

# ニュートラリーノ・ダークマター の間接検出可能性

平成15年度修了

埼玉大学大学院 理工学研究科  
博士前期課程 物理学専攻

02SP009 佐藤快生

平成16年6月10日

Ver. 1.02



# 目次

第 1 章 序論	1
第 2 章 標準ビッグバン模型	3
2.1 フリードマン方程式	3
2.2 状態方程式	4
2.3 宇宙論パラメータ	5
2.4 赤方偏移	5
第 3 章 ダークマター	9
3.1 ダークマターの存在の証拠	9
3.2 非バリオンのダークマター	16
3.3 WIMP ダークマター	17
3.4 他の非バリオンのダークマターの候補	19
第 4 章 超対称性模型	21
4.1 超対称性を導入する動機	21
4.2 超対称なラグランジアン構成	23
4.3 超対称に最小拡張した標準模型 (MSSM)	25
第 5 章 ニュートラリーノ・ダークマター	31
5.1 LSP ダークマター	31
5.2 ニュートラリーノの質量行列	31
5.3 ニュートラリーノの対消滅	32
5.4 Bino-like ニュートラリーノの熱的残存量	36
5.5 ニュートラリーノと通常の物質 (原子核) との弾性散乱	37
第 6 章 ニュートラリーノ・ダークマターの間接検出	41
6.1 ダークマターの検出観測	41
6.2 太陽内部に蓄積したダークマターの対消滅によって生成される高エネルギーニュート リノ	41
6.3 高エネルギーニュートリノの検出率の計算	42
6.4 Bino-like ニュートラリーノの検出率	45
6.5 高エネルギーニュートリノ検出器	46
第 7 章 まとめと今後の展望	49
付録 A MSSM の相互作用	51

---

付録 B ニュートラリーノの対消滅断面積	53
B.1 フェルミオン終状態	53
B.2 ウィークゲージボソン終状態	54
B.3 ヒッグスボソンを含んだ終状態	55

# 目次

3.1	WMAP により観測された宇宙背景輻射の非等方性 (WMAP のホームページ [1] より引用) . . . . .	10
3.2	宇宙背景輻射の揺らぎの相関関数のスペクトル (文献 [2] より引用) . . . . .	10
3.3	渦巻き銀河 M33 の回転曲線 (文献 [3] より引用) . . . . .	11
3.4	X 線観測によるバリオン質量の推定 (ISAS ニュースホームページ [4] より引用) . . . . .	12
3.5	Ia 型超新星の見かけの等級 ( $m_B$ ) と赤方偏移 ( $z$ ) の関係 (文献 [5] より引用) . . . . .	13
3.6	BBN による軽元素 ${}^4\text{He}$ 、D、 ${}^3\text{He}$ 、Li の存在量の計算値。各線の幅は 95 % の信頼区間を表す。長方形が 95 % の信頼区間の観測値を表す。(文献 [6] より引用) . . . . .	15
3.7	観測による宇宙論パラメータへの制限 (Supernova Cosmology Project ホームページ [7] より引用) . . . . .	16
3.8	初期宇宙での WIMP の共動体積当たりの粒子数 ( $a^3 n_\chi$ ) (文献 [8] より引用) . . . . .	18
4.1	ヒッグス粒子の質量の輻射補正に寄与するダイアグラム . . . . .	22
4.2	超対称性を導入することによって加わるダイアグラム . . . . .	22
4.3	結合定数の高エネルギーへの外挿 (文献 [9] より引用) . . . . .	23
4.4	超対称性粒子の対消滅の例 . . . . .	27
4.5	超対称性粒子の崩壊の例 . . . . .	27
5.1	$\chi\chi \rightarrow f\bar{f}$ に寄与するダイアグラム . . . . .	34
5.2	$\chi\chi \rightarrow W^+W^-$ に寄与するダイアグラム . . . . .	34
5.3	$\chi\chi \rightarrow Z^0Z^0$ に寄与するダイアグラム . . . . .	34
5.4	$\chi\chi \rightarrow Z^0H^0$ と $\chi\chi \rightarrow Z^0h^0$ に寄与するダイアグラム . . . . .	35
5.5	$\chi\chi \rightarrow W^+H^-$ に寄与するダイアグラム . . . . .	35
5.6	$\chi\chi \rightarrow A^0H^0$ と $\chi\chi \rightarrow A^0h^0$ に寄与するダイアグラム . . . . .	35
5.7	ニュートラリーノとクォークのスピン弾性散乱に寄与するダイアグラム . . . . .	37
5.8	ニュートラリーノとクォークのスカラー弾性散乱振幅に寄与するダイアグラム . . . . .	39
5.9	ニュートラリーノと原子核とのスカラー弾性散乱振幅に寄与するダイアグラム . . . . .	39
6.1	ダークマターが太陽に捕獲される様子 . . . . .	42
6.2	太陽の中心部に蓄積したダークマターの対消滅の例 . . . . .	42
6.3	ニュートリノのエネルギー分布の二次のモーメント ( $m_\chi^2 \langle Nz^2 \rangle$ ) (文献 [10] より引用) . . . . .	45
6.4	反ニュートリノのエネルギー分布の二次のモーメント ( $m_\chi^2 \langle Nz^2 \rangle$ ) (文献 [10] より引用) . . . . .	45
6.5	南極の氷を用いたニュートリノの検出 (文献 [11] より引用) . . . . .	46
B.1	$\chi\chi \rightarrow f\bar{f}$ に寄与するダイアグラム . . . . .	53
B.2	$\chi\chi \rightarrow W^+W^-$ に寄与するダイアグラム . . . . .	54
B.3	$\chi\chi \rightarrow Z^0Z^0$ に寄与するダイアグラム . . . . .	54

---

B.4	$\chi\chi \rightarrow Z^0 H^0$ と $\chi\chi \rightarrow Z^0 h^0$ に寄与するダイアグラム	56
B.5	$\chi\chi \rightarrow W^+ H^-$ に寄与するダイアグラム	56
B.6	$\chi\chi \rightarrow A^0 H^0$ と $\chi\chi \rightarrow A^0 h^0$ に寄与するダイアグラム	57

# 表 目 次

4.1	MSSM でのゲージ多重項 . . . . .	25
4.2	MSSM でのカイラル多重項 . . . . .	26
4.3	MSSM でのヒッグス多重項 . . . . .	26



# 第1章 序論

WMAP (Wilkinson Microwave Anisotropy Probe) による宇宙背景輻射の非等方性の観測に代表されるように、宇宙論の観測データの向上は目覚ましいものがある。これらの観測データにより、宇宙論パラメータが高い精度で決まってきた。その結果、宇宙の構成は、およそ7割が“ダークエネルギー”すなわち真空のエネルギーで、残り3割が物質であることがわかってきた。3割を占める物質の中でも、そのほとんどがダークマターという未知の物質であることがわかってきた。

ダークマターは、1930年頃、ツビツッキー (F.Zwicky) により提唱された。その示唆は、渦巻き銀河の回転曲線を説明しようとする、光を放っている物質だけでは足りず、光を放っていない“ダークな”物質が大量に存在しなければならないというものであった。

ダークマターの存在は確固としたものになりつつあるが、直接検出されておらず、その正体は依然として謎のままである。ただし、ビッグバン元素合成により、バリオンだけではダークマター全てを説明できないことがわかっている。したがって、ダークマターは非バリオンで構成されていなければならない。標準模型の枠組みで、その候補となりうる粒子としてはニュートリノがある。ニュートリノが質量をもつとすれば、非バリオンのダークマターとなるが、宇宙の構造形成からの制限により主要な成分を担うことができない。素粒子論の標準模型だけでは、非バリオンのダークマターの全てを説明する候補は存在しないことになる。したがって、標準模型を越えた理論の予言する新粒子を考える必要がある。

