Measuring lepton flavor violation at LHC using a long-lived slepton in the constrained MSSM with right-handed neutrinos

斉藤　広樹

平成 21 年 6 月 28 日

目 次

1 Introduction

標準模型は現在までの様々な素粒子実験結果と良い精度で一致する理論であるが、より高いエネルギースケールでの現象を記述するにはそれを超える理論が必要となってくる。　標準模型を超える物理として主に支持されている理論として、超対称性理論がある。その理論では各粒子に超対称性からボソンにはフェルミオンの、フェルミオンにはボソンのパートナーが存在することが予想される。タウ粒子の超対称パートナーとして存在が予言されるスタウという粒子があるが、この粒子は超対称性の破れの由来についてのあるモデル (Constrained MSSM) の中では、2 番目に軽い超対称粒子になる。そしてこの粒子の崩壊はタウ粒子と最も軽い超対称粒子であるニュートラリーノへの崩壊が支配的になる。しかし、スタウとニュートラリーノとの質量差がタウ粒子の質量差より小さいとき、レプトンの世代（フレーバー）が保存していれば、この崩壊過程は閉じてしまいスタウは非常に長寿命になる。　では、レプトンフレーバーが保存しているかというとそうではない。実際はレプトンの一種であるニュートリノの様々な観測実験により、ニュートリノは質量をもちニュートリノのフレーバーが変化するニュートリノ振動現象が発見され、それまで保存すると思われていたレプトンフレーバーに破れがあることが明らかになった。この現象を説明するモデルで有力なものとして、標準模型では含まれていなかった右巻きのニュートリノを含めて考えるモデルがある。この考えを上で述べた超対称性のモデルに入れると、ニュートリノの Yukawa カップリングからレプトンの超対称性パートナーであるスレプトンの世代間に mixing が誘発され、スレプトンにもレプトンフレーバーの破れの効果が現れることになる。これによりスレプトンの一種であるスタウに新たな崩壊過程が許されるので、長寿命だったスタウの寿命はレプトンフレーバーの破れの効果の大きさにより変化することになる。　本研究では右巻きニュートリノモデルに関するいくつかの未決定のパラメーターを変え、そのときスレプトンの質量行列に現れるレプトンフレーバーの破れの効果とスタウの寿命の変化を計算していく。そして近々行われる巨大加速器 LHC の実験などでのスタウの観測結果への影響などについて議論していく。

2 超対称性

2.1 hierarchy 問題

現在、素粒子物理学の世界で支持されている標準模型 (Standard Model) は、多くの素粒子実験の結果を非常に良く説明してくれている。しかし、現在まで実験で行われてきたエネルギースケールは TeV スケール以下であり、より高エネルギーの物理を記述するためには Standard Model は拡張されるべきである。特に量子重力の効果が重要になるスケール $M_{\rm p} = 2.4 \times 10^{18}$GeV(reduced Planck scale) と TeV スケールの間で何か新しい物理が必要とされる。

Standard Model の未解決の問題のひとつに“ hierarchy 問題 ”というものがある。Standard Model では現在まで見つかっている素粒子に質量を与えるために“ ヒッグス ”と呼ばれる新たな粒子の存在が必要とされている。理論の中でヒッグス場 H は次のようなポテンシャルを持っている。

$$V = m_{\rm H}^2 |H|^2 + \lambda |H|^4 \tag{2.1}$$

$m_{\rm H}^2$ はヒッグスの質量、λ は 4 点結合定数である。ここで $\lambda > 0$、$m_{\rm H}^2 < 0$ のとき $\langle {\rm H} \rangle = \sqrt{-m_{\rm H}^2/2\lambda}$ でポテンシャルがゼロでない最小値（真空期待値）を持つ。それにより粒子に質量が与えられる。

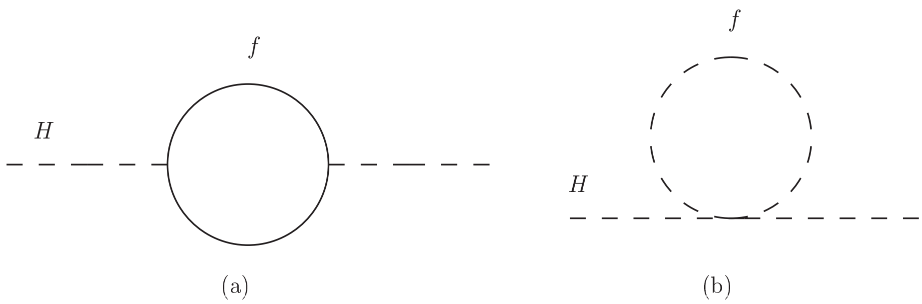

図 1: ヒッグス質量への量子補正

$\langle \mathrm{H} \rangle$ は実験から 174GeV 程度になると考えられているので、m_{H}^2 は大体 $-(100\mathrm{GeV})^2$ のオーダーになっていなければならない。しかしこの m_{H}^2 がそのオーダーをはるかに超える異常に大きな量子補正を受けてしまうというのが hierarchy 問題と呼ばれるものである。

例えばヒッグスがディラックフェルミオンと $-\lambda_f \mathrm{H}\bar{f}f$ の項で結合を持つ場合、図 1(a) のようなループダイアグラムを通じて m_{H}^2 へ補正をうける。Standard Model でのレプトン、クォークがこのループの中に入ることになる。このとき補正 Δm_{H}^2 は

$$\Delta m_{\mathrm{H}}^2 = -\frac{|\lambda_f|^2}{8\pi^2}\Lambda_{\mathrm{UV}}^2 + \cdots \tag{2.2}$$

ここで Λ_{UV} はループでの運動量積分の計算を正則化するための紫外運動量のカットオフである。このカットオフはそこで高エネルギーの新しい物理に入るようなエネルギースケールと解釈される。“ $\cdots$ ”の部分は m_f^2 に比例する項を表し、この部分は Λ_{UV} について大きくても対数的にしか増加しない。カットオフとして reduced Planck scale が入るとすると、higgs への量子補正が higgs の予想されている質量 $m_H^2 \sim -(100\mathrm{GeV})^2$ よりもはるかに大きな値になってしまう。さらに 1 ループのオーダーだけでなくより高次のオーダーからもこのような発散を持つ補正が入ってきてしまう。標準模型でのクォーク、レプトン、電弱ゲージボソンは全てヒッグスの真空期待値から質量を獲得しているので、ヒッグスの量子補正の大きさは非常に大きな問題になってしまう。これが hierarchy 問題と呼ばれるものである [2]。

2.2 超対称性

Technicolor モデルや top-quark condensate モデル、複数のヒッグスで構成されるようなモデルなどの基本的なヒッグスボソンが無いようなモデル、あるいはカットオフのスケールがプランクスケールよりずっとずっと小さくなるようなモデルでは hierarchy 問題に悩まされずにすむ。しかし、ヒッグスが基本的な粒子であり、本当に電弱スケールより上で新しい物理があった場合を考えると、問題を解決するには Δm_H^2 への寄与に対して何かキャンセルが存在する必要がある。

このキャンセルは物理に新しい対称性を考えることによって引き起こすことができる。もしラグランジアン中の項 $\lambda_S|H|^2|S|^2$ でヒッグスに結合するスカラー粒子（質量 m_S）があるとすると、図

1(b) のようなループダイアグラムからヒッグスの質量へ

$$\Delta m_H^2 = \frac{\lambda_S}{16\pi^2}\left[\Lambda_{\rm UV}^2 - 2m_S^2 \ln(\Lambda_{\rm UV}/m_S) + \cdots\right] \tag{2.3}$$

の補正が入る。この式の右辺第一項は (2.2) 式の右辺第一項と同じ $\Lambda_{\rm UV}^2$ の形の 2 次発散を持っていて、相対的にマイナスの符号を持っている。そのため、標準模型にある各フェルミオンに対して、$\lambda_S = |\lambda_f|^2$ となる 2 つの複素スカラーボソンがあるとすれば、ヒッグス質量に対する $\Lambda_{\rm UV}^2$ の寄与はほぼキャンセルできる。ただし問題を解決するためには、このキャンセルが 1 ループだけでなくより高次のオーダーで起きている必要があり、理論により多くの制限が必要に見える。しかし、「超対称性」（supersymmetry (SUSY)）と呼ばれるフェルミオンとボソンを結びつける新たな対称性を仮定するだけで、このキャンセルは可能となるのである。

超対称な変換は bosonic な状態を fermionic な状態に変える。逆もまた同様である。そのような変換をする演算子 Q は次のような反可換なスピノルでなくてはならない。

$$Q|\mathrm{Boson}\rangle = |\mathrm{Fermion}\rangle \quad , \quad Q|\mathrm{Fermion}\rangle = |\mathrm{Boson}\rangle \tag{2.4}$$

スピノルは本質的に complex なものなので エルミート共役 $Q^\dagger$ もまた対称性の生成子である。Q、$Q^\dagger$ は Fermionic な演算子なので、スピン角運動量 1/2 をもち超対称性は時空の対称性である。そのような対称性については Coleman-Mandula の定理の Haag-Lopuszanski-Sohnius の拡張によって、とりうる形が制限されている [3]。この定理から Q は次のような代数関係を満たしていなければならない。

$$\{Q, Q^\dagger\} = P^\mu \tag{2.5}$$

$$\{Q, Q\} = \{Q^\dagger, Q^\dagger\} = 0 \tag{2.6}$$

$$[P^\mu, Q] = [P^\mu, Q^\dagger] = 0 \tag{2.7}$$

ここで P^μ は 4 元運動量生成子である。ここでは Q、$Q^\dagger$ につく添え字を隠している。

超対称理論での 1 粒子状態は“ supermultiplet ”と呼ばれる超対称代数の規約表現になる。各 supermultiplet はフェルミオンとボソンを両方持っていて、これら 2 つの状態の関係は “superpartner” と呼ばれる。定義から $|\Omega\rangle$ と $|\Omega'\rangle$ がおなじ supermultiplet のメンバーであれば、$|\Omega'\rangle$ は $|\Omega\rangle$ に Q、$Q^\dagger$ の組み合わせを作用させたものに比例する。$-P^2$ 演算子は Q、$Q^\dagger$ と可換であるので、同じ既約 supermultiplet に属している粒子は同じ $-P^2$ 固有値を持っているはずである。ゆえに同じ既約 supermultiplet に属する粒子は同じ質量をもつことが導かれる。さらに、Q、$Q^\dagger$ はゲージ変換の生成子とも可換なので同じ supermultiplet 中の粒子は同じゲージ固有値をもっていなければならない。

各 supermultiplet 中の fermionic な自由度と bosonic な自由度の数は同数でなければならない。これを確かめるために、ボソンに作用すると固有値 +1、フェルミオンに作用すると固有値 −1 を出すような演算子 $(-1)^{2S}$（S:スピン角運動量）を考えてみる。fermionic な演算子は bosonic 状態を fermionic 状態へ、fermionic 状態を bosonic 状態へ変えるので、$(-1)^{2S}$ は fermionic 演算子と反可換である。supermultiplet 中の 4 元運動量演算子の固有状態 $|i\rangle$ の部分空間を考えるとする。部

分空間内で完全性関係 $\sum_i |i\rangle\langle i| = 1$ が成り立つことを用いて次の計算を行う

$$\begin{aligned}\sum_i \langle i|(-1)^{2S}P^\mu|i\rangle &= \sum_i \langle i|(-1)^{2S}QQ^\dagger|i\rangle + \sum_i \langle i|(-1)^{2S}Q^\dagger Q|i\rangle \\ &= \sum_i \langle i|(-1)^{2S}QQ^\dagger|i\rangle + \sum_i\sum_j \langle i|(-1)^{2S}Q^\dagger|j\rangle\langle j|Q|i\rangle \\ &= \sum_i \langle i|(-1)^{2S}QQ^\dagger|i\rangle + \sum_j \langle j|Q(-1)^{2S}Q^\dagger|j\rangle \\ &= \sum_i \langle i|(-1)^{2S}QQ^\dagger|i\rangle - \sum_j \langle j|(-1)^{2S}QQ^\dagger|j\rangle \\ &= 0 \end{aligned} \tag{2.8}$$

ここで $\sum_i\langle i|(-1)^{2S}P^\mu|i\rangle$ は supermultiplet 中の bosonic 自由度の数と fermionic 自由度の数の差に比例するので、(2.8) 式の結果より bosonic 自由度と fermionic 自由度が同数であることが分かる。

上記を満たす supermultiplet のとりうる形について最も単純なものは、ひとつの Weyl フェルミオン (自由度２) と２つの実スカラー場 (自由度各１) を持つような supermultiplet である。２つの実スカラー自由度はひとつの複素スカラー自由度にまとめられる。このような supermultiplet は "chiral supermultiplet" と呼ばれる。次に単純な supermultiplet はスピン１のベクトルボソンを持つものである。標準模型ではゲージボソンに相当する。くりこみ可能な理論であれば、少なくともゲージ対称性が自発的に破れる前まではこのボソンは massless なゲージボソンでなくてはならない。massless なスピン１のボソンは２つのヘリシティ状態をもつので bosonic 自由度は２である。その superpartner は fermionic 自由度２の massless でスピン 1/2 の Weyl フェルミオンである。ゲージボソンはゲージ群の随伴表現として変換するので、その fermionic な superpartner も同じ変換をしていなければならない。ゲージ群の随伴表現は自身で共役になっているので、fermionic partner の右巻き、左巻き成分は異なるゲージ変換特性を持てず、同じゲージ変換特性を持っていなければならない。このような組み合わせをもつ supermultiplet は "vector supermultiplet" と呼ばれる。また、重力はスピン２の graviton で媒介されるがその superpartner はスピン-3/2 のフェルミオンである。これらの他にも組み合わせは考えられるが、拡張された超対称性を持つような理論を除けば、それらがくりこみ可能な相互作用を持っているならば常に chiral、vector supermultiplet へ可約である。

標準模型を超対称理論に拡張すると、既知の粒子はそれぞれ chiral か vector の supermultiplet に属し、各粒子に対し superpartner が存在する。このときの新しい粒子に対して名前がつけられている。まず標準模型にあるクォークやレプトンは右巻き、左巻きに対して異なるゲージ変換特性を持つので、chiral supermultiplet に属していなければならない。そのスピン０の bosonic partner は頭にスカラーを意味する "s" をつけて squark、slepton と呼ばれる。また、まとめて sfermion などと呼ばれる。クォーク、レプトンの右巻き部分と左巻き部分はそれぞれ２成分 Weyl フェルミオンに分けられ、それぞれに複素スカラーの superpartner がある。squark、slepton は、例えば電子については $\tilde{e}_R$、$\tilde{e}_L$ と記号で書かれて、それぞれ右巻き selectron、左巻き selectron と呼ばれる。記号の上に乗っている $\sim$ は superpartner を記述するのに使われる。ここで squark、slepton に使われる "右巻き、左巻き" の意味は自身のヘリシティを言っているのではなく、その superpartner であるクォーク、レプトンのヘリシティのことを言っている。

次にヒッグスボソンはスピン０なのでこれも chiral supermultiplet に属している。標準模型中のボソンの superpartner のフェルミオンにはボソンの語尾に "-ino" をつけて呼ばれる。つまり、ヒッ

グスの superpartner は “higgsino” と呼ばれる。ここで、ヒッグスの chiral supermultiplet はひとつだけでは、電弱ゲージ対称性のアノマリーをキャンセルするための条件 $\mathrm{Tr}[T_3^2 Y] = \mathrm{Tr}[Y^3] = 0$ を満たせなくなってしまう。ここで T_3、Y はそれぞれ weak isospin と weak hypercharge である。また、トレースは理論中の全ての左巻き Weyl フェルミオンの自由度についてとる。標準模型ではこの条件は満たされていた。higgsino は weak hypercharge $Y = 1/2$ または $Y = -1/2$ を持つ weak isodoublet でなければならないため、片方ひとつだけフェルミオン自由度が新たに理論に入ってくるとキャンセル条件が満たされなくなる。そこで、$Y = 1/2$、$Y = -1/2$ を持つ 2 つの super multiplet があれば、キャンセル条件をまた満たすことができる。また、後ほど議論するように、全く違う理由からも 2 つの supermultiplet が必要になってくる。$Y = 1/2$、$Y = -1/2$ を持つヒッグスの supermultiplet はそれぞれ、H_u、H_d と表される。また、$H_u$doublet の中の $T_3 = (1/2, -1/2)$ となる成分は電荷 1、0 を持っていて、(H_u^+, H_u^0) などと表される。同様に H_d 中の成分は (H_d^0, H_d^-) と表される。superpartner である higgsino は $\tilde{H}_u$、$\tilde{H}_d$ で表され、その中の weak isospin 成分は $(\tilde{H}_u^+, \tilde{H}_u^0)$、$(\tilde{H}_d^0, \tilde{H}_d^-)$ と表される。

標準模型は $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$ ゲージ対称性を持っていて、それに対応するゲージボソンを持っている。標準模型中のゲージボソンは vector supermultiplet に属す。$SU(3)_C$ の相互作用を媒介するグルーオンの superpartner は “gluino” と呼ばれ、$\tilde{g}$ と表される。$SU(2)_L \times U(1)_Y$ の相互作用を媒介するゲージボソン W^+、W^0、W^-、B^0 の superpartner は “wino”、“bino” と呼ばれ、それぞれ $\tilde{W}^+$、$\tilde{W}^0$、$\tilde{W}^-$、$\tilde{B}^0$ と表される。また、これらのゲージボソンは電弱対称性の自発的破れの後、混合して Z^0 ボソンと光子 γ になるが、それに対応する $\tilde{W}^0$、$\tilde{B}^0$ の混合は “zino”、“photino” と呼ばれ、$\tilde{Z}^0$、$\tilde{\gamma}$ で表される。

以上のような形で標準模型を最低限で拡張した理論は “Minimal Supersymmetric Standard Model (MSSM)” と呼ばれる。今までに挙げた超対称性から新たに出現する粒子は、もし超対称性に破れが無ければ、その superpartner である標準模型粒子と同じゲージ量子数と質量を持っていなければならない。しかし、本当にそのような超対称粒子があるのであれば、もうすでに加速器実験などで作ることができ、検出されているはずである。未だそれが見つかっていないということから超対称性には破れがあり、その効果によって超対称粒子は未だ検出できないほど重い質量を獲得しているものと考えられる。ただし、たとえ破れがあったとしても hierarchy 問題の解決を与えてくれるような形は維持されていなければならない。(2.2)、(2.3) 式で 2 次発散のキャンセルを考えたが、もし超対称性の破れから $\lambda_S = |\lambda_f|^2$ といったような無次元結合定数の関係が変わってしまうと再びヒッグスの質量へ 2 次発散の補正が入ってきてしまう。そのため超対称性の破れは無次元結合定数の関係を維持するような “soft” なものでなくてはならない。これは MSSM の有効ラグランジアンが

