\gamma)}{\Gamma(b \rightarrow ce\bar{\nu}_e)} \quad (72)$$

で与えられるが、これを $Br(b \rightarrow s\gamma) = \Gamma(b \rightarrow s\gamma) \tau_B$ とする。前節で与えた結果を用いると、得られる分岐比の表現は次のようになる。

$$\begin{aligned} Br(b \rightarrow s\gamma) = & \frac{m_b^3 \alpha \tau_B}{16\pi^2} \left| \frac{m_b \alpha_s e_D C_2(R)}{M_D^2} \delta_{LL} H(X_{\tilde{g}}) \right. \\ & + \frac{\alpha_s e_D C_2(R) M_{\tilde{g}}}{M_D^2} \delta_{LR} M_1(X_{\tilde{g}}) - \frac{e_D \alpha_w M_{\chi_j^0} \sin^2(\theta_W) z_{R\chi_j^0}}{9M_D^2} \delta_{LR} M_1(X_{0j}) \\ & + \frac{e_D \alpha_w m_b \sin^2(\theta_W) z_{L\chi_j^0}}{18M_D^2 \cos^2(\theta_W)} \delta_{LR} M_1(X_{0j}) + \frac{m_b \alpha_w}{M_U^2} (G(X_j) + e_U H(X_j)) \delta_{LL} \\ & \left. + \frac{\alpha_w m_b m_t M_{\chi_j^-}}{M_w^2 \cos(\beta) \sin(\beta) M_U} \left(\frac{F(X_j)}{2} - e_U M_1(X_j) \right) \delta_{LR\chi_j^-} \right|^2 \end{aligned}$$

この式の個々の項がそれぞれ $Br(b \rightarrow s\gamma)$ の実験データの絶対値を超えてはならないという条件を課し、 δ それぞれに上限を与える。

超対称粒子に対する値は [13] で与えられた実験データのものを用いる。さらに、次の条件を課す。

- (1) average squark mass: $M_U = M_D = M_{\tilde{q}}$
- (2) neutralino の質量: LSP の質量値 $M_{\chi_1^0} \approx M_{\tilde{g}}/6$
- (3) 最も軽い stop の質量: $M_{\tilde{t}} \geq M_{\chi_1^0} + 30\text{GeV}$
- (4) chargino の質量: $M_{\chi_1^-} \approx 2M_{\chi_1^0}$

その他に、 $X_{\tilde{g}} = M_{\tilde{g}}^2/M_{\tilde{q}}^2$ 、 $X_0 = M_{\chi_1^0}^2/M_{\tilde{q}}^2$ 、 $X = M_{\chi_j^-}^2/M_{\tilde{q}}^2$ をとり、選んだ他の実験データは表 1 に示す。

α_s	α	α_w	$\sin^2(\theta_W)$	$BR(b \rightarrow s\gamma)$	M_W	m_b	m_t	τ_B
0.12	1/127.9	α/s_W^2	0.2315	$1 \rightarrow 4 \times 10^{-4}$	80.41	4.5	170	$1.49 \times 10^{-12} \text{s}$

表 1

その結果を、異なる $\tan(\beta)$ ($\tan(\beta) = 2, 5, 10, 20, 40$) と、2つの値の $M_{\tilde{q}}$ ($M_{\tilde{q}} = 300\text{GeV}, 500\text{GeV}$) について表 2、表 3 に示す [6]。

$M_{\tilde{g}}$	$X_{\tilde{g}}$	δ_{LL}	δ_{LR}	$M_{\chi_1^0}$	X_0	$\delta_{LL} z_{L\chi_1^0}$	$\delta_{LR} z_{R\chi_1^0}$
300	1	2.96	10^{-2}	50	3×10^{-2}	7.1	0.34
	(0.36)	(8.2)	(2.7×10^{-2})		(10^{-2})	(19.7)	(0.94)
600	4	9.5	1.8×10^{-2}	100	10^{-2}	8.4	0.25
	(1.44)	(26.4)	(4.9×10^{-2})		(4×10^{-2})	(23.25)	(0.7)
800	7	17.6	2.6×10^{-2}	130	0.19	9.8	0.23
	(2.56)	(48.8)	(7.2×10^{-2})		(7×10^{-2})	(27.3)	(0.64)

表 2 : gluino、neutralino 寄与からくる、down タイプの squark に対する非対角項 δ_{LL} 、 δ_{LR} の制限 ($M_{\tilde{q}} = 300\text{GeV}$ 、 500GeV)