階層性問題の解決などによって、標準理論を超えて導入される超対称性理論と呼ばれるものがある。超対称性とはフェルミオンとボソンの対称性である。超対称性によって導入されるニュートラリーノという未発見粒子が、非バリオンのダークマターの候補として有力視されている。ニュートラリーノとは、B ボソンや  $W^0$  ボソン、そして二つの中性ヒッグスボソンの超対称性パートナーであるビーノ ( $\tilde{B}$ ) やウィーノ ( $\tilde{W}$ )、そしてヒグシーノ ( $\tilde{H}_u, \tilde{H}_d$ ) の混合状態である。ニュートラリーノは電氣的に中性なので電磁相互作用をしない。ニュートラリーノは最も質量の軽い超対称性粒子 (LSP) であると考えられ、R パリティの保存を課すことで安定して現在まで存在できる。したがって、ニュートラリーノは非バリオンのダークマターの条件を満たすものである。

一方、非バリオンのダークマターを間接的に捕らえようという、AMANDA (Antarctic Muon and Neutrino Detector Array) [12] や IceCube [13] などの南極の氷を用いた高エネルギーニュートリノ検出観測がある。太陽内部に捕獲されたダークマターが対消滅することにより、高エネルギーのニュートリノを生成する。この生成された高エネルギーのニュートリノを観測することにより、非バリオンのダークマターを間接的に検出しようという試みである。

本論文では、MSSM のニュートラリーノが非バリオンのダークマターの候補として考え、間接的に検出できる可能性について議論する。

まず第2章では、宇宙論の標準模型である標準ビッグバン模型について、必要となる事項を簡単に概観する。次に、第3章でダークマターの存在を示している観測とダークマターの性質について概観する。第4章で、非バリオンのダークマターの候補を予言する超対称性模型について概観する。そして、第5章で、非バリオンのダークマターの候補であるニュートラリーノの性質についてまとめ、その成分のほとんどがビーノから成る (bino-like) ニュートラリーノについて具体的に熱的残存量を

見積もる。ダークマターの間接検出観測をふまえ、第 6 章では、ニュートラリーノが bino-like と仮定したときの検出率を見積もり、ニュートラリーノ・ダークマターを間接的に捕らえる可能性について議論する。

## 第2章 標準ビッグバン模型

現在、我々の宇宙の歴史、つまり宇宙論は標準ビッグバン模型により記述することができると考えられている [8, 14, 15]。この理論によると、宇宙は決して永遠普遍に存在しているのではなく、“ビッグバン”と呼ばれる高温・高圧の状態から始まり、時間とともに断熱膨張をすることにより温度が下がり現在の宇宙になったと考えられる。本章ではこの標準ビッグバン模型について簡単に説明する。

### 2.1 フリードマン方程式

我々の宇宙は空間的にほぼ一様等方であると考えられる。このことは宇宙原理と呼ばれている。このため宇宙の幾何を表す計量は、第0近似でロバートソン・ウォーカー計量

$$ds^2 = c^2 dt^2 - a^2(t) \left[ \frac{dr^2}{1 - Kr^2} + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2) \right] \quad (2.1)$$

で表すことができる。ここで  $a(t)$  はスケール因子と呼ばれており、直感的には時刻  $t$  での宇宙の大きさを表す指標となっている。 $a(t)$  が時間と共に増大するときは宇宙が膨張していること、時間と共に減少するときには宇宙が収縮していることを表す。また、 $K/a(t)^2$  は時刻  $t$  での空間の曲率であり、宇宙空間の形状を表す。その値としては  $K = 0, \pm 1$  をとる。 $K = 0$  のときには平坦な空間、つまり宇宙空間はユークリッド空間である。 $K$  が0でないときには宇宙空間は曲率をもち、非ユークリッド的なものになる。 $K = 1$  のときは閉じた空間、 $K = -1$  のときは開いた空間である。

このロバートソン・ウォーカー計量を仮定し、アインシュタイン方程式を書き下すと、以下の二つの独立な方程式が得られる。

$$\left( \frac{\dot{a}(t)}{a(t)} \right)^2 = \frac{8\pi G \rho(t)}{3} - \frac{K}{a^2} \quad (2.2)$$

$$\frac{\ddot{a}(t)}{a(t)} = -\frac{4\pi G}{3}(\rho(t) + 3p(t)) \quad (2.3)$$

ここで  $G$  はニュートン定数、 $\rho(t)$  は時刻  $t$  における宇宙に存在する物質のエネルギー密度の総和、 $p(t)$  はそれらの物質の圧力の総和である。(2.2) 式は特にフリードマン方程式と呼ばれている。また、エネルギー・運動量保存則  $T^{\mu}_{\nu;\mu} = 0$  の時間成分から

$$d(\rho a^3) + p(t) d(a^3) = 0 \quad (2.4)$$

という式も導くことができる。この式は (2.2) 式と (2.3) 式の両式を用いて導出することも可能であり、したがって、上述の二つのアインシュタイン方程式と独立ではない。この (2.4) 式は、熱力学の第一法則と比べると明らかのように  $dS = 0$  ( $S$  はエントロピー) となり、共動体積  $V = a^3$  内におけるエントロピーの保存を表している。

以上の二つのアインシュタイン方程式、及び宇宙空間内に存在する物質の情報を担う状態方程式  $p = f(\rho)$  を与えることにより、我々の宇宙の時間発展、つまり  $a(t)$  の時間依存性を第0近似ではあるが解くことができる。そこで次節で状態方程式について議論する。

## 2.2 状態方程式

我々の宇宙に存在する物質（エネルギー）は、次の三つに分類することができる。一つ目は非相対論的な物質、二つ目は相対論的な物質（輻射）最後に宇宙項（真空のエネルギー）である。以下でこれらの物質の状態方程式  $p = f(\rho)$  を与え、宇宙膨張と共にどの様に変化するかについて考える。

まず、非相対論的な物質について考える。この物質の圧力はそのエネルギー密度に比べて無視できるので、状態方程式は  $p = 0$  となる。この方程式及び保存則 (2.4) より、

$$\rho_m \propto a^{-3} \quad (2.5)$$

となる。非相対論的な物質のエネルギー密度は単純に  $\rho = mn$  ( $m$  はこの物質の質量、 $n$  は数密度) と表すことができる。したがって、この式は単に数密度が宇宙膨張と共に減衰することを表しているにすぎない。

次に、相対論的な物質（輻射）について考える。この物質の状態方程式は  $p = \rho/3$  で与えられる。保存則を用いるとエネルギー密度は宇宙膨張と共に

$$\rho_m \propto a^{-4} \quad (2.6)$$

と振る舞うことがわかる。この式は、宇宙膨張と共に数密度が減少することのみならず、その波長が長くなることにより、輻射のエネルギー密度が  $a^{-4}$  で減衰することを表している。

最後に、宇宙項（真空のエネルギー）について考える。このとき状態方程式は  $p = -\rho$  と与えられる。つまり真空のエネルギーは負の圧力を与えることになる。このためエネルギー密度は

$$\rho_\Lambda \propto \text{const.} \quad (2.7)$$

となり、宇宙膨張によらず一定になる。

以上、宇宙に存在する三つの物質の状態方程式を用いた議論より、時刻  $t$  のそれぞれの物質のエネルギー密度は、現在のエネルギー密度を用いて書き表すことができる。現在のエネルギー密度を  $\rho_{m0}$  のように下添え字に 0 をつけて表すと、時刻  $t$  でのそれぞれのエネルギー密度はスケール因子を用いて

$$\begin{aligned} \rho_m(t) &= \rho_{m0} \left( \frac{a(t_0)}{a(t)} \right)^3 \\ \rho_r(t) &= \rho_{r0} \left( \frac{a(t_0)}{a(t)} \right)^4 \\ \rho_\Lambda(t) &= \rho_{\Lambda 0} \end{aligned} \quad (2.8)$$

と表すことができる。ここで  $t_0$  は現在の時刻である。

(2.8) を用いてフリードマン方程式 (2.2) 式を書き直すと、

$$\left( \frac{\dot{a}(t)}{a(t)} \right)^2 = \frac{8\pi G}{3} \left[ \rho_{m0} \left( \frac{a(t_0)}{a(t)} \right)^3 + \rho_{r0} \left( \frac{a(t_0)}{a(t)} \right)^4 + \rho_{\Lambda 0} \right] - K_0 \left( \frac{a(t_0)}{a(t)} \right)^2 \quad (2.9)$$