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_{\mathrm{SUSY}} + \mathcal{L}_{\mathrm{soft}} \tag{2.9}$$

のような形で書けることを意味している。ここで $\mathcal{L}_{\mathrm{SUSY}}$ は全てのゲージ、Yukawa 相互作用を持っていて、超対称性を持っている部分、$\mathcal{L}_{\mathrm{soft}}$ は超対称性を破る部分である。$\mathcal{L}_{\mathrm{soft}}$ の中には質量項と正の質量次元の結合定数をもつ項だけがある。

超対称性の破れがどうやって起きるのかについては多くのモデルが議論されてきた、それについては後ほど議論する。

3 超対称ラグランジアンの構成

超対称性理論でのラグランジアンはどのように記述されるべきかを記述していく。以降、Weyl 記法を使っていく。

3.1 Simplest model

最も簡単な超対称性のモデルとしてひとつの左巻き 2 成分 Weyl フェルミオン ψ で構成される理論を考えていく。このフェルミオンのスカラー superpartner を ϕ と表すとする。もっともシンプルに書ける作用は運動項だけで書いた以下のようなものになる。

$$S = \int d^4x(\mathcal{L}_{\text{scalar}} + \mathcal{L}_{\text{fermion}}) \tag{3.1}$$

$$\mathcal{L}_{\text{scalar}} = -\partial^\mu \phi^* \partial_\mu \phi \ , \quad \mathcal{L}_{\text{fermion}} = -i\psi^\dagger \bar{\sigma}^\mu \partial_\mu \psi \tag{3.2}$$

ここで σ_μ はパウリ行列である。このようなモデルは "massless no-interacting Wess-Zumino model[4]" とよばれる。single chiral supermultiplet はこれに相当する。

これらの場の超対称変換を考える。超対称変換はスカラー場 ϕ をフェルミオン場 ψ_α（α :スピノル添え字）をもつ形に変えるはずである。取りうる変換の形の中で最もシンプルなものは

$$\delta\phi = \epsilon\psi \ , \quad \delta\phi^* = \epsilon^\dagger \psi^\dagger \tag{3.3}$$

である。ここで ϵ_α は超対称変換の 2 成分の無限小反交換パラメーターである。以後しばらくは global な超対称性を考えていく。つまり、ϵ_α が定数で、$\partial_\mu \epsilon^\alpha = 0$ を満たす場合を考える。(3.3) 式よりラグランジアンのスカラー部分は無限小超対称変換の下で

$$\delta\mathcal{L}_{\text{scalar}} = -\epsilon\partial^\mu\psi\partial_\mu\phi^* - \epsilon^\dagger\partial^\mu\psi^\dagger\partial_\mu\phi \tag{3.4}$$

と変換することが分かる。変換の下で作用を不変にするためには、この変化量がフェルミオン部分での変化量 $\delta\mathcal{L}_{\text{fermion}}$ と和をとったときに、少なくとも全微分になるまでキャンセルされなければならない。そのためには ψ の変換は ϵ、ϕ に線形で時空の微分をひとつ持つような形のはずである。予想される ψ の変換の形としては次のようなものが考えられる。

$$\delta\psi_\alpha = i(\sigma^\mu\epsilon^\dagger)_\alpha\partial_\mu\phi \ , \quad \delta\psi^\dagger_{\dot{\alpha}} = -i(\epsilon\sigma^\mu)_{\dot{\alpha}}\partial_\mu\phi^* \tag{3.5}$$

これを使うとラグランジアンのフェルミオン部分は

$$\delta\mathcal{L}_{\text{fermion}} = -\epsilon\sigma^\mu\bar{\sigma}^\nu\partial_\nu\psi\partial_\mu\phi^* + \psi^\dagger\bar{\sigma}^\nu\sigma^\mu\epsilon^\dagger\partial_\mu\partial_\nu\phi \tag{3.6}$$

パウリ行列の代数などを使って変形すると

$$\begin{aligned}\delta\mathcal{L}_{\text{fermion}} &= \epsilon\partial^\mu\psi\partial_\mu\phi^* + \epsilon^\dagger\partial^\mu\psi^\dagger\partial_\mu\phi \\ &\quad -\partial(\epsilon\sigma^\nu\bar{\sigma}^\mu\psi\partial_\nu\phi^* + \epsilon\psi\partial^\mu\phi^* + \epsilon^\dagger\psi^\dagger\partial^\mu\phi)\end{aligned} \tag{3.7}$$

となる。これを (3.4) と比較すると全微分の項以外はキャンセルすることが分かる。よって、(3.5) の予想が正しいことが分かる。

これだけでは理論が超対称性を持つというには不十分である。超対称性の代数が閉じているということを示さねばならない。超対称変換の交換関係を見てみよう。(3.3)、(3.5) から

$$(\delta_{\epsilon_2}\delta_{\epsilon_1}-\delta_{\epsilon_1}\delta_{\epsilon_2})\phi \equiv \delta_{\epsilon_2}(\delta_{\epsilon_1}\phi)-\delta_{\epsilon_1}(\delta_{\epsilon_2}\phi)=i(\epsilon_1\sigma^\mu\epsilon_2^\dagger-\epsilon_2\sigma^\mu\epsilon_1^\dagger)\partial_\mu\phi \tag{3.8}$$

となることが分かる。超対称変換の交換子が場を場の微分の形へ変換している。∂_μ は運動量演算子 P_μ に対応しているので、(2.5) 式の超対称代数関係の形になっていることが分かる。

このことがフェルミオンについても成り立っていてほしい。フェルミオンについてこの交換子を作用させると、(3.3)、(3.5) より

$$(\delta_{\epsilon_2}\delta_{\epsilon_1}-\delta_{\epsilon_1}\delta_{\epsilon_2})\psi_\alpha=i(\sigma^\mu\epsilon_1^\dagger)_\alpha\epsilon_2\partial_\mu\psi-i(\sigma^\mu\epsilon_2^\dagger)_\alpha\epsilon_1\partial_\mu\psi \tag{3.9}$$

となる。この式を Fierz 等式で変換すると

$$(\delta_{\epsilon_2}\delta_{\epsilon_1}-\delta_{\epsilon_1}\delta_{\epsilon_2})\psi_\alpha=i(\epsilon_1\sigma^\mu\epsilon_2^\dagger-\epsilon_2\sigma^\mu\epsilon_1^\dagger)\partial_\mu\psi_\alpha-i\epsilon_{1\alpha}\epsilon_2^\dagger\bar\sigma^\mu\partial_\mu\psi+i\epsilon_{2\alpha}\epsilon_1^\dagger\bar\sigma^\mu\partial_\mu\psi \tag{3.10}$$

となる。この式の最後の 2 項は on-shell のとき、つまり運動方程式より $\bar\sigma^\mu\partial_\mu\psi=0$ が成り立っているのならば消えて、超対称代数の関係がフェルミオンについても成り立つ。

しかし、on-shell 以外のところでも代数関係が成り立つようにしたい。これはあるトリックを使うことで達成できる。それは "補助場" と呼ばれる運動項を持たない新たな場 F を導入するといったものである。このラグランジアン密度は

$$\mathcal{L}_{\text{auxiliary}}=F^*F \tag{3.11}$$

である。このラグランジアンからの運動方程式は $F=F^*=0$ である。これと (3.10) との比較から補助場 F の変換則は

$$\delta F=i\epsilon^\dagger\bar\sigma^\mu\partial_\mu\psi \ \ , \quad \delta F=-i\partial_\mu\psi^\dagger\bar\sigma^\mu\epsilon \tag{3.12}$$

となると推察する。すると、ラグランジアンの補助場部分は

$$\delta\mathcal{L}_{\text{auxiliary}}=i\epsilon^\dagger\bar\sigma^\mu\partial_\mu\psi F^*-i\partial_\mu\psi^\dagger\bar\sigma^\mu\epsilon F \tag{3.13}$$

と変換する。これは on-shell では消えるが off-shell では消えない。そこで ψ、$\psi^\dagger$ の変換則に次のような項を加える。

$$\delta\psi_\alpha=i(\sigma^\mu\epsilon^\dagger)_\alpha\partial_\mu\phi+\epsilon_\alpha F \ \ , \quad \delta\psi^\dagger_{\dot\alpha}=-i(\epsilon\sigma^\mu)_{\dot\alpha}\partial_\mu\phi^*+\epsilon^\dagger_{\dot\alpha}F^* \tag{3.14}$$

これにより、$\delta\mathcal{L}_{\text{fermion}}$ に追加の寄与ができて (3.13) とで全微分項以外をキャンセルできる。また、交換子を F に作用させると (3.8) 式と同じ形の変換則を得る。これにより $\mathcal{L}=\mathcal{L}_{\text{scalar}}+\mathcal{L}_{\text{fermion}}+\mathcal{L}_{\text{auxiliary}}$ を持つ理論は超対称変換の下で不変で、また超対称代数も閉じている理論になる。

自由度について考えてみると、補助場 F がなぜ必要だったのかを理解できる。on-shell では複素スカラー場 ϕ は ψ のもつ 2 つのスピン偏極状態に対応する 2 つの自由度を持っている。しかし、もともと複素 2 成分 Weyl フェルミオンである ψ は 4 つの実自由度を持っていて、on-shell では 2 つの自由度が削除されていたのであった。(ψ はラグランジアン中では時間微分に 1 次の形で入っているので、正準運動量は時間微分を持たない形で表現できるため独立な位相空間の座標ではなくなるから。)つまり off-shell ではフェルミオン自由度と等しいはずのスカラー自由度が 2 つ足りなくなる。それを埋め合わせるために補助場 F の導入が必要だったのである。

3.2　一般的な理論への拡張

いままでは単一の supermultiplet で相互作用の無いような簡単な理論を考えたが、MSSM のような現実的な理論にするためには複数の supermultiplet があり、相互作用を持つような一般的なものへ拡張すべきである。以下でその拡張を見ていく。

理論中に複数の chiral supermultiplet があるとしてそれらを添え字 i でラベルする。超対称代数が閉じている理論の中では chiral supermultiplet は複素スカラー ϕ_i と Weyl フェルミオン ψ_i と補助場 F_i を持っている。ラグランジアンの相互作用の無い部分は前節より

$$\mathcal{L}_{\text{free}} = -\partial^\mu \phi^{*i} \partial_\mu \phi_i - i\psi^{\dagger i} \bar{\sigma}^\mu \partial_\mu \psi_i + F^{*i} F_i \tag{3.15}$$

である。ここで繰り返し添え字 i については和をとる。これらの場は超対称変換

$$\delta\phi_i = \epsilon\psi_i\,, \qquad \delta\phi^{*i} = \epsilon^\dagger \psi^{\dagger i} \tag{3.16}$$

$$\delta(\psi_i)_\alpha = i(\sigma^\mu \epsilon^\dagger)_\alpha \partial_\mu \phi_i + \epsilon_\alpha F_i\,, \qquad \delta(\psi^{\dagger i})_{\dot\alpha} = -i(\epsilon\sigma^\mu)_{\dot\alpha} \partial_\mu \phi^{*i} + \epsilon^\dagger_{\dot\alpha} F^{*i} \tag{3.17}$$

$$\delta F_i = i\epsilon^\dagger \bar{\sigma}^\mu \partial_\mu \psi_i\,, \qquad \delta F^{*i} = -i\partial_\mu \psi^{\dagger i} \bar{\sigma}^\mu \epsilon \tag{3.18}$$

のもとで理論を不変にする。

これに加えられるくりこみ可能な相互作用の最も一般的なものを求めていく。理論をくりこみ可能にするために、相互作用ラグランジアン中の各項は結合定数を除いた場で書かれる部分が４以下の質量次元になっていなければならない。なので候補となるのは以下のようなものだけである。

$$\mathcal{L}_{\text{int}} = \left(-\frac{1}{2} W^{ij} \psi_i \psi_j + W^i F_i + x^{ij} F_i F_j \right) + \text{c.c.} - U \tag{3.19}$$

ここで W^{ij}、W^i、x^{ij}、U はスカラー場 ϕ_i、ϕ^{*i} の多項式で、それぞれ次元１、２、０、４を持っている。これが超対称変換の下で不変であることが要求される。(3.16)-(3.18) の変換則を見てみると x^{ij}、U の項は変換の下で変化量が他のものとキャンセルできない形になり、不変になれないことが分かる。ゆえに、可能なラグランジアンは

$$\mathcal{L}_{\text{int}} = \left(-\frac{1}{2} W^{ij} \psi_i \psi_j + W^i F_i \right) + \text{c.c.} \tag{3.20}$$

が残る。Weyl スピノルの代数関係から、W^{ij} は i、j の入れ替えに対して対称であることに注意しよう。

$\mathcal{L}_{\text{int}}$ の変分 $\delta\mathcal{L}_{\text{int}}$ を幾つかの部分に分けて考えていく。まず、$\delta\mathcal{L}_{\text{int}}$ の中で４つスピノルを持つ部分は

$$\delta\mathcal{L}_{\text{int}}|_{4-\text{spinor}} = \left[-\frac{1}{2} \frac{\delta W^{ij}}{\delta\phi_k} (\epsilon\psi_k)(\psi_i\psi_j) - \frac{1}{2} \frac{\delta W^{ij}}{\delta\phi^{*k}} (\epsilon^\dagger \psi^{\dagger k})(\psi_i\psi_j) \right] + \text{c.c.} \tag{3.21}$$

$(\epsilon\psi_k)(\psi_i\psi_j)$ の項は他の項でキャンセルできない形になっているが、Fierz 等式より

$$(\epsilon\psi_i)(\psi_j\psi_k) + (\epsilon\psi_j)(\psi_k\psi_i) + (\epsilon\psi_k)(\psi_i\psi_j) = 0 \tag{3.22}$$

なので、$\delta W^{ij}/\delta\phi_k$ が i、j、k の入れ替えの下で全て対称であれば $\delta\mathcal{L}_{\text{int}}$ への寄与は消える。$(\epsilon^\dagger\psi^{\dagger k})(\psi_i\psi_j)$ は他の項とキャンセルできないし、(3.22) のような等式も無い。ゆえにこの項が出ないようにとると、W^{ij} には ϕ^{*k} が含まれないことになる。つまり、W^{ij} は複素共役の場 ϕ^*_k が含まれない (解析的と呼ばれる)。以上より W^{ij} の形は

$$W^{ij} = M^{ij} + y^{ijk}\phi_k \tag{3.23}$$

になる。ここで M^{ij} はフェルミオン場の質量行列、y^{ijk} はスカラー ϕ_k と 2 つのフェルミオン ψ_i、ψ_j を結びつける Yukawa 結合定数に相当する。どちらも添え字の入れ替えに対して対称である。W^{ij} の添え字に関して対称な性質から次のようにあらわすと便利である。

$$W^{ij} = \frac{\delta^2}{\delta\phi_i\delta\phi_j}W \tag{3.24}$$

ここで W は

$$W = \frac{1}{2}M^{ij}\phi_i\phi_j + \frac{1}{6}y^{ijk}\phi_i\phi_j\phi_k \tag{3.25}$$

である。これは "superpotential" と呼ばれている。これは ϕ_i^* が含まれない解析的な形になっていることに注意しておこう。

次に $\delta\mathcal{L}_{\text{int}}$ 中で時空間の微分を含む部分を見ていく。変換則とスピノル代数から

$$\delta\mathcal{L}_{\text{int}}|_\partial = \{-iW^{ij}(\partial_\mu\phi_j)\psi_i\sigma^\mu\epsilon^\dagger - iW^i\partial_\mu\psi_i\sigma^\mu\epsilon^\dagger\} + \text{c.c.} \tag{3.26}$$

となる。(3.23) より

$$W^{ij}\partial_\mu\phi_j = \partial_\mu\left(\frac{\delta W}{\delta\phi_i}\right) \tag{3.27}$$

とすることができるので、もし

$$W^i = \frac{\delta W}{\delta\phi_i} = M^{ij}\phi_j + \frac{1}{2}y^{ijk}\phi_j\phi_k \tag{3.28}$$

となっていれば $\delta\mathcal{L}_{\text{int}}|_\partial$ は全微分となり超対称変換の下で不変である。

$\delta\mathcal{L}_{\text{int}}$ 中の残りの項は F_i、F^{*i} の項であり、上で出した W^{ij}、W^i の結果を与えればそれらがキャンセルすることが示せる。

superpotential に線形な項を含めても上の議論での妥当性は失われない。

$$W = L^i\phi_i + \frac{1}{2}M^{ij}\phi_i\phi_j + \frac{1}{6}y^{ijk}\phi_i\phi_j\phi_k \tag{3.29}$$

ここで L^i は 2 の質量次元を持つパラメーターである。このような項はゲージ群の下で singlet になっているときだけ許されるが、MSSM ではそのようなゲージ singlet な chiral supermultiplet はない。しかし、この項は自発的対称性の破れを議論する上で重要な役割を果たす。

以上より chiral supermultiplet のゲージ相互作用以外の一般的な相互作用が superpotential によって決定できることが分かる。ここで補助場 F_i、F_i^* はラグランジアン $\mathcal{L}_{\text{free}} + \mathcal{L}_{\text{int}}$ から古典運動方程式によって

$$F_i = -W_i^* \ , \quad F^{*i} = -W^i \tag{3.30}$$

が導かれる。したがって補助場はスカラー場によって表現することができる。そのときのラグランジアンは

$$\mathcal{L} = -\partial^\mu\phi^{*i}\partial_\mu\phi_i - i\psi^{\dagger i}\bar{\sigma}^\mu\partial_\mu\psi_i - \frac{1}{2}(W^{ij}\psi_i\psi_j + W_{ij}^*\psi^{\dagger i}\psi^{\dagger j}) - W^iW_i^* \tag{3.31}$$