$M_{\tilde{\chi}^-}$	X	$\delta_{LL\tilde{\chi}z_{L1}}$	$\delta_{LR\tilde{\chi}z_{R1}}$	$\delta_{LR\tilde{\chi}z_{R1}}$	$\delta_{LR\tilde{\chi}z_{R1}}$	$\delta_{LR\tilde{\chi}z_{R1}}$	$\delta_{LR\tilde{\chi}z_{R1}}$
	$\tan(\beta) = 2$	$M_U = M_{\tilde{q}}$		$\tan(\beta) = 5$	$\tan(\beta) = 10$	$\tan(\beta) = 20$	$\tan(\beta) = 40$
100	0.1	0.57	0.08	0.04	0.02	0.01	0.0051
	(4×10^{-2})	(1.58)	(0.09)	(0.045)	(0.023)	(0.011)	(0.0058)
200	0.44	1.23	1.6	0.76	0.39	0.2	0.099
	(0.16)	(3.41)	(0.2)	(0.095)	(0.049)	(0.025)	(0.012)
300	1	2.34	0.3	0.14	0.075	0.03	0.019
	(0.36)	(6.5)	(0.83)	(0.4)	(0.2)	(0.1)	(0.052)

表 3 : chargino 寄与からくる、up タイプ squark に対する非対角項 δ_{LL} 、 δ_{LR} の制限 ($M_{\tilde{q}} = 300\text{GeV}$ 、 500GeV)

6 まとめ

稀崩壊 $b \rightarrow s\gamma$ についての遷移振幅、崩壊率、分岐比を標準理論における C_7 の最低次、2次、標準理論を拡張した最小超対称標準模型の3通りで見てきた。標準理論における結果からは、QCDに起因する補正の寄与が最低次のものと同じくらい大きく、実験で得られる値に極めて近い値になることが分かった。このことから、新しい物理のモデルの入る余地は小さいように思われる。さらに、最小超対称標準理論における結果からは、 $b \rightarrow s\gamma$ の分岐比を見ることで、パラメータ δ に制限が与えられることが分かった。今後の課題としては、標準模型におけるより高次の寄与の影響を見ること、標準理論の拡張は他にどんなモデルでどのような制限がつくのかを見ること等が考えられる。

謝辞

当初の目標から大幅に遅れてしまった修士論文を長い目で見ていただき、またゼミでも熱心にご指導していただいた佐藤准教授、ご指導いただいた谷井教授に感謝します。また困ったときは必ず助けて下さった野村氏、夜遅くまで修士論文の面倒を見てくださった甲田氏に感謝します。そして、その勤勉さで私を鼓舞してくださり、物理の知識をたくさん与えてくださった研究室の仲間達に感謝します。

参考文献

- [1] A. J. Buras, arXiv:hep-ph/0101336.
- [2] T. Inami and C. S. Lim, Prog. Theor. Phys. **65**, 297 (1981) [Erratum-ibid. **65**, 1772 (1981)].
- [3] B. Grinstein, R. P. Springer and M. B. Wise, Phys. Lett. B **202**, 138 (1988).
- [4] B. Grinstein, R. P. Springer and M. B. Wise, Nucl. Phys. B **339**, 269 (1990).
- [5] A. L. Kagan and M. Neubert, Eur. Phys. J. C **7**, 5 (1999) [arXiv:hep-ph/9805303].
- [6] M. B. Causse and J. Orloff, Eur. Phys. J. C **23**, 749 (2002) [arXiv:hep-ph/0012113].
- [7] M. Ciuchini, E. Franco, G. Martinelli, L. Reina and L. Silvestrini, Phys. Lett. B **316**, 127 (1993) [arXiv:hep-ph/9307364].
- [8] A. J. Buras, M. Misiak, M. Munz and S. Pokorski, Nucl. Phys. B **424**, 374 (1994) [arXiv:hep-ph/9311345].
- [9] A. J. Buras, A. Kwiatkowski and N. Pott, Phys. Lett. B **414**, 157 (1997) [Erratum-ibid. B **434**, 459 (1998)] [arXiv:hep-ph/9707482].
- [10] A. Ali and C. Greub, Phys. Lett. B **361**, 146 (1995) [arXiv:hep-ph/9506374].
- [11] C. Greub, T. Hurth and D. Wyler, Phys. Lett. B **380**, 385 (1996) [arXiv:hep-ph/9602281].
- [12] A. Kapustin, Z. Ligeti and H. D. Politzer, Phys. Lett. B **357**, 653 (1995) [arXiv:hep-ph/9507248].
- [13] C. Boehm, A. Djouadi and Y. Mambrini, Phys. Rev. D **61**, 095006 (2000) [arXiv:hep-ph/9907428].