となる。ここで  $K_0 \equiv K/a^2(t_0)$  は現在の宇宙の空間曲率である。この微分方程式を解くことにより<sup>1</sup>、宇宙の時間発展を調べることができる。さらにこの式で重要なことは、現在での非相対論的な物質のエネルギー密度  $\rho_{m0}$ 、輻射の密度  $\rho_{r0}$  及び真空のエネルギー  $\rho_{\Lambda 0}$  を決めることによって、宇宙の時間発展が決まることである。したがって、これらを観測により決定することは宇宙論にとって非常に重要なこととなっている。

<sup>1</sup>一般の場合には解析的には解けない。

## 2.3 宇宙論パラメータ

前節で述べたとおり、現在の物質のエネルギー密度を求めることは非常に重要である。そこで現在の時刻における (2.9) 式を改めて考え、より簡明な式を導出する。まず初めに宇宙の膨張率  $H$  を

$$H = \frac{\dot{a}(t)}{a(t)} \quad (2.10)$$

と定義する。特に現在における  $H$  の値  $H_0$  はハッブル定数と呼ばれ、規格化された量を用いて以下のように書き表す。

$$H = 100 h \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1} \quad (2.11)$$

ただし、 $1 \text{ pc} = 3.26 \text{ 光年} = 3.09 \times 10^{14} \text{ km}$  である。

現在ハッブル定数は非常に良い精度で観測されており、 $h$  の値は 0.7 程度となっている。次に臨界密度  $\rho_c$  を定義する。この密度は

$$\begin{aligned} \rho_c &= \frac{3H_0^2}{8\pi G} \simeq 1.88 \times 10^{-29} h^2 \text{ g cm}^{-3} \\ &\simeq 1.05 \times 10^{-5} h^2 \text{ GeV cm}^{-3} \end{aligned} \quad (2.12)$$

で与えられる。現在の物質の密度（非相対論的な物質や放射や真空のエネルギー密度の総和）が臨界密度に等しければ、宇宙空間の曲率は 0 になるということを意味している。この臨界密度に対する実際の宇宙の質量密度の割合  $\rho/\rho_c$  を密度パラメータ  $\Omega$  という。具体的には非相対論的な物質の割合  $\rho_{m0}/\rho_c$  を物質密度パラメータ  $\Omega_m$ 、放射との割合  $\rho_{r0}/\rho_c$  を放射密度パラメータ  $\Omega_r$  と呼ぶ。同様に宇宙項の割合  $\rho_\Lambda/\rho_c$  を真空のエネルギー密度パラメータ  $\Omega_\Lambda$  と呼ぶ。また曲率項とハッブル定数の比  $K_0/H_0^2$  は曲率パラメータ  $\Omega_K$  と呼ばれる。

ハッブル定数と各宇宙論パラメータを用いると、現在の時刻における (2.9) 式は

$$1 + \Omega_K = \Omega_m + \Omega_r + \Omega_\Lambda \quad (2.13)$$

と表すことができる。放射パラメータ  $\Omega_r$  は物質パラメータ  $\Omega_m$  に比べて非常に小さい<sup>2</sup>ことが知られているので、上式は近似的に

$$1 + \Omega_K = \Omega_m + \Omega_\Lambda \quad (2.14)$$

と書くことができる。この式は物質パラメータ及び真空のエネルギー密度パラメータが決まれば、曲率パラメータが一意に決まることを意味する。

宇宙論パラメータを用いると、時刻  $t$  での宇宙の膨張率  $H$  をスケール因子  $a(t)$  の関数として表すことができる。(2.9) 式より、 $H(t) = H(a(t))$  は

$$H(a) = H_0 \sqrt{\frac{\Omega_{m0}}{a^3} + \frac{\Omega_{r0}}{a^4} + \Omega_{\Lambda 0} - \frac{\Omega_{K0}}{a^2}} \quad (2.15)$$

となる。スケール因子  $a(t)$  は必ず  $a(t)/a(t_0)$  と比の形で入ってくるため、ここでは簡単化のため  $a(t_0) = 1$  とした。

## 2.4 赤方偏移

遠方の銀河からやってくる光は、地球に到達するまでの間に宇宙膨張の影響を受け波長が長波長側（赤方）に偏移する。この偏移の度合いは銀河が遠方であればあるほど大きくなる。より正確には

<sup>2</sup>約 5 桁小さい

銀河までの距離と赤方偏移の度合い（つまり後退速度）は比例関係になる。これがハッブルの法則であり、標準ビッグバン模型の大きな成果の一つとなっている。この法則は次章で述べる宇宙論パラメータの観測の原理と深くかかわっているため、本節で定量的に考察する。

まず初めに遠方からの光がどのように赤方へ偏移するのかを定量的に調べる。光はヌル測地線  $ds = 0$  に沿って進むので、その軌跡はロバートソン・ウォーカー計量により、

$$cdt = \pm \frac{a(t)dr}{\sqrt{1 - Kr^2}} \quad (2.16)$$

となる。今、光が共同座標  $r_1$  において発信されたとする<sup>3</sup>。このため座標値が減少する方向に光は進むので、上式の右辺の符号はマイナスをとり、光線に沿って積分すると

$$c \int_{t_1}^{t_0} \frac{dt}{a(t)} = \int_0^{r_1} \frac{dr}{\sqrt{1 - Kr^2}} \quad (2.17)$$

となる。ここでは光波の山が時刻  $t_1$  に出発し、 $t_0$  に地球に着いたとしている。そして次の波の山が時刻  $t_1 + \delta t_1$  に出発し  $t_0 + \delta t_0$  に到着したとすると

$$c \int_{t_1 + \delta t_1}^{t_0 + \delta t_0} \frac{dt}{a(t)} = \int_0^{r_1} \frac{dr}{\sqrt{1 - Kr^2}} \quad (2.18)$$

となる。(2.17) 及び (2.18) の右辺は一致しており、 $\delta t$ 、 $\delta t_1$  がスケール因子の時間変化のスケールに対し十分に短いことを考慮すると

$$\frac{\delta t_1}{a(t_1)} = \frac{\delta t_0}{a(t_0)} \quad (2.19)$$

となる。光の波長は光源と観測者でそれぞれ  $\lambda_1 = c\delta t_1$ 、 $\lambda_0 = c\delta t_0$  であるため、波長の伸び率  $z$  は

$$z \equiv \frac{\lambda_0 - \lambda_1}{\lambda_1} = \frac{1}{a(t_1)} - 1 \quad (2.20)$$

となる。ここでも前節と同様に、簡単化のため  $a(t_0) = 1$  とした。この  $z$  のことを赤方偏移と呼ぶ。この赤方偏移を、銀河が我々の地球に対して後退しながら光を発するためのドップラー効果と捉えたと<sup>4</sup>、赤方偏移  $z$  と後退速度  $v$  との関係は  $z = v/c$  となる。(2.20) 式からわかるとおり、宇宙が膨張をしているときにはスケール因子  $a(t)$  は時間の単調増加関数となっている。このため、より遠くの銀河から発する光は、より早い時間に光を発するため  $z$  が大きくなる。

以下で、正確に銀河からの光の赤方偏移の度合いとその銀河までの距離の関係、いわゆるハッブルの法則を導出する。銀河までの物理的な距離  $r_{phys}$  は、共同座標にスケール因子  $a(t_0)$  を掛けることで得られる。つまり

$$r_{phys} = a(t_0) \int_0^{r_1} \frac{dr}{\sqrt{1 - Kr^2}} = c \int_{t_1}^{t_0} \frac{dt}{a(t)} \quad (2.21)$$

中辺から右辺の式変形には (2.17) 式及び  $a(t_0) = 1$  を用いた。宇宙は誕生以来膨張し続けていると考えられるので、スケール因子  $a(t)$  は時間に対して単調増加関数である。このため上式の右辺の積分変数を時間  $t$  からスケール因子  $a$  に変換すると

$$c \int_{t_1}^{t_0} \frac{dt}{a(t)} = c \int_{a(t_1)}^1 \frac{da}{a\dot{a}} = c \int_{a(t_1)}^1 \frac{da}{a^2 H(a)} \quad (2.22)$$