となる。これにより理論のスカラーポテンシャルは

$$\begin{aligned} &V(\phi,\phi^*) = (W^kW_k^*) = F^{*k}F_k = \\ &M_{ik}^*M^{kj}\phi^{*i}\phi_j + \frac{1}{2}M^{in}y_{jkn}^*\phi_i\phi^{*j}\phi^{*k} + \frac{1}{2}M_{in}^*y^{jkn}\phi^{*i}\phi_j\phi_k + \frac{1}{4}y^{ijn}y_{kln}^*\phi_i\phi_j\phi^{*k}\phi^{*l} \end{aligned} \tag{3.32}$$

で与えられる。これは W^k の絶対値の 2 乗なので常に非負である。これをまとめたラグランジアンは

$$\begin{aligned}\mathcal{L} &= -\partial^\mu\phi^{*i}\partial_\mu\phi_i - V(\phi,\phi^*) - i\psi^{\dagger i}\bar{\sigma}^\mu\partial_\mu\psi_i - \frac{1}{2}M^{ij}\psi_i\psi_j - \frac{1}{2}M^*_{ij}\psi^{\dagger i}\psi^{\dagger j} \\ &\quad -\frac{1}{2}y^{ijk}\phi_i\psi_j\psi_k - \frac{1}{2}y^*_{ijk}\phi^{*i}\psi^{\dagger j}\psi^{\dagger k} \qquad (3.33)\end{aligned}$$

となる。このラグランジアンから運動方程式をつくり線形の項を見てみると

$$\partial^\mu\partial_\mu\phi_i = M^*_{ik}M^{kj}\phi_j + \cdots \qquad (3.34)$$

$$i\bar{\sigma}^\mu\partial_\mu\psi_i = -M^*_{ij}\psi^{\dagger j} + \cdots \quad , \quad i\sigma^\mu\partial_\mu\psi^{\dagger i} = -M^{ij}\psi^\dagger_j + \cdots \qquad (3.35)$$

となっている。3.35 式から ψ、$\psi^\dagger$ を消去することができ、そうすると少しの代数の後

$$\partial^\mu\partial_\mu\psi_i = M^*_{ik}M^{kj}\psi_j + \cdots \quad , \quad \partial^\mu\partial_\mu\psi^{\dagger j} = \psi^{\dagger i}M^*_{ik}M^{kj} + \cdots \qquad (3.36)$$

を得る。これによりフェルミオンとボソンは同じ波動関数を満たしており、同じ 2 乗質量行列 $(M^2)_i^j = M^*_{ik}M^{kj}$ を持っていることが分かる。この行列をユニタリー行列で場を再定義することにより対角化すると、質量の縮退した複素スカラーと Weyl フェルミオンを持つ chiral supermultiplet を得る。

次に vector supermultiplet の超対称ラグランジアンの形を考える。

vector supermultiplet の中にはゲージボソン場 A^a_μ と Weyl フェルミオンである gauginoλ^a がある。ここで添え字 a はゲージ群の随伴表現についてとる。($SU(3)_c$ グルーオンと gluino については $a = 1, 2, \ldots, 8$、$SU(2)_L$ では $a = 1, 2, 3$、$U(1)_Y$ では $a = 1$。) vector supermultiplet 場のゲージ変換は

$$\delta_{\text{gauge}}A^a_\mu = \partial_\mu\Lambda^a + gf^{abc}A^b_\mu\Lambda^c \qquad (3.37)$$

$$\delta_{\text{gauge}}\lambda^a = gf^{abc}\lambda^b\Lambda^c \qquad (3.38)$$

となる。ここで Λ^a は無限小ゲージ変換パラメーター、g はゲージカップリング、f^{abc} はゲージ群を定義する完全反対称な構造定数である。

A^a_μ、λ^a_α の on-shell での自由度はボソン、フェルミオンどちらも 2 つになっている。しかし、off-shell では λ^a_α の実自由度は 4 になる。そのため F を導入したときのように、新たな補助場を導入することが必要になる。ただし、ひとつの自由度は非同次なゲージ変換 (3.37) によって取り去られる。そこで 1 つの実 bosonic な補助場 D^a を導入する。この場もゲージ群の随伴表現として変換する。

$$\delta_{\text{gauge}}D^a = gf^{abc}D^b\Lambda^c \qquad (3.39)$$

また、補助場 F のように質量の 2 乗の次元を持ち、運動項を持たず運動方程式より、on-shell で削除される場である。したがって vector supermultiplet のラグランジアンは

$$\mathcal{L}_{\text{gauge}} = -\frac{1}{4}F^a_{\mu\nu}F^{\mu\nu a} - i\lambda^{\dagger a}\bar{\sigma}^\mu D_\mu\lambda^a + \frac{1}{2}D^aD^a \qquad (3.40)$$

とすべきである。ここで

$$F^a_{\mu\nu} = \partial_\mu A^a_\nu - \partial_\nu A^a_\mu + gf^{abc}A^b_\mu A^c_\nu \qquad (3.41)$$

である。また D_μ は共変微分

$$D_\mu \lambda^a = \partial_\mu \lambda^a + g f^{abc} A^b_\mu \lambda^c \tag{3.42}$$

である。(3.40) 式が超対称性を満たすかどうか、実際の超対称変換を見て確認してみる。超対称変換の形は質量の 1/2 乗の次元を持つ無限小パラメーター ϵ、$\epsilon^\dagger$ に線形で、δA^a_μ が実で、δD^a が実で gagino の場の方程式に比例するはずである。そこから chiral supermultiplet で F を導入したときの類推から

$$\delta A^a_\mu = \frac{1}{\sqrt{2}}(\epsilon^\dagger \bar{\sigma}_\mu \lambda^a \lambda^{\dagger a} \bar{\sigma}_\mu \epsilon) \tag{3.43}$$

$$\delta \lambda^a_\alpha = \frac{i}{2\sqrt{2}}(\sigma^\mu \bar{\sigma}^\nu \epsilon)_\alpha F^a_{\mu\nu} + \frac{1}{\sqrt{2}}\epsilon_\alpha D^a \tag{3.44}$$

$$\delta D^a = \frac{i}{\sqrt{2}}(\epsilon^\dagger \bar{\sigma}^\mu D_\mu \lambda^a - D_\mu \lambda^{\dagger a} \bar{\sigma}^\mu \epsilon) \tag{3.45}$$

と推測される。($\sqrt{2}$ の因子は実際に超対称不変にするために必要で、λ^a の式についている位相因子は将来の都合のため選んだ。) これは計算してみると実際に作用を超対称不変にしている。また、次の式も満たし、超対称代数に対して閉じている。

$$(\delta_{\epsilon_2}\delta_{\epsilon_1} - \delta_{\epsilon_1}\delta_{\epsilon_2})X = i(\epsilon_1 \sigma^\mu \epsilon_2^\dagger - \epsilon_2 \sigma^\mu \epsilon_1^\dagger) D_\mu X \tag{3.46}$$

ここで X には $F^a_{\mu\nu}$、λ^a、$\lambda^{\dagger a}$、D^a が入り、共変微分はそれらに作用する形をとる。

以上の話から超対称理論でのゲージ相互作用の形を考える。

chiral supermultiplet がゲージ群の表現の下で変換し、そのゲージ群はエルミート行列 $(T^a)_i^j$ を持ち、$[T^a, T^b] = i f^{abc} T^c$ を満たすような表現をもつとする。超対称変換とゲージ変換は可換なので、supermultiplet 中のスカラー、フェルミオン、補助場はゲージ群の同じ表現の中で変換しなければならない。ゆえに $X_i = \phi_i, \psi_i, F_i$ において

$$\delta_{\mathrm{gauge}} X_i = i g \Lambda^a (T^a X)_i \tag{3.47}$$

である。ゲージ不変なラグランジアンを得るためには (3.15) 式の微分の部分を共変微分に置き換える必要がある。

$$\partial_\mu \phi_i \to D_\mu \phi_i = \partial_\mu \phi_i - i g A^a_\mu (T^a \phi)_i \tag{3.48}$$

$$\partial_\mu \phi^{*i} \to D_\mu \phi^{*i} = \partial_\mu \phi^{*i} + i g A^a_\mu (\phi^* T^a)^i \tag{3.49}$$

$$\partial_\mu \psi_i \to D_\mu \psi_i = \partial_\mu \psi_i - i g A^a_\mu (T^a \psi)_i \tag{3.50}$$

これにより vector supermultiplet 中のベクトルボソンは chiral supermultiplet 中のスカラー、フェルミオンにカップルする。しかし、ほかにもゲージ不変性によって許される新しい相互作用がある。

ほかに 3 つとりうるくりこみ可能な相互作用がある。

$$(\phi^* T^a \psi)\lambda^a \quad , \quad \lambda^{\dagger a}(\psi^\dagger T^a \phi) \quad , \quad (\phi^* T^a \phi) D^a \tag{3.51}$$

である。これらを未知の無次元結合定数をつけてラグランジアンに加えることができる。そこでラグランジアンが全体で実で、超対称変換の下で不変な作用をつくるという条件が満たされていなければならない。これはラグランジアンの中の微分が共変微分に置き換わったときだけ可能である。ただし δF_i に追加の項を加える必要がある。そのときの場の超対称変換則は

$$\delta \phi_i = \epsilon \psi_i \tag{3.52}$$

$$\delta\psi_{i\alpha} = i(\sigma^\mu \epsilon^\dagger)_\alpha D_\mu \phi_i + \epsilon_\alpha F_i \tag{3.53}$$

$$\delta F_i = i\epsilon^\dagger \bar{\sigma}^\mu D_\mu \psi_i + \sqrt{2} g (T^a \phi)_i \epsilon^\dagger \lambda^{\dagger a} \tag{3.54}$$

となる。これで条件を満たすために未知の結合定数の形が決まる。そして、くりこみ可能な超対称理論における完全なラグランジアン密度は

$$\begin{aligned} \mathcal{L} &= \mathcal{L}_{\text{chiral}} + \mathcal{L}_{\text{gauge}} \\ &\quad -\sqrt{2} g (\phi^* T^a \psi) \lambda^a - \sqrt{2} g \lambda^{\dagger a} (\psi^\dagger T^a \phi) + g(\phi^* T^a \phi) D^a \end{aligned} \tag{3.55}$$

となる。ただし $\mathcal{L}_{\text{chiral}}$、$\mathcal{L}_{\text{gauge}}$ の中の微分は全て共変微分に置き換わっている。(3.55) が超対称性の下で不変であるためには、等式

$$W^i (T^a \phi)_i = 0 \tag{3.56}$$

が成り立っていなければならない。この条件の左辺は δ_{gauge} に比例している。ゆえにこれは $\mathcal{L}_{\text{chiral}}$ がゲージ不変になるための条件である。

(3.55) の２行目は超対称性より結合の強さがゲージカップリングの強さになるように決定されている。２行目最初の２項は gaugino の物質場へのカップリングを表している。これは普通のゲージボソンと物質場のカップリングを" 超対称化 "したものと考えることができる。最後の項は $\mathcal{L}_{\text{gauge}}$ の $D^a D^a/2$ の項と組み合わせて運動方程式

$$D^a = -g(\phi^* T^a \phi) \tag{3.57}$$

を与える。したがって F_i のように D^a はスカラー場で表現できる。これを使うと完全なスカラーポテンシャル

$$V(\phi, \phi^*) = F^{*i} F_i + \frac{1}{2} \sum_a D^a D^a = W_i^* W^i + \frac{1}{2} \sum_a g_a^2 (\phi^* T^a \phi)^2 \tag{3.58}$$

が求まる。この表現中の２種類の項はそれぞれ "F-term"、"D-term" と呼ばれる。スカラーポテンシャルが理論中の他の相互作用によって完全に決定されるというのは超対称性のユニークな特徴である。

以上のように MSSM でのラグランジアンの形を決定できた。しかし、ゲージ不変性を考えると superpotential の中の形も制限される。superpotential(3.29) の中のパラメーター L^i、M^{ij}、y^{ijk} について取れる形が制限される。L^i は ϕ_i がゲージ singlet のときだけノンゼロの値を持つことが許される。M^{ij} は ϕ_i と ϕ_j がゲージ群の下でお互いが共役になるように変換し、$\phi_i\phi_j$ が singlet を組むようなときだけノンゼロの値を持つことが許される。y^{ijk} は ϕ_i、ϕ_j、ϕ_k が結合して singlet を形成できるときにだけノンゼロの値を持つことが許される。

superpotential から作られる相互作用は (3.32)、(3.33) に書いてあるものになり、それらのダイアグラムを図 2、3 に示した。 図 2 に示した相互作用は全て無次元パラメーター y^{ijk} によって決定される。図 2(a) の相互作用は (3.33) 式の最後から２番目の項に対応する。これの全矢印を反転させたダイアグラムは図 2(b) に示されていて、これは (3.33) 式の最後の項に対応する。図 2(c) は (3.32) 式の最後の項に対応する。(c) の相互作用は hierarchy 問題の所で議論したようなヒッグス質量の２次発散する量子補正をキャンセルするために必要だった相互作用である。

図 3 は質量次元１、２の結合定数を持つ相互作用を示している。図 3(a)、(b) はスカラーの３重結合を示している。これは (3.32) 式の第２、３項に対応している。この結合の強さは M^{ij} と y^{ijk}

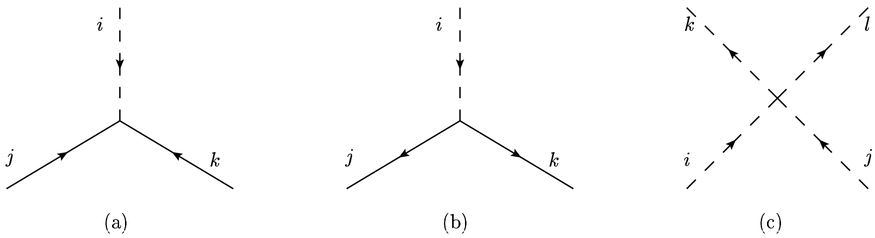

図 2: 超対称理論の無次元の非ゲージ相互作用： (a) スカラー - フェルミオン - フェルミオン相互作用 y^{ijk}、(b)(a) の複素共役の相互作用 y^*_{ijk}、(c) ４重スカラー相互作用 $y^{ijn}y^*_{kln}$

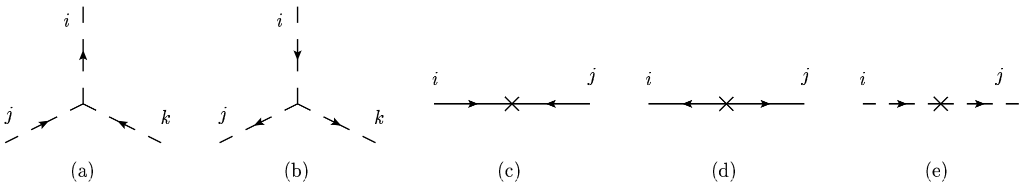

図 3: 超対称理論の次元ありの非ゲージ相互作用： (a) ３重スカラー相互作用 $M^*_{in}y^{jkn}$、(b)(a) の複素共役の相互作用 $M^{in}y^*_{jkn}$、(c) フェルミオン質量項 M^{ij}、(d) 複素共役なフェルミオン質量項 M^*_{ij}、(e) スカラー２乗質量項 $M^*_{ik}M^{kj}$

によって決定される。図 3(c)、(d) は (3.33) １行目第３，４項のフェルミオン質量項に対応している。図の矢印のように質量項 M^{ij}、M_{ij} はフェルミオンプロパゲーターのカイラリティを変える。図 3(e) は (3.32) 式第１項のスカラーの２乗質量項に対応する。これはフェルミオンのような矢印の反転は起こさない。

超対称理論でのゲージ相互作用を図 4 に示した。図 4(a)、(b)、(c) はゲージ群が非可換なときにだけ起こる相互作用である。(a)、(b) は (3.40) 式の第１項から来るゲージボソンの相互作用である。MSSM ではこの相互作用は標準模型にあるものと同じになる。図 4(c)、(d)、(e)、(f) は運動項の共変微分から導かれる相互作用である。(c) は gaugino とゲージボソンのカップリングを表しているが、gaugino 線は慣例的にフェルミオンを表す実線の上に波線を重ねて描かれる。図 4(g) の gaugino - chiral フェルミオン - 複素スカラーのカップリングは (3.55) 式の２行目第１項に対応する。これは図 4(e)、(f) を超対称化したものと考えることができる。図 4(h) は (3.55) 式の２行目第２項の複素共役項に対応している。図 4(i) は (3.58) 式の最後の項に対応するスカラー４重結合の相互作用である。これもゲージ結合定数によって決定される。

この節での結果は任意のモデルでの超対称相互作用の構成するときの方法として使うことができる。

3.3 soft SUSY-breaking 相互作用

超対称理論は現象論のモデルとして現実的なものにするためには超対称の soft な破れを持っていなくてはならないことを以前に述べた。理論の形としては、基本のモデルは超対称性の下で不変

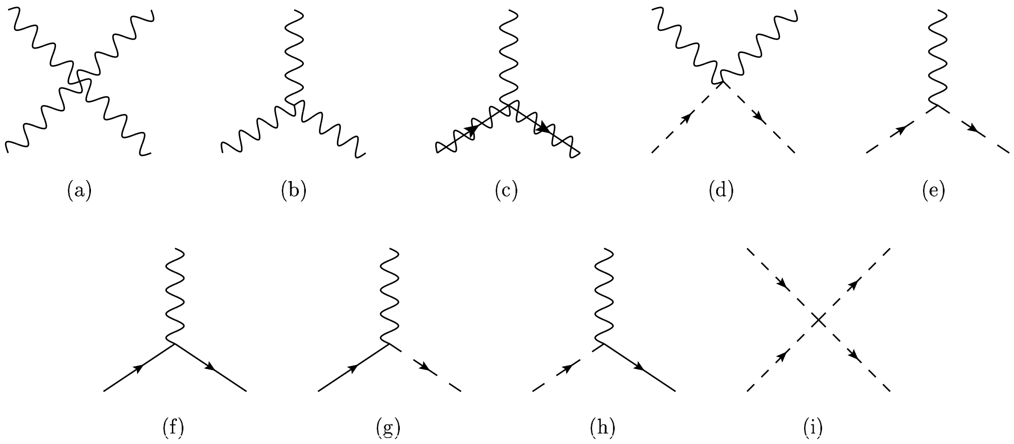

図 4: 超対称ゲージ相互作用（波線＋実線は gaugino を表している。）

なラグランジアンをもっているが、真空状態ではそうなっていないような“ 自発的な破れ ”をするモデルが予想される。今までそのようなモデルがいろいろ提案されてきているが、それは後の章で述べる。ここでは単純に手で超対称性を破る追加の項を入れてパラメーター化してしまうと便利である。超対称性を破るカップリングは電弱スケールとプランクスケールの間で hierarchy 問題の解決が維持できるような soft なものであるべきである。また超対称性の破れが起きる質量スケールが 0 になった場合には超対称性を破るカップリングは消えてなければならない。そのため次元解析的に結合定数は正の質量次元を持っているべきで、無次元のものは無いと考えられる。