<sup>3</sup>地球は共同座標 0 にある。

<sup>4</sup>実際は、宇宙膨張により空間自体が伸びているのでドップラー効果とは厳密には異なる。

となる。  $H(a)$  として前節の (2.15) 式を用いて、  $a = 1/(1+z')$  と変数変換すると、銀河までの物理的な距離  $r_{phys}$  及び赤方偏移  $z$  との関係は

$$r_{phys} = c \int_0^z \frac{dz'}{H(z')} \quad (2.23)$$

となる。ただし、

$$H(z) = H_0 \sqrt{(1+z)^3 \Omega_{m0} + (1+z)^4 \Omega_{r0} + \Omega_{\Lambda 0} - (1+z)^2 \Omega_{K0}} \quad (2.24)$$

である。この式がハッブルの法則に相当する。赤方偏移  $z$  が十分に小さい ( $z \ll 1$ ) として展開すると、よく見慣れた形が現れる。具体的には、(2.23) 式の右边を  $z$  で展開すると

$$r_{phys} = cH_0^{-1}z + \mathcal{O}(z^2) \quad (2.25)$$

となり、 $z$  について最初の項までで  $z = v/c$  を用いれば、 $v = H_0 r_{phys}$  となりハッブルの法則が導出できる。

これらの議論から以下のことがわかる。赤方偏移と距離の正確な関係は (2.23) で与えられる。また、 $z$  が大きくなると距離-赤方偏移関係はハッブルの法則からずれるということである。

さらに重要なことは、(2.23) 式の右边は宇宙論パラメータで書かれているので、このずれを見ることはこれらのパラメータを観測することに他ならないということである。



## 第3章 ダークマター

### 3.1 ダークマターの存在の証拠

我々の宇宙には自ら光を放っている天体やガス等の物質以外に、光を放っていない物質が存在すると考えられている。それらの物質はダークマター (Dark Matter) と呼ばれ、光とは相互作用をしない物質であるが、重力を通して我々の宇宙に影響を与える。これまでに、ダークマターの存在が渦巻き銀河の回転曲線や銀河団、Ia型超新星爆発の観測により示唆されてきた。特に近年 (2003年2月)、宇宙背景輻射 (Cosmic Microwave Background radiation; CMB) の揺らぎを観測する WMAP (Wilkinson Microwave Anisotropy Probe) のデータが公表されるに至り、ダークマターの存在が確固としたものとなった。この節では、WMAP の観測に加え、幾つかの観測におけるダークマターの存在を中心に概要を述べる。

#### 3.1.1 宇宙背景輻射の揺らぎ ~ WMAP ~

1965年、ペンジラス (Penzias) とウィルソン (Wilson) によって 2.7K の背景輻射が観測された。標準ビッグバン理論によれば、この背景輻射は以下のように説明される。宇宙初期は超高温であり、輻射は物質と平衡状態にある黒体輻射であった。その後の膨張によって温度が下がり、宇宙の晴れ上がりの時期に輻射と物質の平衡がくずれた。その時点の黒体輻射は膨張にともなう赤方偏移によって波長が伸び、現在の 2.7 K になった。このため、宇宙背景輻射は標準ビッグバン理論の有力な証拠となっている。

1989年、NASA (アメリカ航空宇宙局) は宇宙背景輻射を電波望遠鏡で正しく測定するために探査機 COBE (COsmic Background Explorer) を打ち上げ、2.7 K の黒体輻射からのずれが 1000 分の 1 以下であることが明らかにした。そして、COBE は背景輻射の非等方性 (空間的ゆらぎ) の測定を行い、10 度離れた方向からの強度差は、温度に換算して 10 万分の 1 の違い (ゆらぎ) であることを発見した。さらに、2003年、NASA は WMAP を打ち上げ、この非等方性を非常に高い精度で観測した [2] (図 3.1、図 3.2 参照)。この宇宙背景輻射の非等方性 (温度揺らぎ) の相関関数のスペクトル (図 3.2 参照) を調べることで、宇宙論的パラメータ、 $\Omega_m$  や  $\Omega_b$ 、 $\Omega_{tot}$  等が精度よく決まる。得られた結果は

$$\begin{aligned}\Omega_{tot} &= 1.02 \pm 0.04 \\ \Omega_m &= 0.29 \pm 0.07 \\ \Omega_b &= 0.047 \pm 0.006\end{aligned}\tag{3.1}$$

である。ここで、宇宙論パラメータ  $\Omega_m$  だけでなく、バリオン密度パラメータ  $\Omega_b = \rho_b / \rho_c$  ( $\rho_b$  はバリオン密度) も正確に決まったことが重要である。また WMAP の結果 (3.1) 式より、 $\Omega_m$  に対して  $\Omega_b$  が少ない。このことはダークマター、特に非バリオンのダークマターの存在を示唆しているに他ならない。

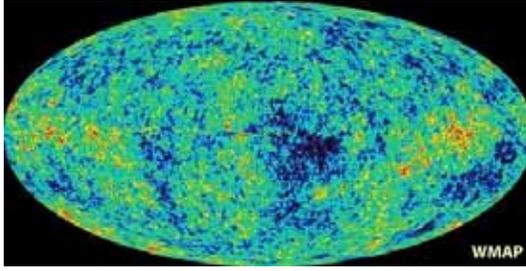


図 3.1: WMAP により観測された宇宙背景放射の非等方性 (WMAP のホームページ [1] より引用)

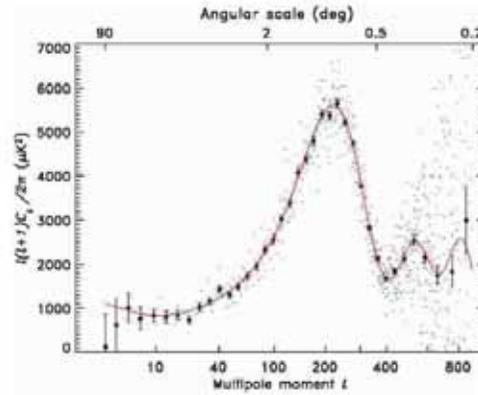


図 3.2: 宇宙背景放射の揺らぎの相関関数のスペクトル (文献 [2] より引用)

### 3.1.2 渦巻き銀河の回転曲線

1933年に、ツヴィッキー (F. Zwicky) が渦巻き銀河の回転速度の観測を用いてダークマターの存在の可能性を始めて指摘した [21]。その後多くの観測が行われ、その存在の可能性が確かめられてきた。銀河の回転速度は、その内側にどれほどの物質が含まれているかにより決まる。回転速度から得られた内側の物質質量と、星やガスから期待される回転速度を比較することにより、ダークマターの存在を示すことができる。定量的には、銀河の回転速度は重力と遠心力のつりあいから決まり、

$$\frac{v^2}{R} = \frac{GM(R)}{R^2}, \quad M(R) = \int_0^R d^3r \rho(r) \quad (3.2)$$

となる。ここで、 $M(R)$  は半径  $R$  内に存在する質量で、 $\rho(r)$  は中心から距離  $r$  のところでの物質密度である。また、物質密度として球状分布を仮定した。このとき回転速度は

$$v = \sqrt{\frac{GM(R)}{R}} \quad (3.3)$$

で与えられる。

渦巻き銀河の回転速度は、星やガスのドップラー効果を利用して観測することができる。ガスの観測では、中性水素 (HI) ガスの 21cm 輝線を利用する。このため、銀河円盤の外側つまり、星がない領域でも回転速度を観測することができる。図 3.3 に渦巻き銀河 M33 の回転速度の観測の一例を示す。点線は観測される星のみを質量源とした場合の予測される回転速度である。また、斜線はガスのみを質量源とした場合に予想される回転速度である。一方、観測される回転速度は実線で表されている。もし銀河が星とガスのみで構成されているならば、式 (3.3) からわかるように、銀河円盤の外側 ( $R > 5\text{kpc}$ ) では回転速度が  $R$  の  $-1/2$  乗に比例して減衰していなければならない。しかしながら観測によると、銀河円盤の外側でも回転速度が一定となっていることがわかる。これは質量が  $R$  に比例して増加していることを示している。つまり、銀河円盤の外側にも物質の分布が続いていることがわかり、ダークマターの存在を示している。ダークマターのみが質量源とした際の予想される回転曲線は、(3.3) 式によって計算でき、図 3.3 内の一点斜線で示されている。