ラグランジアンの中に加えられる一般的なとりうる soft に超対称性を破る (soft SUSY-breaking) 項は

$$\mathcal{L}_{\rm soft} = -\left(\frac{1}{2}M_a\lambda^a\lambda^a + \frac{1}{6}a^{ijk}\phi_i\phi_j\phi_k + \frac{1}{2}b^{ij}\phi_i\phi_j + t^i\phi_i\right) + {\rm c.c.} - (m^2)^i_j\phi^{j*}\phi_i \tag{3.59}$$

$$\mathcal{L}_{\rm maybe\ soft} = -\frac{1}{2}c_i^{jk}\phi^{*i}\phi_j\phi_k + {\rm c.c.} \tag{3.60}$$

ここで M_a、a^{ijk}、b^{ij}、t^i、$(m^2)^j_i$、c_i^{jk} が各項の結合定数である。M_a、$(m^2)^j_i$ の項は質量項になっている。ゲージ不変性から、それぞれの項はかかっている場がゲージ変換の下 singlet を組むときだけノンゼロの値がとれる。t^i の項では ϕ_i がゲージ singlet でなければならないが、そのようなものは MSSM には無い。また、この他に $\mathcal{L} = -\frac{1}{2}m^{ij}\psi_i\psi_j + {\rm c.c.}$ のような項も考えられるが、superpotential 中の項と $(m^2)^i_j$、c_i^{jk} を再定義することで消すことができるので書かなかった。

$\mathcal{L}_{\rm soft}$ を持つ超対称理論は摂動論の全オーダーで 2 次発散が起きないが、$\mathcal{L}_{\rm maybe\ soft}$ も含めて考えると 2 次発散が出てきてしまう。しかし、c_i^{jk} が無視できるほど小さくない値を持つような自発的に超対称性を破るモデルというのは構成することが困難であるためほとんどの場合でこの項は無視される。また、gaugino と chiral supermultiplet 内のフェルミオンとのカップリングも考えられる。ただ最小限の場の content をもつ MSSM ではそのような項でゲージ不変性をみたすものは作れない。そのためそのような項の可能性も無視した。それゆえ (3.59) 式は通常 soft SUSY-breakin ラグランジアンの一般形ととられる。

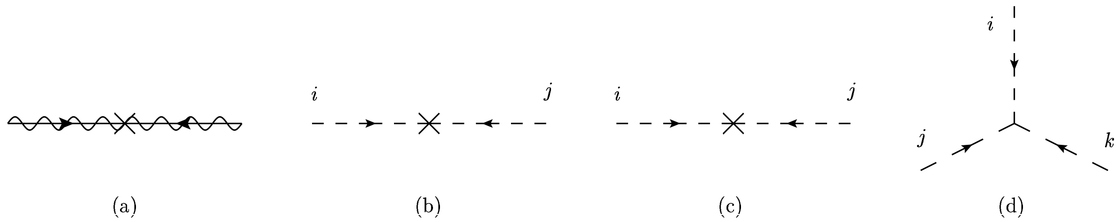

図 5: soft SUSY-breakin term：(a)gaugino 質量 M_a、(b) スカラー２乗質量 $(m^2)^i_j$、(c) スカラー２乗質量 b^{ij}、(d) スカラー４重結合 a^{ijk}

このような項が存在すれば gaugino や chiral supermultiplet 内のスカラーに質量を与えることができる。これにより今までで実験的に見つけられないほどの重さを持つ超対称粒子が実現できる。
(3.59) の許される soft term に対応する Feynman ダイアグラムを図 5 に示した。図 5(a)、(c)、(d) にはこれらのほかにもうひとつ全矢印が反転したものがある。

4 MSSM

前章では soft に破れる超対称理論のラグランジアンを構成する一般的な方法を見た。今からこれを MSSM に適用していく。

4.1 superpotential と超対称相互作用

MSSM における superpotential はゲージ不変性などから、

$$W_{\mathrm{MSSM}} = \bar{u}\mathbf{y}_u Q H_u - \bar{d}\mathbf{y}_d Q H_d - \bar{e}\mathbf{y}_e L H_d + \mu H_u H_d \tag{4.1}$$

となる。ここで H_u は up-type ヒッグスの、H_d は down-type ヒッグスの、Q は左巻きクォークの、L は左巻きレプトンの、$\bar{u}$ は右巻き up-type クォークの、$\bar{d}$ は右巻き down-type クォークの、$\bar{e}$ は右巻きレプトンの chiral supermultiplet 中のスカラー場をあらわしている。煩雑さを避けるため "∼"をつけなかった。また $\mathbf{y}_u$、$\mathbf{y}_d$、$\mathbf{y}_e$ は無次元 Yukawa パラメーターで世代空間での３×３行列になっている。全ゲージなどに関する添え字は省略してあるが、あらわに書くと μ-term は $\mu(H_u)_\alpha(H_d)_\beta\epsilon^{\alpha\beta}$、$\bar{u}\mathbf{y}_u Q H_u$ は $\bar{u}^{i\alpha}(\mathbf{y}_u)_i^j Q_{j\alpha a}(H_u)_\beta\epsilon^{\alpha\beta}$ などとなっている。ここで、$\epsilon^{\alpha\beta}$ は反対称テンソルで、添え字 $\alpha, \beta = 1, 2$ は $SU(2)_L$ weak isospin 添え字を表し、$i = 1, 2, 3$ は世代の添え字、$a = 1, 2, 3$ はカラーの添え字を表す。
(4.1) 中の μ-term は標準模型でのヒッグスボソン質量に対応している。この superpotential の形から、なぜヒッグスが２つ必要なのかを見ることができる。superpotential は解析的でなければならないため、$\bar{u}QH_d^*$ のような項はゲージ singlet にはなっているが禁止される。そのため左巻きクォークに Yukawa カップリングを作るためには (4.1) のように $\bar{u}QH_u$ がなくてはならない。$\bar{d}QH_u$、$\bar{e}LH_d$ も同様であり、H_u や H_d １つのみで標準模型にあるような Yukawa カップリングを作ることはできない。ゆえにアノマリーのキャンセル以外にも以上のような理由で H_u、H_d は両方必要になるのである。

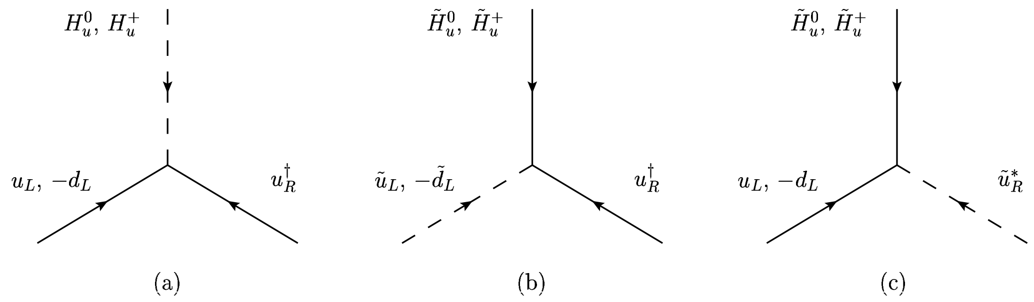

図 6: $\mathbf{y}_u$ を持つカップリング

(4.1) から前章で用いた方法でスカラーポテンシャルを構成し、superpotential から来る相互作用を見ることができる。相互作用の形は図 2、3 で見たような形になる。まず、求められる相互作用の中で次元のある結合定数を持つ部分は全て μ に依存する。その中で higgsino の質量項を構成する部分

$$-\mathcal{L}_{\text{higgsino mass}} = \mu(\tilde{H}_u^+\tilde{H}_d^- - \tilde{H}_u^0\tilde{H}_d^0) + \text{c.c.} \tag{4.2}$$

が与えられる。また、ヒッグスの 2 乗質量項

$$-\mathcal{L}_{\text{supersymmetric Higgs mass}} = |\mu|^2(|H_u^0|^2 + |H_u^+|^2 + |H_d^0|^2 + |H_d^-|^2) \tag{4.3}$$

も与えられる。ここで、(4.3) はヒッグスポテンシャルを構成する要素になるが、そのとき非負の値になってしまう。標準模型では電弱対称性の自発的な破れはヒッグスがノンゼロの真空期待値を持つときであり、それが起こるためには質量項にかかる結合定数は負である必要があった。超対称理論で電弱対称性の破れを考えるためには soft SUSY-breaking term からのヒッグスポテンシャルへの追加の寄与を導入するまで待たなければならない。さらに、Yukawa カップリングと μ-term が組み合わさったスカラーの 3 重結合

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{\text{supersymmetric (scalar)}^3} \quad = \quad & \mu^*(\bar{\tilde{u}}\mathbf{y}_u\tilde{u}H_d^{0*} + \bar{\tilde{d}}\mathbf{y}_d\tilde{d}H_u^{0*} + \bar{\tilde{e}}\mathbf{y}_e\tilde{e}H_u^{0*} \\ & + \bar{\tilde{u}}\mathbf{y}_u\tilde{d}H_d^{-*} + \bar{\tilde{d}}\mathbf{y}_d\tilde{u}H_u^{+*} + \bar{\tilde{e}}\mathbf{y}_e\tilde{\nu}H_u^{+*} + \text{c.c.})\end{aligned} \tag{4.4}$$

が与えられる。

次に無次元の結合定数を持つ部分はスカラー - フェルミオン - フェルミオンの 3 重結合とスカラーの 4 重結合を与える。前者の結合には標準模型にあるようなヒッグス - クォーク - クォーク、ヒッグス - レプトン - レプトン相互作用のほかに、squark-higgsino-クォーク、slepton-higgsino-レプトンの相互作用も含まれる。この 3 点結合の中で例として $\mathbf{y}_u$ を持つものを図 6 に示した。図の (b)、(c) は (a) の超対称化と考えられる。さらに、スカラー 4 重結合についても例として $\mathbf{y}_u\mathbf{y}_u^\dagger$ を持つもののいくつかを図 7 に示した。この他にも、図の $\tilde{u}_L$ を $\tilde{d}_L$ に置き換えたものや、H_u^0 を H_u^+ に置き換えたもの、また両方の置き換えを行ったもの、の 5 つの図が考えられる。

以上の superpotential から導かれる相互作用以外に、ゲージカップリングから導かれる相互作用もある。それは図 4 で考えたようなカップリングを持っている。そこから標準模型と同じゲージカップリングが導かれるが、その他に新たに超対称粒子のカップリングが加わる。これはゲージ不変性により完全に決定されている。まず、標準模型にあったような運動項から来るゲージボソンと

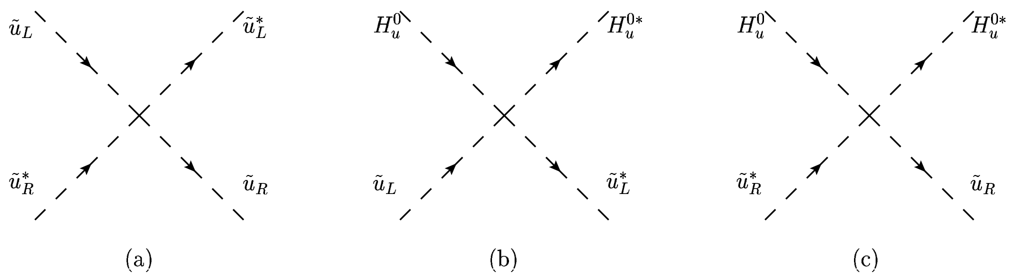

図 7: $\mathbf{y}_u\mathbf{y}_u^\dagger$ を持つスカラー 4 重結合

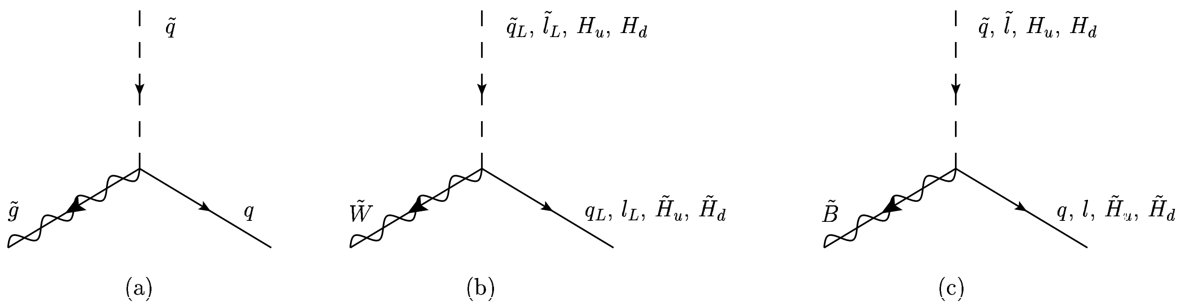

図 8: gaugino の相互作用：(a)gluino、(b)wino、(c)bino

の相互作用がある。その他に gaugino との相互作用もある。gaugino 相互作用については図 8 に示した。図のそれぞれについて矢印を全て反転させたダイアグラムも存在する。これらの相互作用はゲージ結合定数に比例する強さを持つ。さらに図 4(i) にあるようなスカラー 4 点の相互作用も存在する。この相互作用の強さはゲージ結合定数の 2 乗に比例する。

4.2 R-parity

superpotential から多くの相互作用を作り出してこれたが、実はゲージ不変でくりこみ可能な superpotential は (4.1) だけでなくほかにも存在する。しかし、それらの項はバリオン数 (B) とレプトン数 (L) の保存を破る

$$W_{\Delta L=1} = \frac{1}{2}\lambda^{ijk}L_iL_j\bar{e}_k + \lambda^{'ijk}L_iQ_j\bar{d}_k + \mu^{'i}L_iH_u \tag{4.5}$$

$$W_{\Delta B=1} = \frac{1}{2}\lambda^{''ijk}\bar{u}_i\bar{d}_j\bar{d}_k \tag{4.6}$$

のような項が考えられる。ここで、バリオン数は Q_i については B $=+1/3$、$\bar{u}_i$, $\bar{d}_i$ については B $=-1/3$ その他については B $=0$ を割り当てた。レプトン数は L_i について L $=+1$、$\bar{e}_i$ については L $=-1$、それ以外は L $=0$ を割り当てた。ゆえに (4.5) はレプトン数を 1 破り、(4.6) はバリオン数を 1 破る。

バリオン数、レプトン数を破る現象は実験的に見つかっていない。とくに陽子崩壊の実験からバリオン数、レプトン数の破れは強く制限されている。そこで MSSM では前提として B、L の保存を仮定してみることなどが考えられるが、標準模型での状況から後退することになってしまう。なぜなら標準模型ではそのような保存則を仮定せずに、くりこみ可能なラグランジアンをとっていくとバリオン数、レプトン数を破るような項は禁止されていたのである。さらに非摂動的な電弱効果を考えると破れが存在することも知られているため [7]、B、L の保存を自然の基本的な対称性として扱うのには無理がある。そこで、MSSM では "R-parity" と呼ばれる新たな対称性を加えることにより、B、L の保存を実現する。

R-parity とは次で定義される量子数である。

$$P_R = (-1)^{3(\mathrm{B}-\mathrm{L})+2S} \tag{4.7}$$

ここで s は粒子のスピンを表す。これは理論中の各粒子についてとられる量子数である。例えばクォークについてとると、$P_R = (-1)^{3(1/3-0)+2(1/2)}$ となり $+1$ になる。squark であれば $P_R = (-1)^{3(1/3-0)+2\cdot 0}$ で -1 である。この量子数が保存されるということを仮定されると、ラグランジアンや superpotential 中の各項で、場についてとられた P_R の積が $+1$ になっていなければならない。したがって、(4.5) や (4.6) のような項は禁止され、(4.1) にある項は全て許可される。つまり R-parity の保存を課したおかげで B、L の保存を得ることができる。

各粒子の R-parity を見ていくと、標準模型にある粒子とヒッグスボソンはすべて偶の R-parity($P_R = +1$) を持っていて、超対称粒子はすべて奇の R-parity($P_R = -1$) を持っていることが分かる。もし、R-parity が確かに保存しているとすると、ラグランジアンに書かれる相互作用は奇数個の超対称粒子のカップリングは禁止される。そのことから３つの重要な現象論的結果が導かれる。１つ目は、$P_R = -1$ の最も軽い超対称粒子は "lightest supersymmetric particle (LSP)" と呼ばれるが、これは完全に安定でなくてはならないということである。もし LSP が電気的に中性であれば、それはダークマターの候補になりうる。２つ目は LSP 以外の超対称粒子は最終的に奇数個の LSP をもつ状態へ崩壊しなければならない。３つ目は加速器実験では超対称粒子は必ず偶数個で生成されるということである。

MSSM ではこの R-parity が保存するように定義される。

4.3 MSSM での soft SUSY-breaking

MSSM で残っている相互作用は soft SUSY-breaking term である。(3.59) とゲージ不変性と R-parity から相互作用は

$$\begin{aligned}\mathcal{L} \;=\; & -\frac{1}{2}(M_3\tilde{g}\tilde{g} + M_2\tilde{W}\tilde{W} + M_1\tilde{B}\tilde{B} + \mathrm{c.c.}) \\ & -(\tilde{\bar{u}}\,\mathbf{a}_u\tilde{Q}H_u - \tilde{\bar{d}}\,\mathbf{a}_d\tilde{Q}H_d - \tilde{\bar{e}}\,\mathbf{a}_e\tilde{L}H_d + \mathrm{c.c.}) \\ & -\tilde{Q}^\dagger\mathbf{m}_Q\tilde{Q} - \tilde{L}^\dagger\mathbf{m}_L^2\tilde{L} - \tilde{\bar{u}}\,\mathbf{m}_{\bar{u}}^2\tilde{\bar{u}}^\dagger - \tilde{\bar{d}}\,\mathbf{m}_{\bar{d}}^2\tilde{\bar{d}}^\dagger - \tilde{\bar{e}}\,\mathbf{m}_{\bar{e}}^2\,\tilde{\bar{e}}^\dagger \\ & -m_{H_u}^2H_u^*H_u - m_{H_d}^2H_d^*H_d - (bH_uH_d + \mathrm{c.c.})\end{aligned} \tag{4.8}$$