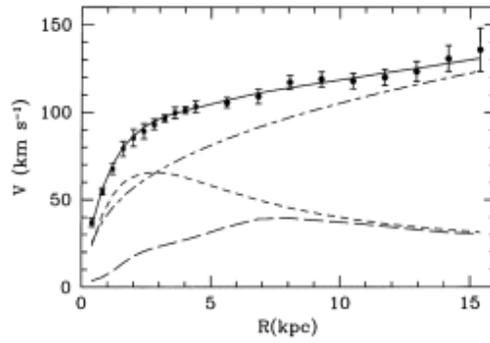


図 3.3: 渦巻き銀河 M33 の回転曲線 (文献 [3] より引用)

### 3.1.3 銀河団におけるダークマター

銀河団とは、数十個から数千個の銀河が数 Mpc に集中した宇宙で最大規模の天体である。銀河団を可視光で見ると銀河と銀河の間の空間には何も見えないが、X 線で見ると全体が高温ガスで満たされていることがわかる。この X 線による銀河団観測は、ここ 10 年で非常に進歩した分野である。この観測から、高温ガスが銀河団から逃げていかなないようにするためには、強い重力源が必要である。しかし、その重力をつくり出すだけの質量が、銀河団を構成している多数の銀河や高温ガスの総質量だけでは足りないことがわかってきた。このことは銀河団においてもダークマターが必要であることを意味している。

例えば、White らによって、かみのけ座銀河団 (Coma cluster) の幾つかのデータがまとめられたものがある [22]。それによると、半径  $1.5 h^{-1}$  Mpc の内側で

$$M_{\text{star}} = 1.0 \pm 0.2 \times 10^{13} h^{-1} M_{\odot} \quad (3.4)$$

$$M_{\text{gas}} = 5.4 \pm 1 \times 10^{13} h^{-5/2} M_{\odot} \quad (3.5)$$

$$M_{\text{total}} = (5.7 - 11) \times 10^{14} h^{-1} M_{\odot} \quad (3.6)$$

という質量分布であることが指摘され、これにより

$$\frac{M_{\text{baryon}}}{M_{\text{total}}} > 0.009 + 0.05 h^{-3/2} \quad (3.7)$$

となり、銀河団におけるダークマターの質量は、バリオンのその約 10 倍必要であることがわかる。ここで、 $M_{\text{baryon}}$  は  $M_{\text{star}}$  と  $M_{\text{gas}}$  の和である。 $M_{\text{total}}$  の算出には、上記で述べた高温ガスに対する質量源を用いた方法の他、ピリアル定理を用いて銀河の運動エネルギーから銀河団の質量を推定する方法もある。どちらの方法を用いても、同様の  $M_{\text{total}}$  を見積もることができる。これらの観測から、銀河団は  $10^{13} - 10^{15} M_{\odot}$  もの質量をもつことがわかってきた。

図 3.4 に幾つかの銀河団観測についてまとめたものを示す。横軸は赤方偏移  $z$ 、縦軸は銀河団の質量とその中心に含まれるバリオンの質量の比である。これらのデータは、日本の「あすか」やドイツのローサット (ROSAT) 衛星による X 線観測により得られた約 120 個の銀河団に対する X 線観測の結果である。これらの観測によっても、ダークマターの存在が示唆される。また、この比が赤方偏移によらずほとんど一定であることが重要である。これは銀河団が宇宙の構造形成のかなり早い時期に作られたことと関係している。このため、銀河団の全質量とバリオン質量の比は、宇宙全体のそれと一致していると考えられている。また、3.1.5 節で紹介する宇宙初期におけるビッグバン元素合成の理論 (BBN) より、宇宙全体のバリオン密度は精度よくわかっている。したがって、図 3.4 の

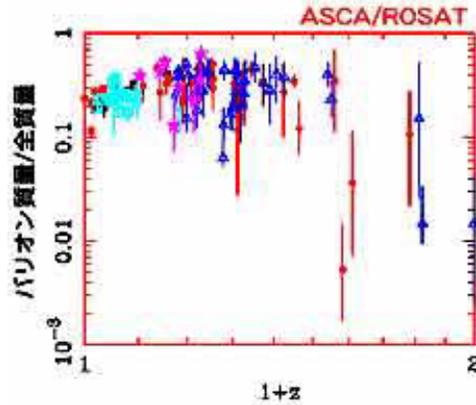


図 3.4: X線観測によるバリオン質量の推定 (ISAS ニュースホームページ [4] より引用)

データと BBN の結果を合わせることで、物質密度パラメータ  $\Omega_m$  を求めることができ、

$$0.2 \leq \Omega_m \leq 0.4 \quad (3.8)$$

を得る。

### 3.1.4 Ia 型超新星

宇宙の物質 (エネルギー) 密度の構成は宇宙の膨張則にも関わってくる。それは 2.4 節で述べたように、ハッブル定数  $H$  が遠方では各密度パラメータに依存するためである。2.4 節では  $z$  が小さいと仮定してハッブルの法則を導いたが、逆に  $z$  が大きいとハッブルの法則からずれることがわかる。そして、そのずれ方は密度パラメータつまり、宇宙の構成に依存する。したがって、十分遠方でのハッブルの法則を検証することによっても、ダークマターの存在を示すことができる。

ハッブルの法則を検証する観測としては Ia 型超新星の観測がある (図 3.5 参照)。Ia 型超新星とは、連星系の白色矮星が他方の若い星からガスを吸い上げ、密度が大きくなり、核融合反応の暴発により大爆発を起こす超新星のことである。Ia 型超新星は明るいので、遠方まで観測できる。さらに、その固有の明るさはほとんど等しい。この固有の明るさと、地球で見た明るさ (見かけの等級) とから超新星までの距離がわかる。また、赤方偏移は超新星を構成している元素の輝線スペクトルを観測することによりわかる。したがって、距離-赤方偏移関係がわかり、ハッブルの法則を検証することができる。

図中に描かれている曲線は、 $\Omega_m$  と  $\Omega_\Lambda$  の値をそれぞれ変化させたときの理論値である。図の実線が観測と最も良く合っている。したがって、宇宙が平坦で

$$\Omega_m \simeq 0.25 \quad \Omega_\Lambda \simeq 0.75 \quad (3.9)$$

であることを示している。この  $\Omega_m$  の値は、可視光で見える物質の量に比べて一桁近く大きな値である。したがって、ダークマターの存在を示唆している。

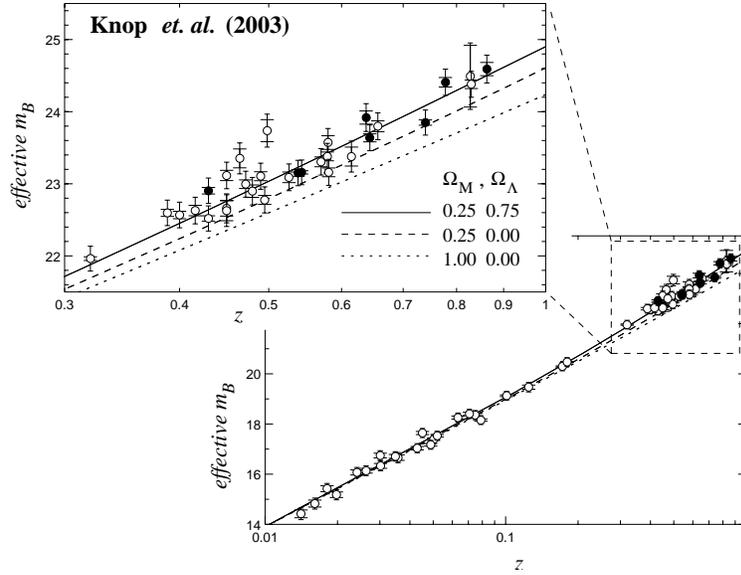


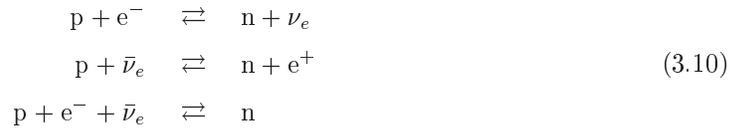
図 3.5: Ia 型超新星の見かけの等級 ( $m_B$ ) と赤方偏移 ( $z$ ) の関係 (文献 [5] より引用)