となる。添え字は省略してある。ここで M_3、M_2、M_1 は gluino、wino、bino の質量項である。２行目はスカラー３重カップリングを表していて、$\mathbf{a}_u$、$\mathbf{a}_d$、$\mathbf{a}_e$ は質量次元１の世代空間での 3×3 行列である。この項に書かれる場は Yukawa カップリングと１対１対応になっている。３行目は

squark、slepton の 2 乗質量項で、(3.59) の中の $(m^2)_i^j$ タイプのものに相当する。$\mathbf{m}_Q^2$、$\mathbf{m}_{\bar{u}}^2$、$\mathbf{m}_{\bar{d}}^2$、$\mathbf{m}_L^2$、$\mathbf{m}_{\bar{e}}^2$ はそれぞれの世代空間での 3×3 行列である。これらは複素数が入っていても良いが、ラグランジアンが実になるためにエルミートでなくてはならない。最後の行はヒッグスポテンシャルへの SUSY-breaking からの寄与を表している。$m_{H_u}^2$、$m_{H_d}^2$ は $(m^2)_i^j$ タイプの 2 乗質量項で、b は (3.59) での b^{ij} タイプの 2 乗質量項である。これが MSSM での SUSY-breaking ラグランジアンである。

超対称性が破れてない部分のラグランジアンとちがい SUSY-breaking ラグランジアンには標準模型には無かったたくさんの新しいパラメーターが出現してしまう。しかし、現在までの $\mu\to e\gamma$ などの実験結果から SUSY-breaking パラメーターには強い制限がついており、これらのパラメーターは完全に任意にとることはできないことがわかっている。そのためラグランジアンは何か強力な構成原理によって支配されていると考えられる。この構成原理が出てくる理由としては、SUSY-breaking の由来に関するモデルの結果であることなどが考えられている。モデルについては理論家達の間で様々なものが考えられているが、どんなモデルでも、非常に高いエネルギースケール Q_0 でラグランジアンが簡単化されたり、対称性をもつことを暗示している。それにより Q_0 での SUSY-breaking パラメーターの値が制限される。実験が行われている電弱スケールでのパラメーターを見るにはくりこみ群方程式を使って発展させなければならないが、このくりこみ効果を入れたとしても実験的制限を満たせるようにすることができる。(後でレプトンフレーバーの破れの効果を右巻きニュートリノを考えることで加えていくが、この効果が大きすぎると実験的制限から外れることがある。)

このような高いエネルギースケールでの制限を考える動機としてゲージカップリングの統一が挙げられる。ゲージ結合定数 g_1, g_2, g_3 の標準模型と MSSM でのくりこみ群方程式は

$$\beta_{g_a}\equiv\frac{d}{dt}g_a=\frac{1}{16\pi^2}b_a g_a^3,\qquad (b_1,\,b_2,\,b_3)=\begin{cases}(41/10,\,-19/6,\,-7) & \text{標準模型}\\ (33/5,\,1,\,-3) & \text{MSSM}\end{cases}\tag{4.9}$$

である。ここで $t=\ln(Q/Q_0)$、Q はくりこみスケールである。MSSM の係数は補正を与えるループを走る粒子として超対称粒子が追加されるた分大きくなっている。ここで、g_1 の規格化は大統一理論と一致するように選ばれている。したがって、ワインバーグ各 θ_W で $e=g\sin\theta_W=g'\cos\theta_W$ と書かれるような電弱ゲージカップリング $g,\,g'$ とは、$g_2=g,\,g_1=\sqrt{5/3}\,g'$ の関係を持っている。このくりこみ群方程式から MSSM では $M_U\sim 2\times 10^{16}\,\mathrm{GeV}$ のスケールでゲージッカップリングが統一できることが分かる。標準模型では統一はできなかった。そのため MSSM カップリングと soft 質量項についてもこのスケールで制限を持つことが予想されるのである。

4.4 MSSM でのくりこみ群方程式

ここでは MSSM でのパラメーターがくりこみによってどう発展していくかを見ていく。くりこみ群方程式の形は “supersymmetric non-renormalization theorem[5]” と呼ばれる定理から制限される。この結果から超対称を守る部分のパラメーターの繰り込みは vertex でのくりこみ無しで書くことができる。superpotential 中に現れるパラメーターについて

$$\beta_{y^{ijk}}\equiv\frac{d}{dt}y^{ijk}=\gamma_n^i y^{njk}+\gamma_n^j y^{ink}+\gamma_n^k y^{ijn}\tag{4.10}$$

$$\beta_{M^{ij}}\equiv\frac{d}{dt}M^{ij}=\gamma_n^i M^{nj}+\gamma_n^j M^{in}\tag{4.11}$$

$$\beta_{L^i}\equiv\frac{d}{dt}L^i=\gamma_n^i L^n\tag{4.12}$$

のくりこみ群方程式を得る。ここで γ^i_j は異常次元行列である。これは一般的に摂動的なループ展開で計算されなければならない。１ループのオーダーだけ考えると

$$\gamma^i_j = \frac{1}{16\pi^2}\left[\frac{1}{2}y^{imn}y^*_{jmn} - 2g_a^2 C_a(i)\delta^i_j\right] \tag{4.13}$$

となる。ここで、$C_a(i)$ は２次のカシミア群理論の supermultiplet Φ_i における不変量である。これはリー代数の生成子 T^a で

$$(T^aT^a)_i^j = C_a(i)\delta_i^j \tag{4.14}$$

と定義される。ここで a はゲージ結合定数 g_a に対応する。MSSM supermultiplet についてあらわに書くと

$$C_3(i) = \begin{cases} 4/3 & \text{for } \Phi_i = Q,\, \bar{u},\, \bar{d} \\ 0 & \text{for } \Phi_i = L,\, \bar{e},\, H_u,\, H_d \end{cases} \tag{4.15}$$

$$C_2(i) = \begin{cases} 3/4 & \text{for } \Phi_i = Q,\, L,\, H_u,\, H_d \\ 0 & \text{for } \Phi_i = \bar{u},\, \bar{d},\, \bar{e} \end{cases} \tag{4.16}$$

$$C_1(i) = 3Y_i^2/5 \quad \text{for each } \Phi_i \text{ with weak hypercharge } Y_i \tag{4.17}$$

となっている。ゲージカップリングの１ループくりこみでは一般に

$$\beta_{g_a} = \frac{d}{dt}g_a = \frac{1}{16\pi^2}g_a^3\left[\sum_i I_a(i) - 3C_a(G)\right] \tag{4.18}$$

である。ここで $C_a(G)$ は群 G の２次のカシミア不変量である（$U(1)$ では 0、$SU(N)$ では N になる。）。$I_a(i)$ は chiral supermultiplet のディンキン添え字である（$SU(N)$ の各基本表現について 1/2、$U(1)_Y$ について $3Y_i^2/5$ と規格化される。）。

soft SUSY-breaking ラグランジアンのパラメーターにおける１ループのくりこみ群方程式は

$$\beta_{M_a} \equiv \frac{d}{dt}M_a = \frac{1}{16\pi^2}g_a^2\left[2\sum_n I_a(n) - 6C_a(G)\right]M_a \tag{4.19}$$

$$\begin{aligned}\beta_{a^{ijk}} \equiv\ & \frac{d}{dt}a^{ijk} = \frac{1}{16\pi^2}\left[\frac{1}{2}a^{ijp}y^*_{pmn}y^{kmn} + y^{ijp}y^*_{pmn}a_{mnp} + g_a^2C_a(i)(4M_a y^{ijk} - 2a^{ijk})\right] \\ & + (i \leftrightarrow k) + (j \leftrightarrow k)\end{aligned} \tag{4.20}$$

$$\begin{aligned}\beta_{b^{ij}} \equiv\ & \frac{d}{dt}b^{ij} = \frac{1}{16\pi^2}\left[\frac{1}{2}b^{ip}y^*_{pmn}y^{jmn} + \frac{1}{2}y^{ijp}y^*_{pmn}b^{mn} + M^{ip}y^*_{pmn}a^{mnj}\right. \\ & \left. + g_a^2C_a(i)(4M_aM^{ij} - 2b^{ij})\right] + (i \leftrightarrow j)\end{aligned} \tag{4.21}$$

$$\beta_{t^i} \equiv \frac{d}{dt}t^i = \frac{1}{16\pi^2}\left[\frac{1}{2}y^{imn}y^*_{mnp}t^p + a^{imn}y^*_{mnp}t^p + a^{imn}y^*_{mnp}L^p + M^{ip}y^*_{pmn}b^{mn}\right] \tag{4.22}$$

$$\begin{aligned}\beta_{(m^2)_i^j} \equiv\ & \frac{d}{dt}(m^2)_i^j = \frac{1}{16\pi^2}\left[\frac{1}{2}y^*_{ipq}y^{pqn}(m^2)_n^j + \frac{1}{2}y^{jpq}y^*_{pqn}(m^2)_i^n + 2y^*_{ipq}y^{jpr}(m^2)_r^q\right. \\ & \left. + a^*_{ipq}a^{jpq} - 8g_a^2C_a(i)|M_a|^2\delta_i^j + 2g_a^2(T^a)_i^j\mathrm{Tr}(T^am^2)\right]\end{aligned} \tag{4.23}$$

である。

これらのくりこみを使って様々なスケールでのパラメーターを計算できる。

5 MSSM の mass spectrum

5.1 電弱対称性の破れ

MSSM では電弱対称性の破れの記述は標準模型と違い 2 つの複素ヒッグス doublet $H_u = (H_u^+, H_u^0)$、$H_d = (H_d^0, H_d^-)$ があるという事実からいくらか複雑になる。MSSM でのヒッグスポテンシャルは

$$\begin{aligned} V &= (|\mu|^2 + m_{H_u}^2)(|H_u^0|^2 + |H_u^+|^2) + (|\mu|^2 + m_{H_d}^2)(|H_d^0|^2 + |H_d^-|^2) \\ &\quad + [b(H_u^+ H_d^- - H_u^0 H_d^0) + \text{c.c.}] \\ &\quad + \frac{1}{8}(g^2 + g'^2)(|H_u^0|^2 + |H_u^+|^2 - |H_u^+|^2 - |H_d^0|^2 - |H_d^-|^2)^2 \\ &\quad + \frac{1}{2}g^2 |H_u^+ H_d^{0*} + H_u^0 H_d^{-*}|^2 \end{aligned} \tag{5.1}$$

によって与えられる。今、このポテンシャルが電弱対称性を電磁気へ ($SU(2)_L \times U(1)_Y \to U(1)_{EM}$) 破るということを満たしている必要がある。$SU(2)_L$ ゲージ変換から $H_u^+ = 0$ ととっても一般性は失わない。そのとき $\partial V / \partial H_u^+ = 0$ となるポテンシャルの最小値を持つためには、$H_d^- = 0$ でなければばならない。するとスカラーポテンシャルは

$$\begin{aligned} V &= (|\mu|^2 + m_{H_u}^2)|H_u^0|^2 + (|\mu|^2 + m_{H_d}^2)|H_d^0|^2 - (bH_u^0 H_d^0 + \text{c.c.}) \\ &\quad \frac{1}{8}(g^2 + g'^2)(|H_u^0|^2 - |H_d^0|^2)^2 \end{aligned} \tag{5.2}$$

が残る。H_u または H_d の場の位相をとりなおして b の位相を取り去ることができるので、b は実で正にとれる。そのときポテンシャルが最小値をとるには $H_u^0 H_d^0$ も正で実である必要があるので $\langle H_u^0 \rangle, \langle H_d^0 \rangle$ は反対の位相を持っていなければならない。H_u、H_d が反対の weak hypercharge を持っているので、$U(1)_Y$ ゲージ変換を使っても一般性は失わない。

MSSM スカラーポテンシャルが本当に最小値を持つためには、パラメーターに制限がつく。スカラーポテンシャルは非負でなければならないことに注意しよう。V の中のスカラー 4 次相互作用はほぼ全ての大きな H_u、H_d の値においてポテンシャルを安定的なものにするが、特別な方向 $|H_u^0| = |H_d^0|$ において V への 4 次の寄与は恒等的に 0 になる。このような方向は D-term からの寄与を消してしまうため "D-flat direction" と呼ばれる。この方向に沿ったときスカラーポテンシャルの 2 次の部分が正になっている必要があるので

$$2b < 2|\mu|^2 + m_{H_u}^2 + m_{H_d}^2 \tag{5.3}$$

となる。また、b-term は電弱対称性の破れに常に必要である。H_u^0 と H_d^0 の 1 つの線形結合が $H_u^0 = H_d^0 = 0$ 付近で負の 2 乗質量を持っていることを要求すると、

$$b^2 > (|\mu|^2 + m_{H_u}^2)(|\mu|^2 + m_{H_d}^2) \tag{5.4}$$

を得る。もしこの不等号が満たされていないと、$H_u^0 = H_d^0 = 0$ がポテンシャルの最小値になってしまい、電弱対称性の破れが起きない。

これらの条件と観測されている現象論との両立を見ていく。これから

$$v_u = \langle H_u^0 \rangle, \quad v_d = \langle H_d^0 \rangle \tag{5.5}$$

と書くことにする。これらの真空期待値は既知の Z^0 ボソンの質量と電弱ゲージカップリングと関連している。

$$v_u^2 + v_d^2 = v^2 = 2m_Z^2/(g^2 + g'^2) \approx (174\,\mathrm{GeV})^2 \tag{5.6}$$

真空期待値の比は慣例的に

$$\tan\beta \equiv v_u/v_d \tag{5.7}$$

と書かれる。これは実験で決まっていないが、約束により v_u、v_d は実で正に取られるので、$0 < \beta < \pi/2$ と制限される。スカラーポテンシャルが最小値を持つ条件 $\partial V/\partial H_u^0 = \partial V/\partial H_d^2 = 0$ より

$$m_{H_u}^2 + |\mu|^2 - b\cot\beta - (m_Z^2/2)\cos(2\beta) = 0 \tag{5.8}$$

$$m_{H_d}^2 + |\mu|^2 - b\cot\beta + (m_Z^2/2)\cos(2\beta) = 0 \tag{5.9}$$

となる。これは確かに条件 (5.3)、(5.4) を満たしている。

5.2 Neutralino と Chargino

higgsino と電弱 gaugino は電弱対称性の破れの効果によりお互いに混ざり合う。中性 higgsino $\tilde{H}_u^0$, $\tilde{H}_d^0$ と中性 gaugino $\tilde{B}$, $\tilde{W}^0$ は混合して "neutralino" と呼ばれる 4 つの質量固有状態をつくる。荷電 higgsino $\tilde{H}_u^+$, $\tilde{H}_d^-$ と荷電 gaugino $\tilde{W}^+$, $\tilde{W}^-$ は混合して "chargino" と呼ばれる電荷+1 と電荷-1 の質量固有状態をそれぞれ 2 つずつつくる。neutralino、chargino 質量固有状態をそれぞれ $\tilde{N}_i$ $(i = 1,2,3,4)$、$\tilde{C}_i^\pm$ $(i = 1,2)$ と書くことにする。番号 i は軽いものから順に 1,2,... とつけている。

ゲージ固有状態の基底 $\Psi^0 = (\tilde{B}, \tilde{W}, \tilde{H}_d^0, \tilde{H}_u^0)$ では neutralino のラグランジアンの質量部分は

$$\mathcal{L}_{\text{neutralino mass}} = -\frac{1}{2}(\Psi^0)^{\mathrm{T}}\mathbf{M}_{\tilde{N}}\Psi^0 + \text{c.c.} \tag{5.10}$$

$$\mathbf{M}_{\tilde{N}} = \begin{pmatrix} M_1 & 0 & -g'v_d/\sqrt{2} & g'v_u/\sqrt{2} \\ 0 & M_2 & gv_d/\sqrt{2} & -gv_u/\sqrt{2} \\ -g'v_d/\sqrt{2} & gv_d/\sqrt{2} & 0 & -\mu \\ g'v_u/\sqrt{2} & -gv_u/\sqrt{2} & -\mu & 0 \end{pmatrix} \tag{5.11}$$

である。この質量行列をユニタリー行列 $\mathbf{N}$ によって対角化することで質量固有状態を得ることができる。

$$\tilde{N}_i = \mathbf{N}_{ij}\Psi_j^0 \tag{5.12}$$

$$\mathbf{N}^*\mathbf{M}_{\tilde{N}}\mathbf{N}^{-1} = \begin{pmatrix} m_{\tilde{N}_1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_{\tilde{N}_2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_{\tilde{N}_3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_{\tilde{N}_4} \end{pmatrix} \tag{5.13}$$

これは実で正の対角要素を持っている。

chargino についても

$$\mathcal{L}_{\text{chargino mass}} = -\frac{1}{2}(\Psi^\pm)^{\mathrm{T}}\mathbf{M}_{\tilde{C}}\Psi^\pm + \text{c.c.} \tag{5.14}$$

$$\mathbf{M}_{\tilde{C}} = \begin{pmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{X}^{\mathrm{T}} \\ \mathbf{X} & \mathbf{0} \end{pmatrix} \tag{5.15}$$

$$\mathbf{X} = \begin{pmatrix} M_2 & gv_u \\ gv_d & \mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} M_2 & \sqrt{2}\sin\beta m_W \\ \sqrt{2}\cos\beta m_W & \mu \end{pmatrix} \tag{5.16}$$

から同様の対角化をすることによって質量固有状態が得られる。

6 stau の崩壊

以上の章で超対称性理論について議論し、実際の現象論へ話を進める準備ができた。この先、超対称粒子の崩壊について議論していく。自発的な超対称性の破れのモデルとして constrained MSSM と呼ばれるものを考えていく。そのモデルの中では主に lightest neutralino が最も軽い超対称粒子 (LSP) になり、lightest slepton が次に軽い超対称粒子 (NLSP) になる場合が多い。また、lightest neutralino はほぼ bino 成分が支配的な bino-like な状態になっている。

LSP は R-parity により、他の粒子へ崩壊ができないため非常に安定な粒子である。なので neutralino を LSP と考えた場合、neutralino は電気的に中性で、弱くしか相互作用をしないため、有力なダークマターの候補になれる。ただし、neutralino は初期宇宙で大量に生成されたと考えられるが、それらが単純に対消滅だけを起こして数を減少させ現在のダークマターを構成しているとすると現在のダークマター残存量より多くの neutralino が存在することになってしまう。したがって対消滅だけでなく他の粒子との相互作用による消滅 (coannihilation) によりその数を減少させる必要がある。coannihilation の影響はそれを起こす粒子同士の質量差に強く依存する。coannihilation により現在のダークマター残存量を正しく再現するためには LSP と NLSP の間の質量差に制限がつけられることになる。その制限から質量差が LSP の質量の数パーセント以下になることが要求される。今回の研究ではその質量差がいくらか極端に小さい場合を考える。このとき NLSP である lightest slepton の崩壊について興味深い現象が起こる。

まずはじめに、レプトンが e, μ, τ のフレーバー状態を保存する場合を考える。このとき lightest slepton は純粋に stau だけの成分を持ち、その右巻き、左巻きの混合状態になる。以下では stau の崩壊について考えることになる。

NLSP である stau は neutralino へ崩壊するが、その崩壊率は質量 $m_{\tilde{\tau}_1}$ の stau と質量 $m_{\tilde{\chi}_0}$ の neutralino との間の質量差 $\delta m = m_{\tilde{\tau}_1} - m_{\tilde{\chi}_0}$ の値によって異なる。特に tau レプトンの質量 m_τ の前後で大きく異なることが分かっている [6]。まず最初に LFV の無い場合の stau の寿命について調べてみる。

6.1 $\delta m > m_\tau$ の場合

質量差が $\delta m > m_\tau$ の領域にある場合図 9 のような $\tilde{\tau}_1 \to \tilde{\chi}_0\, \tau$ の 2 体崩壊が支配的になる。

この過程に関与する相互作用ラグランジアンは

$$\mathcal{L} = \tilde{\tau}^* \bar{\tilde{\chi}}_0 (g_L P_L + g_R P_R)\tau + h.c. \tag{6.1}$$

である。ここで P_L、P_R は射影演算子である。また g_L 、g_R は

$$g_L = \frac{1}{\sqrt{2}} g\cos\theta_\tau \; g_R = \frac{1}{\sqrt{2}} g\sin\theta_\tau e^{i\gamma_\tau} \tag{6.2}$$

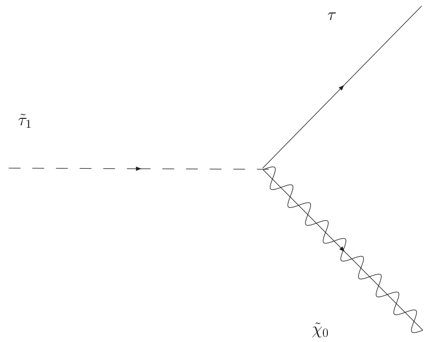

図 9: stau の 2 体崩壊

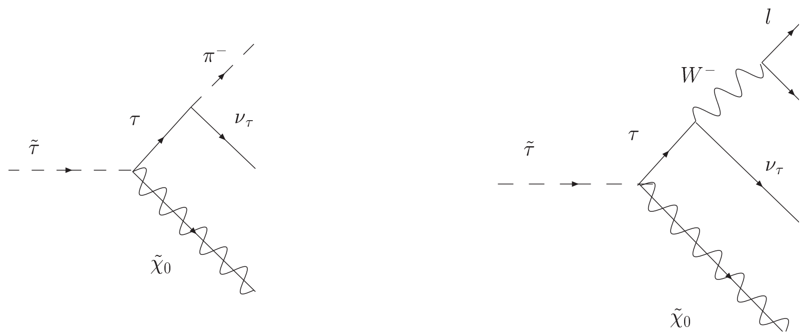

図 10: stau の 3 体崩壊、4 体崩壊

を表している。ここで θ_τ は τ_L、τ_R の混合角、γ_τ は CP violation phase、g は U(1) ゲージ結合定数である。この 2 体崩壊の崩壊率は

$$\begin{aligned}\Gamma_{2-\mathrm{body}} &= \frac{1}{16\pi m_{\tilde{\tau}}^3}(m_{\tilde{\tau}}^4 + m_{\tilde{\chi}}^4 + m_\tau^4 - 2m_{\tilde{\tau}}^2 m_{\tilde{\chi}}^2 - 2m_{\tilde{\tau}}^2 m_\tau^2 - 2m_{\tilde{\chi}}^2 m_\tau^2)^{1/2} \\ &\quad \times \left\{(g_L^2 + |g_R|^2)(m_{\tilde{\tau}}^2 - m_{\tilde{\chi}}^2 - m_\tau^2) - 4\mathrm{Re}[g_L g_R] m_\tau m_{\tilde{\chi}}\right\} \end{aligned} \tag{6.3}$$

となる。この崩壊率は $\delta m, m_\tau \ll m_{\tilde{\tau}}, m_{\tilde{\chi}}$ として近似的に

$$\Gamma_{2-\mathrm{body}} = \frac{1}{4\pi m_{\tilde{\chi}}}\sqrt{(\delta m)^2 - m_\tau^2}\left\{(g_L^2 + |g_R|^2)\delta m - 2\mathrm{Re}[g_L g_R] m_\tau\right\} \tag{6.4}$$

とすることができる。このとき stau の寿命は 10^{-20}s 程度になり非常に早く崩壊してしまう。

6.2 $\delta m < m_\tau$ の場合

質量差が $\delta m < m_\tau$ の領域にある場合、先ほどのような 2 体崩壊は運動学的に許されない。代わりに図 10 のような 3 体崩壊 $\tilde{\tau} \to \tilde{N}\nu_\tau\pi$ と 4 体崩壊 $\tilde{\tau} \to \tilde{N}l\nu_\tau\nu_l$ が支配的になる。ただし l は荷電

レプトンを表す。これを引き起こす相互作用は

$$\mathcal{L} = \tilde{\tau}^{*}\tilde{\chi}(g_L P_L + g_R P_R)\tau + \frac{G}{\sqrt{2}}\nu_\tau \gamma_\mu P_L \tau J^\mu + \frac{4G}{\sqrt{2}}(\bar{l}\gamma^\mu P_L \nu_l)(\bar{\nu}_\tau \gamma_\mu P_L \tau) + h.c. \tag{6.5}$$

ここで G はフェルミ定数である。この相互作用から 3 体崩壊の崩壊率は

$$\begin{aligned}\Gamma_{3-\mathrm{body}} &= \\ &\frac{G^2 f_\pi^2 \cos^2\theta_c \left((\delta m)^2 - m_\pi^2\right)}{64\pi^3 m_{\tilde{\tau}}^3} \\ &\times \int_0^1 dx \sqrt{\left((\delta m)^2 - q_f^2\right)\left((\delta m + 2m_{\tilde{\chi}_0})^2 - q_f^2\right)} \frac{1}{(q_f^2 - m_\tau^2)^2 + (m_\tau \Gamma_\tau)^2} \\ &\times (q_f^2 - m_\pi^2)\left[\frac{1}{4}(g_L^2 q_f^2 + |g_R^2| m_\tau^2)((\delta m)^2 + 2m_{\tilde{\chi}}\delta_m - q_f^2) - \mathrm{Re}[g_L g_R] m_{\tilde{\chi}} m_\tau q_f^2\right]\end{aligned} \tag{6.6}$$

ここで f_π はパイオンの崩壊定数、θ_c は Cabibbo 角、Γ_τ はタウ粒子の崩壊率である。また q_f^2 は

$$q_f^2 = (\delta m)^2 - \left((\delta m)^2 - m_f^2\right) x \;\; (f = e, \mu, \pi)$$

で与えられる。この崩壊率は近似的に

$$\begin{aligned}\Gamma_{3-\mathrm{body}} &= \frac{G^2 f_\pi^2 \cos^2\theta_c}{210(2\pi)^2 m_{\tilde{\chi}} m_\tau^4}\left((\delta m)^2 - m_\pi^2\right)^{5/2} \\ &\left[g_L^2 \delta m(4(\delta m)^2 + 3m_\pi^2) - 2\mathrm{Re}[g_L g_R] m_\tau (4(\delta m)^2 + 3m_\pi^2) + 7|g_R|^2 m_\tau^2 \delta m\right]\end{aligned} \tag{6.7}$$

また 4 体崩壊の崩壊率は

$$\begin{aligned}\Gamma_{4-\mathrm{body}} &= \frac{G^2((\delta m)^2 - m_l^2)}{24(2\pi)^5 m_f^3} \\ &\times \int_0^1 dx \sqrt{((\delta m)^2 - q_f^2)(\delta m + 2m_{\tilde{\chi}})^2 - q_f^2} \frac{1}{(q_f^2 - m_\tau^2)^2 + (m\tau\Gamma_\tau)^2} \\ &\times \frac{1}{q_f^4}\left[\left\{\frac{1}{4}(g_L^2 g_R^2 + |g_R|^2 m_\tau^2)((\delta m)^2 + 2m_{\tilde{\chi}}\delta m - q_f^2) - \mathrm{Re}[g_L g_R] m_{\tilde{\chi}} m_\tau g_f^2\right\}\right. \\ &\quad \left.\times \left\{12 m_l^4 q_f^4 \log\left[\frac{q_f^2}{m_l^2}\right] + (q_f^4 - m_l^4)(q_f^4 - 8m_l^2 q_f^2 + m_l^4)\right\}\right]\end{aligned} \tag{6.8}$$

となる。ただし ($l = e, \mu$) とレプトンの種類をあらわす。これは近似的に

$$\begin{aligned}\Gamma_{4-\mathrm{body}} &= \frac{G^2}{945(2\pi)^5 m_{\tilde{\chi}} m_\tau^4}((\delta m)^2 - m_l^2)^{5/2}\left[2g_L^2(\delta m)^3(2(\delta m)^2 - 19m_l^2)\right. \\ &\left. -4\mathrm{Re}[g_L g_R] m_\tau (\delta m)^2 (2(\delta m)^2 - 19m_l^2) + 3|g_R|^2 m_\tau^2 \delta m(2(\delta m)^2 - 23m_l^2)\right]\end{aligned} \tag{6.9}$$

となる。stau は $m_\pi < \delta m < m_\tau$ の領域では 3 体崩壊が支配的になり、$\delta m < m_\pi$ では 3 体崩壊は運動学的に許されず 4 体崩壊が支配的になる。$\delta m > m_\tau$ の領域での stau の寿命は 10^{-6}–10^{10}s 程度と非常に長寿命になる。また、終状態粒子を massless とする極限での崩壊率の δm 依存性は

$$\Gamma_{2-\mathrm{body}} \propto (\delta m)^2 \tag{6.10}$$

$$\Gamma_{3-\mathrm{body}} \propto (\delta m)^6 \tag{6.11}$$

$$\Gamma_{4-\mathrm{body}} \propto (\delta m)^8 \tag{6.12}$$

となる。

6.3 LFV

ここまでは LFV を考えずに stau の寿命を述べていったが、slepton が LFV を引き起こすパラメーターを持つ場合は事情が違ってくる。例として slepton が selectron($\tilde{e}$) と stau の間でだけ LFV が存在し、NLSP の質量固有状態 ($\phi_{\rm NLSP}$) が

$$\phi_{\rm NLSP} = N_1\tilde{e} + \sqrt{1-N_1^2}\tilde{\tau} \tag{6.13}$$

と mixing を持つ場合を考えると、NLSP slepton はたとえ $\delta m < m_\tau$ であっても $\phi_{\rm NLSP} \to \tilde{\chi} + e$ と 2 体崩壊できる。そのとき stau の寿命は、LFV2 体崩壊が他の 3、4 体崩壊に比べて大きい場合

$$1.666 \times 10^{-18}\left(\frac{m_{\tilde{\chi}}}{300\,\mathrm{GeV}}\right)\left(\frac{1.0\,\mathrm{GeV}}{\delta m}\right)^2\left(\frac{0.1}{N_1}\right)^2\ [\mathrm{s}] \tag{6.14}$$

となり N_1 の 2 乗の値に反比例する。したがって、$\delta m < m_\tau$ の領域での stau の寿命の研究から LFV パラメーターについての情報を得ることができるはずである。

7 Constrained MSSM with right-handed neutrinos

7.1 Constrained MSSM with right-handed neutrinos

現在までのニュートリノ振動に関する実験結果から自然にはレプトンフレーバーの破れが存在し、ニュートリノ（左巻き）は極めて軽い質量を持っていることが知られている。これら実験結果を説明するために多くのモデルが提案されてきたが、中でも有望なものとして理論に新たに右巻きのニュートリノを導入することで、シーソー機構により左巻きニュートリノが軽い質量を獲得するようなモデルが挙げられる [8]。これを minimal supersymmetric Standard Model に組み込んだ MSSM+right-handed neutrino を考える。MSSM に右巻きニュートリノを含めると super potential に新たな項が生じる。

$$W \supset (\mathrm{y}_\nu)_i^\alpha \bar{\nu}^i H_u \epsilon L_\alpha + \frac{1}{2}\mathrm{M}_R^{ij}\nu_i\nu_j \tag{7.1}$$

ここで $\bar{\nu}^i$ は右巻きニュートリノの、L_α はレプトン doublet の、H_u は up-type ヒッグスの super-multiplet である。また、y_ν はニュートリノの Dirac Yukawa coupling を表す行列、M_R^{ij} は右巻きニュートリノのマヨラナ質量行列、ϵ は反対称テンソルである。行列 $\mathbf{M}_R$ は基底を取り直すことにより

$$\mathbf{M}_R = \begin{pmatrix} M_{R1} & & \\ & M_{R2} & \\ & & M_{R3} \end{pmatrix} \tag{7.2}$$

と実で対角にすることができる。ここで番号は質量の軽い順に振ってある。

MSSM では標準模型に無かった多くの新しいパラメーターが現れるが、現在までの実験結果との比較からそれらのパラメーターに制限をつけるモデルがよく使われる。我々はそのようなモデルのひとつである constrained MSSM (cMSSM) シナリオを考えていく。このシナリオでは統一スケール（約 10^{16}[GeV]）で次のようにパラメーターを制限する。gaugino 質量 M_1、M_2、M_3 は

$$M_3 = M_2 = M_1 = m_{1/2} \tag{7.3}$$

と $m_{1/2}$ の値で表される。slepton soft SUSY-breaking 質量行列は

$$\mathbf{m}_Q^2 = \mathbf{m}_{\bar{u}}^2 = \mathbf{m}_{\bar{d}}^2 = \mathbf{m}_L^2 = \mathbf{m}_{\bar{e}}^2 = m_0^2\mathbf{1} \tag{7.4}$$

と m_0^2 で表される。スカラー 3 重結合は

$$\mathbf{A}_\nu = a_0\mathbf{y}_\nu \tag{7.5}$$

などのように対応する Yukawa coupling の行列に比例し、その比例係数は共通に a_0 になる。以上の制限より、超対称粒子の mass spectrum は m_0^2、$m_{1/2}$、a_0、$\tan\beta$、$\arg(\mu)$ の 5 つのパラメーターで決定される。レプトンフレーバーの破れの効果があるとすると、パラメーター行列がフレーバー基底で無視できない大きさの非対角要素を持っていなければならない。cMSSM では統一スケールでそのような非対角要素を持ちうるパラメーターは $\mathbf{y}_\nu$（とそれに比例する $\mathbf{A}_\nu$）だけしかない。そのため $\mathbf{y}_\nu$ が LFV の種になっている。[9]。

統一スケールより下のスケールを考えると、くりこみの効果により $\mathbf{y}_\nu$ から他のパラメーターへも非対角要素が誘発される。左巻き荷電 slepton の soft SUSY-breaking 質量行列のくりこみ群方程式は one-loop オーダーで、

$$\begin{aligned} Q\frac{d(\mathbf{m}_L^2)_\alpha^\beta}{dQ} = \frac{1}{16\pi^2}\Bigg[& \mathbf{m}_L^2\mathbf{y}_\nu^\dagger\mathbf{y}_\nu + \mathbf{y}_\nu^\dagger\mathbf{y}_\nu\mathbf{m}_L^2 + 2(\mathbf{y}_\nu^\dagger\mathbf{m}_{\bar{\nu}}^2\mathbf{y}_\nu + m_{H_u}^2\mathbf{y}_\nu^\dagger\mathbf{y}_\nu + \mathbf{A}_\nu^\dagger\mathbf{A}_\nu) \\ & \mathbf{m}_L^2\mathbf{y}_e^\dagger\mathbf{y}_e + \mathbf{y}_e^\dagger\mathbf{y}_e\mathbf{m}_L^2 + 2(\mathbf{y}_e^\dagger\mathbf{m}_{\bar{e}}^2\mathbf{y}_e + m_{H_d}^2\mathbf{y}_e^\dagger\mathbf{y}_e + \mathbf{A}_e^\dagger\mathbf{A}_e) \\ & \left(-\frac{6}{5}g_1^2M_1^2 - 6g_2^2M_2^2 - \frac{3}{5}g_1^2S\right)\mathbf{1}\Bigg]_\alpha^\beta \end{aligned} \tag{7.6}$$

となる。ここで $\mathbf{m}_L^2$ は左巻き slepton doublet の、$\mathbf{m}_{\bar{\nu}}^2$ は右巻き sneutrino の soft SUSY-breaking 質量行列、$m_{H_u}^2$ は up-type ヒッグス doublet の、$m_{H_d}^2$ は down-type ヒッグス doublet の soft SUSY-breaking 質量である。また、A_ν, A_e は soft SUSY-breaking 中のスカラー 3 重結合の定数、ただし 3 重結合するスカラー場は superpotential(7.1) の Yukawa 項にあるような場と同じである。S は

$$S = \mathrm{Tr}(\mathbf{m}_Q^2 + \mathbf{m}_{\bar{d}}^2 - 2\mathbf{m}_{\bar{u}}^2 - \mathbf{m}_L^2 + \mathbf{m}_{\bar{e}}^2) - m_{H_u}^2 + m_{H_d}^2 \tag{7.7}$$