### 3.1.5 ビッグバン元素合成 (BBN)

これまで挙げてきたように、我々の宇宙にはダークマターが存在することは確実である。そこで次に問題となるのは、これらダークマターは具体的にどのような物質で構成されているのかという問題である。特にダークマターが我々の身近にあるような物質、つまりバリオンだけで構成されているかどうかは重要な問題となる。この問題は、宇宙全体のバリオン量がどの程度あるかを調べ、必要とされるダークマター量 ( $\Omega_{m0} \simeq 0.3$ ) と比べることで解答を得られる。

バリオン量はビッグバン元素合成 (Big Bang Nucleosynthesis; BBN) の理論を用いることで得られる。ビッグバン元素合成理論は、宇宙初期における軽元素量 ( ${}^4\text{He}$ 、 $\text{D}$ 、 ${}^3\text{He}$ 、 ${}^7\text{Li}$ ) を予言する理論である。予言される軽元素量はバリオン量  $\Omega_{b0}$  に依存するため、これらを実際の軽元素観測と比べることにより  $\Omega_{b0}$  を見積もることができる。以下で、ビッグバン元素合成について概観する。

宇宙初期では、陽子  $p$  と中性子  $n$  は弱い相互作用を通じて平衡状態にある。具体的な反応を書くと



となる。これらの反応は、宇宙の温度が  $T \sim 10^{10}$  K 程度となると、宇宙の膨張率がこれらの反応率より大きくなり、反応の凍結が起こる。温度が  $T > 10^{10}$  K のときは陽子、中性子共に熱平衡にあることから中性子-陽子比は

$$\frac{n_n}{n_p} = \exp \left[ -\frac{(m_n - m_p)c^2}{k_B T} \right] = \exp \left[ -\frac{1.5 \times 10^{10} \text{K}}{T} \right]
 \tag{3.11}$$

となる。これにより温度  $T \sim 10^{10}$  K のときの中性子-陽子比は

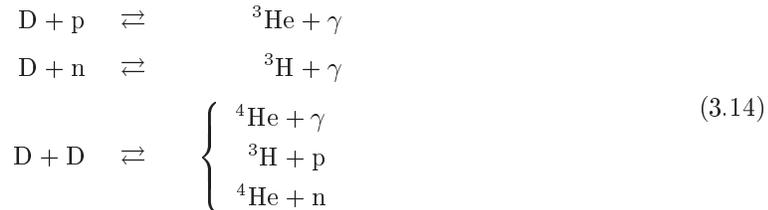
$$\frac{n_n}{n_p} \sim e^{-15/9} \simeq \frac{1}{6}
 \tag{3.12}$$

となる。その後、弱い相互作用が凍結して、中性子が  $\beta$  崩壊によりのみ徐々に陽子に転化する。したがって、陽子と中性子が結合して元素を合成し始めるときにはこの比は  $1/7$  程度になる。

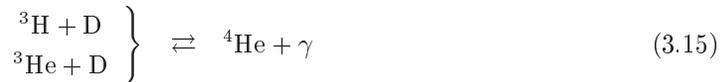
宇宙の温度が  $10^9$  K になると、陽子と中性子が結合して重水素  $D(=^2\text{H})$  を合成し始める。



こうしてできた重水素と陽子、中性子が反応することによって、 $3$  重水素  $^3\text{H}$ 、ヘリウム  $^3\text{He}$ 、 $^4\text{He}$  などが作られる。これらの具体的な反応を書くと



となる。さらに、 $^3\text{H}$  や  $^3\text{He}$  は  $D$  との反応により、正確には



の反応により、すぐに  $^4\text{He}$  になってしまう。Li、Be、B などの軽元素も微量ながら作られる。

以上のことから、まずビッグバン元素合成により  $^4\text{He}$  がどの程度作られたかを、簡単に見積もることができる。なぜならば、ほとんど全ての中性子によって  $^4\text{He}$  が合成されたことになるためである。初期に存在する二つの中性子が一つの  $^4\text{He}$  をつくり、中性子-陽子比は  $n_n/n_p \simeq 1/7$  となるので、質量にした  $^4\text{He}$  の存在比は

$$Y = \frac{^4\text{He の総質量}}{p \text{ の総質量} + n \text{ の総質量}} = \frac{n_n/2 \cdot 4m_p}{n_p m_p + n_n m_n} \simeq \frac{2n_n/n_p}{1 + n_n/n_p} \simeq 0.25 \quad (3.18)$$

となる。ただし、 $m_n \simeq m_p$  とした。この結果は、実際の軽元素の観測と良くあっている。

$^4\text{He}$  以外の元素の量は、例えば重水素や  $^3\text{He}$  は詳細な数値計算により求めるしかない。しかしながら重要な点は、これらの量が光子に対するバリオン量

$$\eta = \frac{n_b}{n_\gamma} = 2.7 \times 10^{-8} \Omega_{b0} h^2 \quad (3.19)$$

に依存するということである<sup>1</sup>。ただし、 $\Omega_{b0}$  は現在のバリオンの密度パラメータである。どのように依存するかを以下で定性的に議論する。

バリオン-光子比が大きいと、重水素合成が起きる温度が上がり、ビッグバン元素合成は早まる。ビッグバン元素合成が早く始めると、効率よく  $^4\text{He}$  が作られることになる。このため、この反応の中間生成物である  $D$  や  $^3\text{He}$  の残存量は減る。図 3.6 に、ビッグバン元素合成により計算された元素の質量比を示す。縦軸は水素  $\text{H}$  と比較したそれぞれの元素の数密度及び  $^4\text{He}$  質量比  $Y$  であり、横軸はバリオン-光子比  $\eta$  である。上述のように  $\eta$  の値が大きくなると重水素  $D$  の数密度は小さくなるのが分かる。この計算結果と、原始宇宙の軽元素の密度を正確に観測を比べることにより、 $\eta$  を正確に決めることができる。

<sup>1</sup>バリオン数密度は温度の  $3$  乗に比例し光子数も温度の  $3$  乗に比例するので、 $\eta$  は宇宙膨張による影響を受けず、時間的に一定な量となっている。

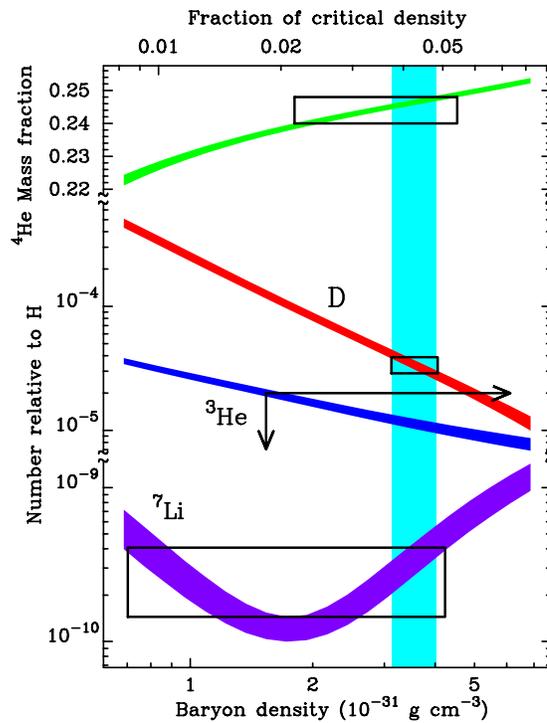


図 3.6: BBN による軽元素  ${}^4\text{He}$ 、D、 ${}^3\text{He}$ 、Li の存在量の計算値。各線の幅は 95 % の信頼区間を表す。長方形が 95 % の信頼区間の観測値を表す。(文献 [6] より引用)

原始宇宙の軽元素の密度を正確に評価する為には、星の元素合成によって宇宙の化学組成が変わる前の密度を知らなければならない。近年では、非常に遠方にある活動銀河（クェーサー）からの光、つまり原始宇宙で発せられた光の水素や重水素の吸収線を観測することにより、これらの量を評価している。この観測により原始の重水素量は特に正確に得られており、 $(\text{D}/\text{H}) = (3.0 \pm 0.4) \times 10^{-5}$  である。この観測結果及びビッグバン元素理論より、バリオン-光子比は  $\eta \simeq 5.5 \times 10^{-10}$  となり、(3.19) 式より現在のバリオン密度パラメータは

$$\Omega_{b0} \simeq 0.04 \quad (3.20)$$

と求まる。

得られたバリオン量の値は、独立な観測である WMAP のデータと無矛盾であり、バリオン物質量  $\Omega_{b0}$  の値が 0.04 程度であることは信頼に値する。このことより、バリオン量はダークマターの総量を説明するには圧倒的に少ないことがわかる。したがって、ダークマターはバリオン以外の物質、つまり非バリオンによって構成されていないことがわかる。

### 3.1.6 観測データのまとめ

これまでに述べた宇宙背景輻射、銀河団及び Ia 型超新星の観測データによる宇宙論パラメータへの制限について本節でまとめる。これらの観測結果をまとめるために、前章で述べた (2.14) 式を用いたものがしばしば使われる。そして、観測結果を、 $\Omega_m$  を  $x$  軸に  $\Omega_\Lambda$  を  $y$  軸にとった図を用いて表したものが図 3.7 である。この図からわかるように、全ての観測結果が無矛盾であり、それぞれの観

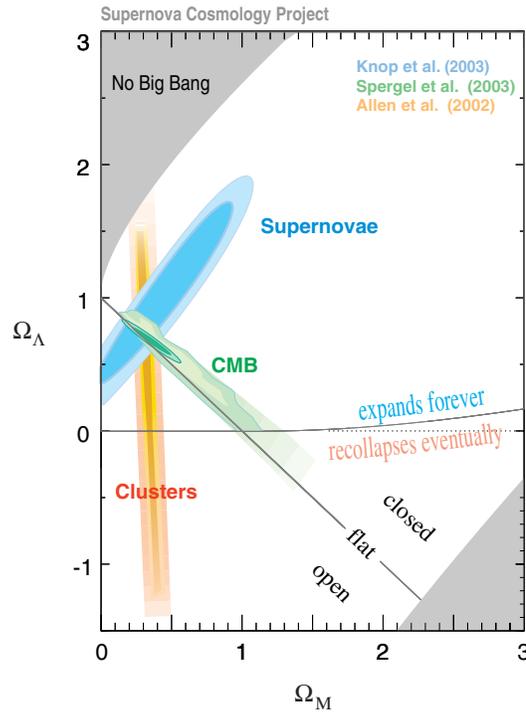


図 3.7: 観測による宇宙論パラメータへの制限 (Supernova Cosmology Project ホームページ [7] より引用)

測が相補的にパラメータを制限していることがわかる。図の直線  $\Omega_m + \Omega_\Lambda = 1$  は閉じた空間の宇宙と開いた空間の宇宙の境界を示し、直線上が平坦な空間の宇宙であることを示している。すなわち、宇宙背景放射の観測から、宇宙がほぼ平坦であることがわかる。したがって、我々の宇宙が幾何学的に平坦であり、

$$\Omega_m \simeq 0.3, \Omega_\Lambda \simeq 0.7 \quad (3.21)$$

であることを示している。現在では、この宇宙論パラメータの値を示す宇宙モデルは  $\Lambda$ CDM モデルと呼ばれ、宇宙論の標準模型になりつつある。一方で、WMAP の観測や BBN により、

$$\Omega_b \simeq 0.05 \quad (3.22)$$

であることもわかる。したがって、我々の宇宙は真空のエネルギーを除いて、ほとんどが非バリオンのダークマターで構成されていることがわかる。

## 3.2 非バリオンのダークマター

前節で述べたように、ビッグバン元素合成理論及び WMAP の観測結果より、バリオンの存在量は決まってしまうので、ダークマターとして必要な量に達していないことが明らかになった。以下で、

非バリオンのダークマターの候補について議論する。

### 3.2.1 有質量ニュートリノ

素粒子論の標準模型のなかでは、唯一ニュートリノが候補となりうる。標準模型の枠組みではニュートリノの質量はゼロとしたが、ニュートリノに質量があるとすればダークマターの候補となるためである。異なる種類のニュートリノの間で質量差があるということが実験的にわかっているので、少なくとも一つのニュートリノは質量をもっていると考えられる。

ニュートリノの質量が十分小さく、ほとんどゼロと近似できる場合には、光子とほとんど変わらない寄与を与える。すなわち、そのエネルギー密度は

$$\rho_\nu \sim 10^{-5} h^{-2} \rho_c \quad (3.23)$$

であり、物質成分に比べて無視できる。つまりこの場合はダークマターの候補にはなりえない。

一方、質量が比較的重い場合は、そのエネルギー密度は密度パラメータにして

$$\Omega_\nu h^2 = \frac{\sum m_\nu}{94.1 \text{ eV}} \quad (3.24)$$

で与えられる（ただし、和は反ニュートリノも含めたニュートリノの種類についてとる）。このため質量をもったニュートリノは、一見ダークマターとなり得るように思える。しかしながら、ニュートリノのみがダークマターであるとする、宇宙初期における構造形成に問題が起こることが知られている。なぜならば、ニュートリノは宇宙の物質（バリオンや光子）との相互作用が凍結される時には相対論的に運動している。このため、銀河や銀河団スケールの構造形成に必要な揺らぎの種を壊してしまい、現在の我々の宇宙を再現できないからである。したがって、ニュートリノは主要なダークマターの候補とはなり得ない。さらに近年、WMAP の観測結果もニュートリノがダークマターになり得ないことを示唆している。

## 3.3 WIMP ダークマター

標準模型には、主要な非バリオンのダークマターの候補は存在しないことが明らかになった。したがって、標準模型を越えた理論にその存在を求める必要がある。具体的な模型を考える前に、どのような性質の粒子が非バリオンのダークマターになり得るかについて議論する。

まずその名前の由来のとおり、電気的に中性であるつまり電磁相互作用しない粒子である必要がある。また、現在もダークマターは存在しているので、宇宙年齢スケールで安定でなければならない。次に、宇宙の構造形成を説明するために、反応の凍結時に非相対論的でなければならない。このことから、一般的にはダークマターの質量が  $\mathcal{O}(1\text{GeV})$  以上である必要がある。さらに、現在の物質密度パラメータ  $\Omega_m$  を説明するものでなければならない。これらの条件を満たす粒子は、WIMP (Weakly Interacting Massive Particle) と呼ばれる [23]。

以下で、WIMP ダークマターがどのように物質密度パラメータ  $\Omega_m \sim 0.3$  を説明することができるかについて議論する。

### 3.3.1 熱的残存量のシナリオ

WIMP は、非常に小さいながら、通常物質と相互作用をされると考えられる。このため、宇宙が非常に高温 ( $T \gtrsim m$ 、ただし  $m$  は WIMP の質量) では、周りの物質と相互作用を繰り返し、熱平

衡の状態にある。やがて、宇宙の温度が下がると、宇宙の膨張率が反応率より大きくなり、反応が実質的に止まることになる（反応の凍結）。その後は、宇宙膨張の効果のみにより、粒子数が減少することになる。そして、現在の物質密度パラメータの程度になると期待される。

このシナリオが成功するかどうかは、具体的な WIMP の数密度の時間発展を知る必要がある。WIMP の数密度の時間発展は、以下のボルツマン方程式（輸送方程式）

$$\dot{n}_\chi + 3Hn_\chi = -\langle\sigma_A v\rangle [n_\chi^2 - (n_\chi^{eq})^2] \quad (3.25)$$