で与えられる。$\mathbf{m}_Q^2$、$\mathbf{m}_{\bar{d}}^2$、$\mathbf{m}_{\bar{u}}^2$、$\mathbf{m}_{\bar{e}}^2$ はそれぞれ左巻きクォーク doublet、右巻き down-type クォーク、右巻き up-type クォーク、右巻きレプトンの soft SUSY-breaking 質量行列である。図 11 にこのくりこみ群方程式に寄与するダイアグラムを示した。式 7.6 の 1，2 行目第 1，2 項は図 11 の (a),(b) の形のダイアグラム、1，2 行目第 3，4 項は (c) のダイアグラム、1，2 行目第 5 項は (d) のダイアグラム、3 行目第 1，2 項は (e) のダイアグラム、3 行目第 3 項は (f) のダイアグラムから来る補正になっている。式 (7.6) から $\mathbf{y}_\nu$ の非対角要素がくりこみを通じて slepton 質量行列に LFV の効果を生じることが分かる。

一方、右巻き荷電 slepton の質量行列のくりこみ群方程式は

$$\begin{aligned} \mu\frac{d(m_{\bar{e}}^2)_\alpha^\beta}{d\mu} = \frac{1}{16\pi^2}\Bigg[& 2(m_{\bar{e}}^2y_ey_e^\dagger + y_ey_e^\dagger m_{\bar{e}}^2) + 4(y_em_L^2y_e^\dagger + m_{H_d}^2y_ey_e^\dagger + A_eA_e^\dagger) \\ & -\frac{24}{5}g_1^2M_1^2 + \frac{6}{5}g_1^2S\Bigg]_\alpha^\beta \end{aligned} \tag{7.8}$$

となる。このくりこみ群方程式には $\mathbf{y}_\nu$ は含まれず、one-loop のオーダーでは非対角要素を持っていないことが分かる。

slepton は主に左巻きのものに大きな LFV 効果が現れることが分かる。

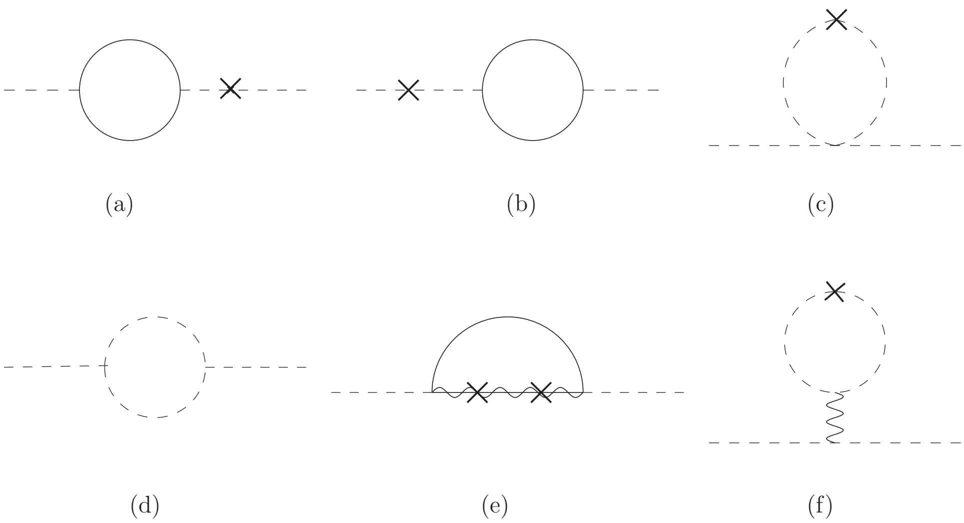

図 11: 右巻き荷電 slepton2 乗質量項にに寄与するダイアグラム。（点線はスカラー、実線はフェルミオン、波線はゲージボソン、実線＋波線は gaugino を表す）

8　LFV 崩壊過程

slepton は質量行列の非対角要素の効果を受けて LFV を起こす。slepton 質量行列には SUSY-breaking の項以外にヒッグスが真空期待値を持ったときの SUSY パートからの寄与もある。これらをまとめると slepton の質量行列は $(\tilde{l}_{e_L}, \tilde{l}_{\mu_L}, \tilde{l}_{\tau_L}, \tilde{l}_{e_R}, \tilde{l}_{\mu_R}, \tilde{l}_{\tau_R})$ のフレーバー基底で

$$\begin{pmatrix} \mathbf{m}_L^2 + v_d^2 \mathbf{y}_e^\dagger \mathbf{y}_e + \left(-\frac{1}{2} + \sin^2\theta_W\right)\cos(2\beta) m_Z^2 \mathbf{1} & (\mathbf{m}_{LR}^2)^* \\ \mathbf{m}_{LR}^2 & \mathbf{m}_e^2 + v_d^2 \mathbf{y}_e \mathbf{y}_e^\dagger - \sin^2\theta_W \cos(2\beta) m_Z^2 \mathbf{1} \end{pmatrix} \tag{8.1}$$

と表せる。ここで書かれている成分それぞれが 3 × 3 行列であり、左上のブロックが左巻き - 左巻き、右上が左巻き - 右巻き、左下が右巻き - 左巻き、右下が右巻き - 右巻き slepton の結合を表

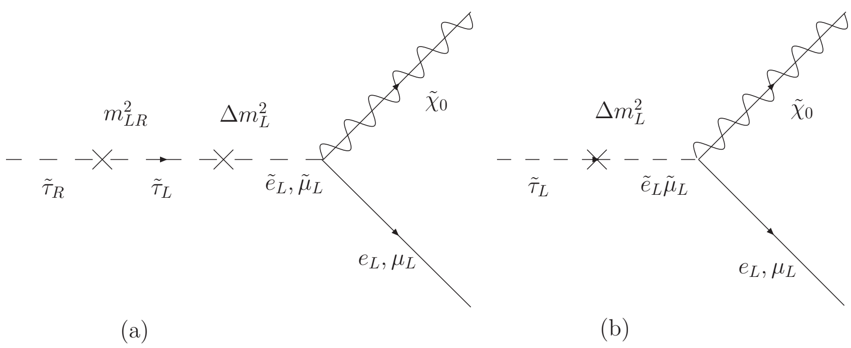

図 12: stau の LFV 崩壊

することに注意しよう。また、m_{LR}^2 は higgs-slepton-slepton の SUSY な 3 重結合と SUSY-breaking な 3 重結合から来る。

$$m_{LR}^2 = v_d(A_e - \mu \tan\beta y_e^\dagger) \tag{8.2}$$

式 (7.6) より、$\mathbf{m}_L^2$ を含む左巻き - 左巻きのブロックから LFV を起こす大きな非対角要素が出ることが分かる。そのとき、stau の LFV 崩壊を摂動的に表すと、右巻きの stau は図 12 の (a) の過程を経て LFV 崩壊し、左巻き stau は (b) の過程を経て LFV 崩壊すると表せる。

より正確に LFV の効果を計算するためには質量行列を対角化する必要がある。式 (8.1) の行列を対角化して出た質量固有状態の中で最も軽いものが NLSP である lightest slepton になる。このとき対角化行列を $\mathbf{N}$ で表すと。この行列により基底 $\tilde{l}_\alpha$ $(\alpha = e_L, \mu_L, \tau_L, e_R, \mu_R, \tau_R)$ は

$$\tilde{l}_i = N_{i\alpha}\tilde{l}_\alpha \qquad\qquad (i = 1, 2, \cdots, 6) \tag{8.3}$$

と質量固有状態の基底 $\tilde{l}_i$ に変換される。ここで i は質量の軽い順に番号が振られている。このとき lightest slepton $\tilde{l}_1$ の中のフレーバー固有状態の混合は

$$\tilde{l}_1 = N_{1e_L}\tilde{l}_{e_L} + N_{1\mu_L}\tilde{l}_{\mu_L} + N_{1\tau_L}\tilde{l}_{\tau_L} + N_{1e_R}\tilde{l}_{e_R} + N_{1\mu_R}\tilde{l}_{\mu_R} + N_{1\tau_R}\tilde{l}_{\tau_R} \tag{8.4}$$

と表される。つまり $N_{1\alpha}$ が lightest slepton 中の混合を表すパラメーターになる。このとき lightest slepton の LFV 崩壊過程の崩壊率は

$$\Gamma_{\tilde{l}_1 \to l_\beta \tilde{\chi}^0} = \frac{1}{4\pi m_{\tilde{l}_1}}\sqrt{(\delta m)^2 - m_\beta^2}\left\{(|g_{1\beta}^L|^2 + |g_{1\beta}^R|^2)\delta m - 2\mathrm{Re}[g_{1\beta}^L g_{1\beta}^R] m_\beta\right\} \tag{8.5}$$

$$g_{1\beta}^L = \frac{1}{\sqrt{2}} g_2 \tan\theta_W N_{1\beta_L}, \quad g_{1\beta}^R = \sqrt{2} g_2 \tan\theta_W N_{1\beta_R} \tag{8.6}$$

と表される。ここで $\beta = e, \mu$、また m_β は各レプトンの質量を表す。

我々はくりこみ群方程式による効果をプログラムを用いて計算し、パラメータ $N_{1\alpha}$ の値を出し、その値から式 (8.5) の崩壊率、そして lightest slepton の寿命を計算した。

9 計算結果

9.1 $\mathbf{y}_\nu$

計算を行うにあたって、cMSSM with right-handed neutrinos シナリオで新たに導入されたパラメーターであるニュートリノ Yukawa 行列 $\mathbf{y}_\nu$ がどのような値を持ちうるかが重要になる。y_ν の与えられ方はシーソー機構によって決まる。

まず左巻きニュートリノの質量行列 $\mathbf{m}_\nu$ とする。ここで $\mathbf{m}_\nu$ は MNS 行列 $\mathbf{U}_{\mathrm{MNS}}$ によって対角化されているとする。シーソー機構により $\mathbf{m}_\nu$ は

$$\mathbf{m}_\nu = v_u^2 \mathbf{U}_{\mathrm{MNS}}^{\mathrm{T}} \mathbf{y}_\nu^{\mathrm{T}} \mathbf{M}_R^{-1} \mathbf{y}_\nu \mathbf{U}_{\mathrm{MNS}} \tag{9.1}$$

と $\mathbf{U}_{\mathrm{MNS}}$, 右巻きニュートリノ質量 $\mathbf{M}_R$, $\mathbf{y}_\nu$ で表される。(9.1) 式で右巻きニュートリノの基底を $\mathbf{M}_R$ が対角になるようにとるものとすると

$$\begin{pmatrix} \sqrt{m_{\nu 1}} & & \\ & \sqrt{m_{\nu 2}} & \\ & & \sqrt{m_{\nu 3}} \end{pmatrix} = v_u U_{\mathrm{MNS}}^{\mathrm{T}} y_\nu^{\mathrm{T}} \begin{pmatrix} \sqrt{M_{R1}^{-1}} & & \\ & \sqrt{M_{R2}^{-1}} & \\ & & \sqrt{M_{R3}^{-1}} \end{pmatrix} \mathbf{W} \tag{9.2}$$

となる。ここで $m_{\nu 1,2,3}$、 $M_{R1,2,3}^{-1}$ は m_ν、M_R^{-1} の各対角成分、$\mathbf{W}$ は (9.1) のなかでは $\mathbf{W}\mathbf{W}^{\mathrm{T}}=\mathbf{1}$ となっている複素直交行列である。この式を $\mathbf{y}_\nu$ についてなおすと

$$\mathbf{y}_\nu = \frac{1}{v_u}\sqrt{\mathbf{M}_R}\mathbf{W}\sqrt{\mathbf{m}_\nu}\mathbf{U}_{\mathrm{MNS}}^\dagger \tag{9.3}$$

となる。$\mathbf{y}_\nu$ は $\mathbf{M}_R$, $\mathbf{m}_\nu$, $\mathbf{U}_{\mathrm{MNS}}$, $\mathbf{W}$ の中に含まれるパラメーターによって決定されることが分かる。

これらのパラメーターの中で、ニュートリノ振動実験の結果からいくつかの値が分かっている。まず、左巻きニュートリノの世代間の質量差 Δm_{21}^2, Δm_{32}^2 が大体決まっている。そこで、以降の計算では我々は実験値より $\Delta m_{21}^2 = 8\times 10^{-5}\,[\mathrm{eV}^2]$, $\Delta m_{32}^2 = 0.002\,[\mathrm{eV}^2]$ と固定して使っていく。また、MNS 行列の中のパラメーターも実験より決まっている。MNS 行列には次のような形で与えられる。

$$\mathbf{U}_{\mathrm{MNS}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_{23} & s_{23} \\ 0 & -s_{23} & c_{23} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & e^{i\delta} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} c_{13} & 0 & s_{13} \\ 0 & 1 & 0 \\ -s_{13} & 0 & c_{13} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} c_{12} & s_{12} & 0 \\ -s_{12} & c_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}\mathbf{P}_L \tag{9.4}$$

ここで s_{12}、c_{12} などは θ_{12}、θ_{13}、θ_{23} を角にもつ sin、cos を表している。δ は Dirac CP 位相である。また $\mathbf{U}_{\mathrm{MNS}}$ には右から左巻きニュートリノの Majorana CP 位相

$$\mathbf{P}_L = \begin{pmatrix} e^{i\alpha_1/2} & 0 & 0 \\ 0 & e^{i\alpha_2/2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{9.5}$$

がかかる。この中で θ_{12}, $theta23$ が実験より大体決まっている。我々は $\theta_{12}=34°$, $\theta_{23}=45°$ と固定して計算した。

以上より $\mathbf{y}_\nu$ に残る自由度は、左巻きニュートリノの第一世代目の質量 $m_{\nu 1}$, 混合角 θ_{13}, Dirac CP 位相 δ, Majorana CP 位相 α_1, α_2, 右巻きニュートリノの質量 M_{R1}, M_{R2}, M_{R3} の 8 個の自由度と、直接見ることのできない隠れたパラメーターとして複素直交行列 $\mathbf{W}$ の中の 6 個の自由度、合計で 14 個の自由度が存在することが分かる。我々はこれらの自由度を変化させ、様々な $\mathbf{y}_\nu$ を構成し、それらをインプットパラメーターとして LFV の効果を計算していった。

9.2 グラフのプロット

まず電弱スケール $M_Z \simeq 100$GeV から標準模型でのパラメーターを一度 M_U スケールまでくりこみ発展させて、その値と mSUGRA の境界条件を満たすパラメーターの値をインプットして再び M_Z スケールまでくりこみ発展させる。それにより lightest slepton の質量スケールでの各パラメーターの値を求めていく。

インプットとして様々なパラメーターの自由度を変化させる必要があるが、今回は特に直接観測できない複素直交行列 $\mathbf{W}$ の中の 6 つの自由度を振ってその他のパラメーターの自由度を固定して lightest slepton の寿命を計算していく。本当は残りのパラメーターも変化させる必要があるが、実際は $\mathbf{W}$ の要素を様々に振っていく中で他の自由度の情報は埋もれてしまう。また、複素直交行列

W の形を

$$\mathbf{W} = \begin{pmatrix} \cos\omega_1 & -\sin\omega_1 & 0 \\ \sin\omega_1 & \cos\omega_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos\omega_2 & 0 & \sin\omega_2 \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\omega_2 & 0 & \cos\omega_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos\omega_3 & -\sin\omega_3 & 0 \\ \sin\omega_3 & \cos\omega_3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{9.6}$$

ととることにする。ここで ω_1、ω_2、ω_3 は複素数である。これらの複素数の値を変化させていく。以降の計算結果は右巻きニュートリノ質量 (M_{R1}, M_{R2}, M_{R3}) = (10^{10}, 10^{11}, 10^{12}) [GeV]、最も軽い左巻きニュートリノ質量 $m_{\nu 1} = 0$[eV]、MNS 行列の 13 混合角 $\theta_{13} = 0$、Dirac CP 位相 $\delta = 0$、Majorana CP 位相 $\alpha_1 = \alpha_2 = 0$ の値で固定して計算したものである。

これらのパラメーターの変化で LFV の効果は変化し lightest slepton の寿命は変化するが、同時に普通のレプトンの LFV 崩壊過程の分岐比も変化するはずである。そこで lightest slepton の寿命と τ 粒子の LFV 崩壊分岐比との相関を調べてみた。図 13 に寿命と $\mathrm{Br}(\tau \to \mu\gamma)$ の相関を示した。図中の赤と緑で色分けされた点はそれぞれ異なる m_0, $m_{1/2}$, A_0, $\tan\beta$ をインプットして計算している。今回の研究で 3 種類の m_0, $m_{1/2}$, A_0, $\tan\beta$ のデータセットを用いたがこれらは以下の表のようになっている。

	data1	data2	data3
m_0	325.1	275.9	351.9
$m_{1/2}$	859.7	870.6	821.0
A_0	664	161.2	857.8
$\tan\beta$	36.68	31.88	38.23
δm(no-LFV)	1.44	0.212	0.071

このインプットで最終的に出た mass spectrum から算出される LFV の効果が無いときの δm の値は赤 (data2) が 0.21GeV、緑 (data3) が 0.071GeV になっている。つまりミューオンの質量より質量差が大きい場合と小さい場合である。lightest slepton の崩壊過程 $\tilde{l}_0 \sim \tilde{\tau}_1 \to \mu\tilde{\chi}_0$ は質量差がミューオンより大きくないと起こらないため、質量差の小さい data3 では寿命が長くなっている。グラフをプロットする際に同時に $\mathrm{Br}(\mu \to e\gamma)$ の値も計算しており、この分岐比はすでに実験から 1.2×10^{-11} 以下であるということが分かっているのでその領域を超えるような点は排除してある。同様に実験的制限 $\mathrm{Br}(\tau \to \mu\gamma) < 4.5 \times 10^{-8}$、$\mathrm{Br}(\tau \to e\gamma) < 1.1 \times 10^{-7}$ を超えるデータ点も排除してある。data2 の方では寿命と分岐比の間に強い相関が見られる。これは $\tilde{l}_0 \to \mu\tilde{\chi}_0$ と $\tau \to \mu\gamma$ の過程の間に相関があるためであろう。しかし、lightest slepton の寿命は $\tilde{l}_0 \to e\tilde{\chi}_0$ の崩壊過程の影響も受けて短くなるので下の方へ尾を引く形になっている。これを見ると lightest slepton の寿命を測定することにより $\mathrm{Br}(\tau \to \mu\gamma)$ の上限を決定できそうである。しかし、一方で質量差がミューオンより小さい data3 の方には相関が見られず、寿命を測定しても $\mathrm{Br}(\tau \to \mu\gamma)$ にこれといった制限は得られない。グラフには示していないが δm がさらに電子質量より小さくなってしまう場合が考えられる。しかし、このときは $\mathrm{Br}(\tau \to \mu\gamma)$、$\mathrm{Br}(\tau \to e\gamma)$ ともに運動学的に禁止されるため LFV の効果は見えない。また各データについてインプットパラメーターを変えて mass spectrum を出す際に δm の値が微妙にずれてしまった。そのためグラフに示した相関関係からいくらかはずれた点を取っているところがある。特にミューオン質量付近に変化した δm では急激に寿命が変化したりしている。ただし、今回の研究では δm がある値に決まっている時の現象を調べたいのでこれらの変化については言及しない。

次に Br($\tau \to e\gamma$) と lightest slepton の寿命の関係を図 14 に示した。赤と緑の色分けについては図 13 と同様である。data2 については先ほどと同様の相関を持っている。これも $\tilde{l}_0 \to e\tilde{\chi}_0$ と $\tau \to e\gamma$ の過程の間に相関があるためで、また $\tilde{l}_0 \to \mu\tilde{\chi}_0$ の影響を受けて下に尾を引く形になっている。一方で、図 13 では相関の見られなかった data3 については図 14 では非常に強い相関を持っている。これは data2 と同様 $\tilde{l}_0 \to e\tilde{\chi}_0$ と $\tau \to e\gamma$ の過程の間に相関があるためで、しかも質量差がミューオン質量より小さいことから $\tilde{l}_0 \to \mu\tilde{\chi}_0$ の影響を受けて下に尾を引くことは無い。そのため直線状に点が打たれることになる。このグラフから data2 に関しては寿命の測定により Br($\tau \to e\gamma$) の上限が得られそうである。data3 に関しては寿命の測定から Br($\tau \to e\gamma$) の値を一つに決めることができそうである。

上記で質量差 δm がミューオンの質量より大きい時は、寿命を測定することにより τ 粒子の 2 つの分岐比について上限が得られるということが分かったが、実際にはもう少し強い制限が得られる。図 15 に Br($\tau \to \mu\gamma$) と Br($\tau \to e\gamma$) と lightest slepton の寿命の相関関係を示した。寿命の値について色分けがされている。上記の表の data1 に書かれている m_0, $m_{1/2}$, A_0, $\tan\beta$ を使って計算した。data1 は $\delta m = 1.44$GeV であり、インプットパラメータ $\mathbf{W}$ の変化に伴う質量差の変化により質量差がミューオン質量より小さくなるということが起こりにくいので使ったが、data2 でも質量差がミューオン質量より大きい部分だけ見れば同じ相関関係を示す。図を見ると右上に行くほど寿命が短くなっていて、相関が見える。実際はこの図の中の点は一つの面上に乗っている。それを示すために寿命がある値になるときを抜き出して見てみるこの図において寿命が 10^{-13} - $10^{-12.5}$[sec]、10^{-11} - $10^{-10.5}$[sec]、10^{-9} - $10^{-8.5}$[sec] のときだけ抜き出したものが図 16 である。図のようにある寿命の範囲だけを取り出してみると点は Br($\tau \to \mu\gamma$)-Br($\tau \to e\gamma$) 平面上でブーメランのような形の領域に乗ることが分かる。また寿命の範囲を狭めればブーメラン型の領域はより細くなり線に近づく。これらが各寿命で連なって図 15 で面を形成しているのである。この結果から質量差がミューオン質量より大きな場合には、lightest slepton の寿命を測定することによって Br($\tau \to \mu\gamma$) と Br($\tau \to e\gamma$) の値を図 16 に示されるようなブーメラン形の領域へ制限することができるのが分かる。よって寿命を測定できた後、Br($\tau \to \mu\gamma$) か Br($\tau \to e\gamma$) の値のどちらかが決まればもう片方の値も決定できてしまうかもしれない。

10 まとめ

本研究では右巻きニュートリノを含めた MSSM を考えた。そのモデルではニュートリノ振動に関する y_ν に含まれる LFV の効果から、くりこみにより slepton の 2 乗質量項へ非対角要素を導き、それが slepton の LFV 過程を引き起こす種となる。また、constrained MSSM モデルから lightest slepton が NLSP になり、lightest neutralino が LSP になるということが非常に良く起こる。このとき LFV がなければ stau は $\delta m < m_\tau$ のとき長寿命になるが、LFV の効果により寿命の長さは変化することになる。そこでくりこみによる LFV の効果を計算しそれが、stau の崩壊にどう影響するか評価した。

右巻きニュートリノを持つ MSSM では LFV パラメータを計算するのにインプットとして入れるニュートリノ Yukawa 行列の中に 14 個のパラメータの自由度が存在する。特に $\mathbf{W}$ は実験では直接観測できない値であり、様々な値をとり得る。しかし、その中の複素直交行列 $\mathbf{W}$ の中の 6 つの自由度について変化させてしまうと、その他の M_R などの情報はその変化の中に埋もれてしまう。そのため本研究では $\mathbf{W}$ を様々に変化させたときを注目して計算を行った。

計算した結果から Br($\tau \to \mu\gamma$) と Br($\tau \to e\gamma$) と lightest slepton の寿命の相関関係を調べた。lightest slepton と lightest neutralino の質量差 δm がミューオンの質量より大きいか小さいかで相関は大きく異なる。

$m_\mu > \delta m > m_e$ のときは寿命と Br($\tau \to e\gamma$) の間に強い相関があり、寿命を測定することができれば同時に Br($\tau \to e\gamma$) の値も決定できてしまうであろう。

$m_\tau > \delta m > m_\mu$ のときは寿命と Br($\tau \to \mu\gamma$)、Br($\tau \to e\gamma$) ともに相関がある。そして寿命が測定できれば図 16 のような領域に 2 つの分岐比の値を制限できる。そのときにもし片方の分岐比が測定できればその領域の形からもう片方の分岐比の値も決定できる可能性がある。

巨大加速器 LHC 実験が近々行われるが、そこでは超対称粒子が生成できるほどの大きなエネルギーの衝突実験が行える。そこで lightest slepton の見つかる可能性は高い。stau の寿命の観測は ATLAS detector で行われるが、そこでは大体 10^{-5}-10^{-11}[sec] の寿命が観測可能だとされている。もし lightest slepton が LFV 崩壊過程を持つのであればそこで寿命を計れる可能性は高い。また、タウ粒子の LFV 崩壊の各分岐比について実験で制限されているのは Br($\tau \to \mu\gamma$) $< 4.5 \times 10^{-8}$、Br($\tau \to e\gamma$) $< 1.1 \times 10^{-7}$ である。図 14 や図 15 を見ると、質量差がミューオンより大きくとも小さくとも、lightest slepton の寿命の測定は現在の実験ではとても到達できないような低い分岐比を見ることが可能であることが分かる。寿命の測定の結果からニュートリノ振動の発見から議論されてきた LFV について大きな手がかりを得ることができるかもしれない。

謝辞

本論文作成にあたり、指導教官である佐藤丈准教授には、輪講や多くの助言などをしていただき大変感謝しております。また、共同研究者である下村崇様、金子悟様、山中真人様、Oscar Vives 様にも大変お世話になりました。谷井義彰教授にも輪講をしていただきました。また、素粒子論研究室の先輩の方々にも多くの助言をいただきました。深く御礼申し上げます。

参考文献

[1] S. P. Martin, [arXiv:hep-ph/9709356]

[2] S. Weinberg, Phys. Rev. D **13**, 974(1976), Phys. Rev. D **19**, 1277(1979); E. Gildener, Phys. Rev. D **14**, 1667 (1976); L. Susskind, Phys. Rev. D **20**, 2619 (1979); G. 't Hooft, in *Recent developments in gauge theories*, Proceedings of the NATO Advanced Summer Institute, Cargese 1979, (Plenum, 1980).

[3] S. Coleman, J. Mandula, Phys. Rev. **159** (1967) 1251; R. Haag, J. Lopuszanski, M.Sohnius, Nucl. Phys. B **88**, 416 (1979).

[4] J. Wess, B. Zumino, Nucl. Phys. B **70** (1974) 39.

[5] A. Salam, J.Strathdee, Phys. Rev. D **11**, 1521 (1975); M.T. Grisaru, W. Siegel, M. Rocek, Nucl. Phys. B **159**, 429 (1979).

[6] T. Jittoh, J.Sato, T.Shimomura, M.Yamanaka, Phys.Rev. D **73** (2006) 055009, [arXiv:hep-ph/0512197v2]

[7] G. 't Hooft, Phys. Rev. Lett. **37**, 8 (1976).

[8] P. Minkowski, Phys. Lett. B67 (1977) 421.T. Yanagida, in Proceedings of the Workshop on Unified Theory and Baryon Number of the Universe, edited by O. Sawada and A. Sugamoto, Report KEK-79-18 (1979). M. Gell-Mann, P. Ramond and R. Slansky, in Supergravity, edited by D. Z. Freedman and P. van Nieuwenhuizen (North-Holland, Amsterdam, 1979).

[9] T.Ota, J.Sato, Phys.Rev. **D71** (2005) 096004, [arXiv:hep-ph/0502124v1]

[10] A.Ibarra, C.Simonetto, JHEP0804:102,2008 [arXiv:0802.3858v2]

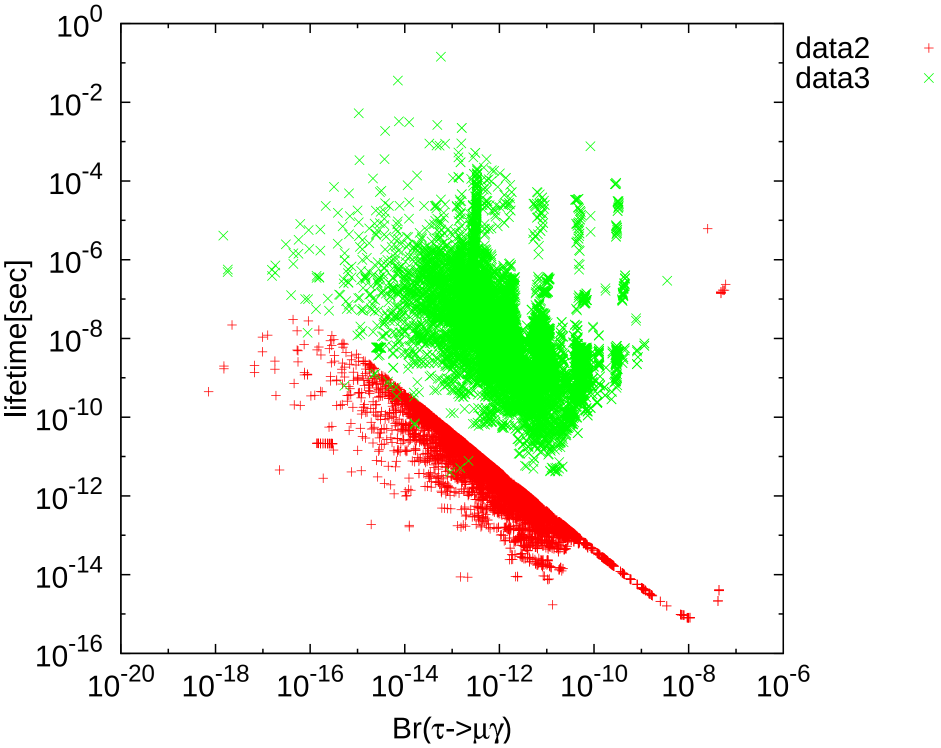

図 13: Br($\tau \to \mu\gamma$) と寿命の相関関係

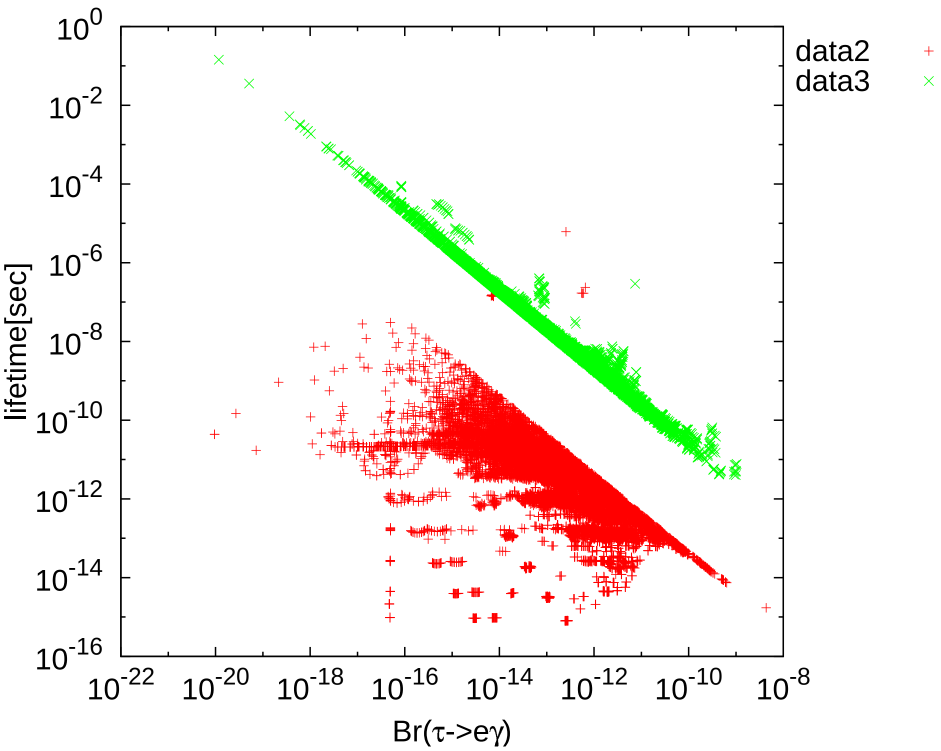

図 14: Br($\tau \to e\gamma$) と寿命の相関関係

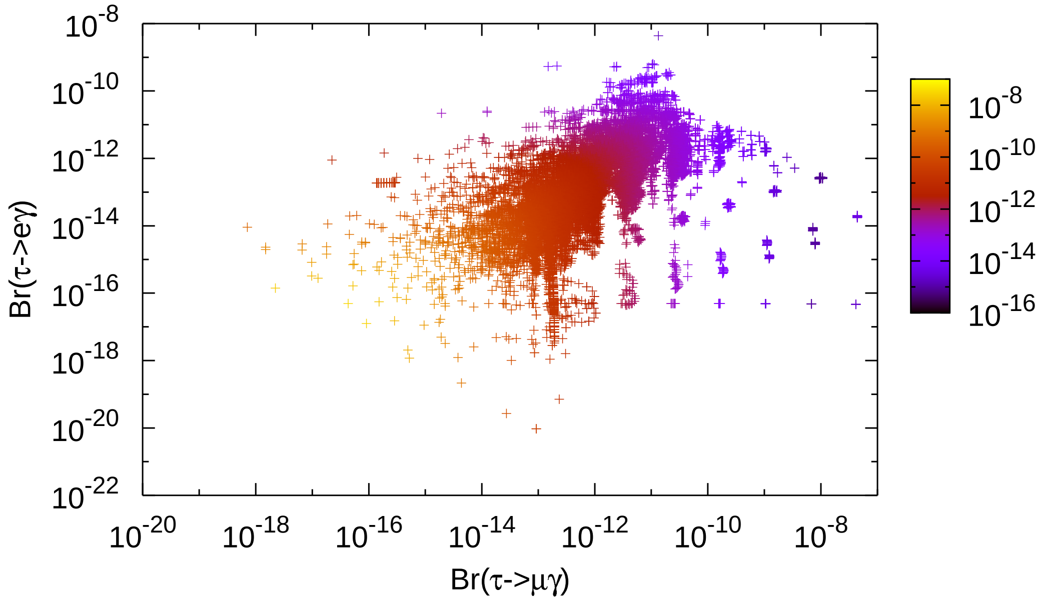

図 15: Br($\tau \to \mu\gamma$) と Br($\tau \to e\gamma$) と lightest slepton の寿命の相関関係 (1)

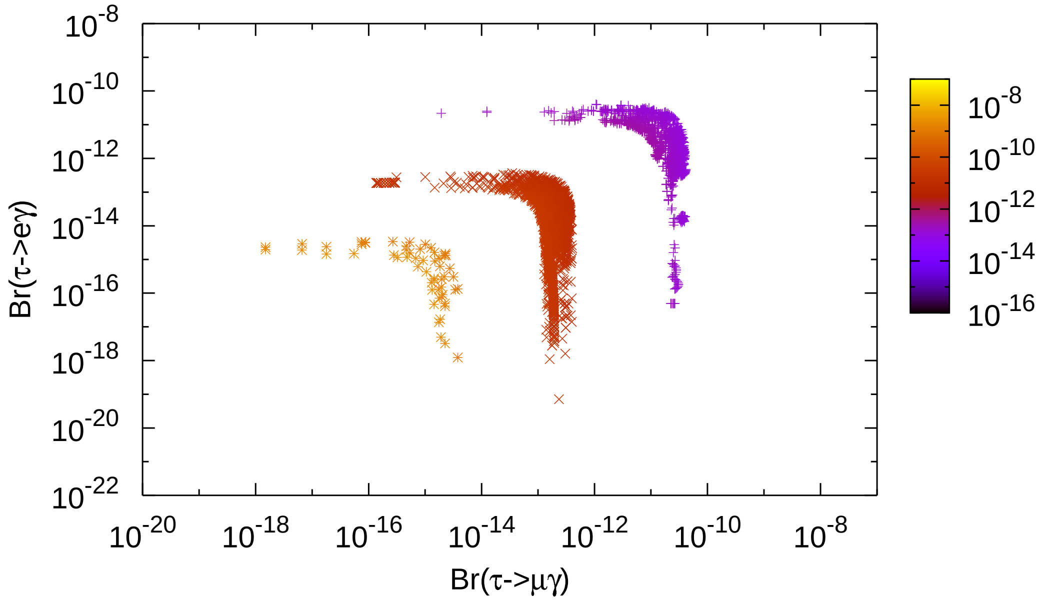

図 16: Br($\tau \to \mu\gamma$) と Br($\tau \to e\gamma$) と lightest slepton の寿命の相関関係 (2)