を解くことにより求まる。ただし、 $\sigma_A$  は対消滅の断面積、 $n_\chi$  は WIMP の数密度であり、 $n_\chi^{eq}$  は  $n_\chi$  の熱平衡値

$$n_\chi^{eq} = \left(\frac{mT}{2\pi}\right)^{3/2} \exp\left[-\frac{m}{T}\right] \quad (3.26)$$

である。(3.25) 式の左辺第二項は、宇宙膨張の効果を表す項である。(3.25) 式の右辺は、衝突項と呼ばれており、WIMP の対消滅及び対生成を表している。

図 3.8 にボルツマン方程式の数値計算の結果を示す。縦軸が WIMP の共動体積当たりの粒子数で

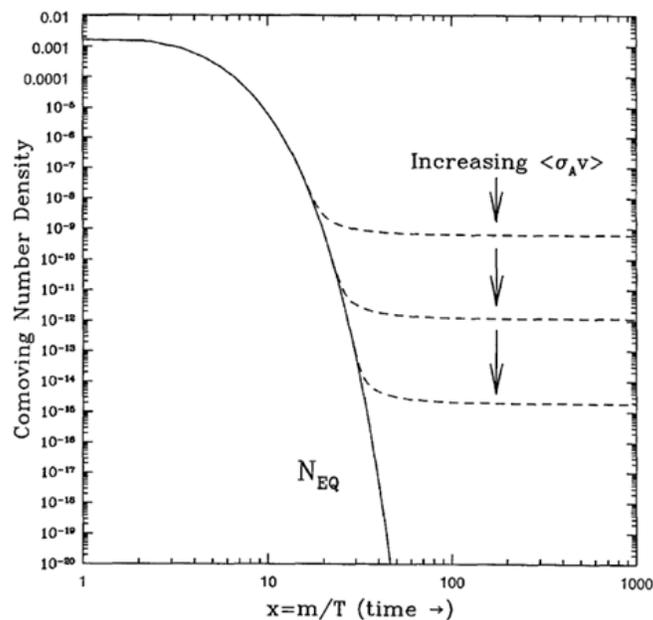


図 3.8: 初期宇宙での WIMP の共動体積当たりの粒子数 ( $a^3 n_\chi$ ) (文献 [8] より引用)

ある。共動体積当たりの粒子数は宇宙膨張の影響を受けず、正味の反応によってのみ変化する。横軸は温度の逆数である。 $1/T \sim t^2$  であるので、横軸は宇宙の時間発展を表している。図 3.8 を見ての通り、宇宙初期では熱平衡をたどり、宇宙の温度が WIMP の質量の数十分の一で反応の凍結が起こっていることが読み取れる。つまり、反応凍結時に非相対論的であり、上述の構造形成の条件を満たしている。また、対消滅または対生成の反応断面積が大きくなると、WIMP の残存量が少なくなる。

(3.25) より、反応の凍結時の温度を解析的に評価することもできる。反応の凍結時の温度  $T_{\text{freeze}}$  では、反応率 ( $\Gamma = n_\chi \langle\sigma_A v\rangle$ ) と膨張率 ( $H$ ) が等しくなっている。つまり、

$$\Gamma(T_{\text{freeze}}) = H(T_{\text{freeze}}) \quad (3.27)$$

となる。一方、WIMP の反応が凍結するときには、宇宙は輻射優勢であるので、ハッブル膨張は

$$H(T) = \sqrt{\frac{4\pi^3 G g_*}{45}} T^2 \quad (3.28)$$

となる。ただし、 $G$  は万有引力定数であり、 $g_*$  は相対論的粒子の自由度である<sup>2</sup>。上の二式を用いて、温度  $T_{\text{freeze}}$  を近似的ではあるが、解析的に解くことができる。その結果は

$$\frac{m}{T_{\text{freeze}}} \simeq \ln \left[ 0.038 \times \sqrt{\frac{g_*}{G}} m \langle \sigma_{Av} \rangle \right] \quad (3.29)$$

で与えられる。ただし、WIMP は s 波で対消滅すると仮定している。

また、反応が凍結した後は、WIMP の数密度は宇宙膨張のみにより減少する。一方、エントロピー密度  $s$  はスケール因子  $a$  の  $-3$  乗に比例する。その結果、 $n_\chi/s$  は宇宙の膨張に依らず一定である。そのため  $n_\chi/s$  を用いて現在の WIMP の物質密度を計算することができる。さらに、 $s \sim 0.4 g_* T^3$  を用いると、

$$\left( \frac{n_\chi}{s} \right)_0 = \left( \frac{n_\chi}{s} \right)_{\text{freeze}} \simeq \frac{H(T_{\text{freeze}})}{0.4 g_* T_{\text{freeze}}^3 \langle \sigma_{Av} \rangle} \quad (3.30)$$

で与えられる。ただし、添え字の 0 は現在の値を表し、添え字の freeze は凍結時の値を表す。この式に (3.29) を代入することにより、現在の WIMP の密度パラメータを計算することができ、

$$\Omega_{\chi 0} h^2 = \frac{m n_{\chi 0}}{\rho_c} \simeq \frac{3 \times 10^{-27} \text{cm}^3 \text{s}^{-1}}{\langle \sigma_{Av} \rangle} \quad (3.31)$$

と求まる。ただし、 $h \sim 0.7$  である。実際、対消滅断面積が弱い相互作用程度であると、次元解析より  $\langle \sigma_{Av} \rangle \sim \alpha^2 (100 \text{GeV})^{-2} \sim 10^{-25} \text{cm}^3 \text{s}^{-1}$  となる。これを上式に代入すると、 $\Omega_{\chi 0} h^2 \sim \mathcal{O}(0.01 - 0.1)$  となり、ダークマターの物質密度をうまく説明できる。

### 3.3.2 超対称性粒子

WIMP の有力な候補として、超対称性標準模型の予言するニュートラリーノがある。ニュートラリーノは電氣的に中性であり、その質量は  $\mathcal{O}(100 \text{GeV} - 1 \text{TeV})$  程度であると考えられている。また、 $R$  パリティという離散的対称性が最も軽い超対称性粒子 (LSP) の安定性を保証する。多くの場合、ニュートラリーノは LSP であると考えられるため安定な粒子として存在する。ニュートラリーノの相互作用は、典型的には弱い相互作用程度である。したがって、ニュートラリーノは上述の WIMP としての条件を満たしており、ダークマターの良い候補となる。本論文では、非バリオンのダークマターの候補としてニュートラリーノに注目し、次章以降で詳しく考察する。

## 3.4 他非バリオンのダークマターの候補

超対称性粒子以外の非バリオンのダークマターの候補としてアクシオン (axion) と呼ばれる粒子がある。アクシオンとは、QCD の強い相互作用における CP 対称性の破れを救うために導入された大域的対称性の破れにともなって現れる粒子のことである。一般的には、強い力の反応で CP あるいは T が破れる有限な量が存在しなければいけないが、強い力では中性子の電気双極子モーメントの実験から十分な精度で CP 対称性が保存されていることがわかっている。これを強い CP 問題という。この問題を解決するため、1977 年にペッチャイ (R.D.Peccei) とクウィン (H.R.Quinn) によって、ヒツ

<sup>2</sup> $T \gtrsim 300 \text{GeV}$  で、標準模型の粒子は全て相対論的になり  $g_* = 106.75$  である。

グスカラーにカイラル対称性が導入された [24]。このペッチャイ-クイン対称性の自発的な破れにより、擬スカラー型のアクシオンが現れる。このアクシオンの質量は超新星爆発によるニュートリノバーストの観測、宇宙の質量密度に関する理論からある程度の制限がある。特にダークマターによるエネルギー密度をすべてアクシオンが担うとすると  $\mu\text{eV} \sim \text{meV}$  だと考えられる。しかし、本論文ではアクシオンについてはこれ以上扱わない。

## 第4章 超対称性模型

### 4.1 超対称性を導入する動機

現在、素粒子の構成及びその間に働く相互作用は、標準模型 (Standard Model) により記述することができる。標準模型は電弱理論 (Electroweak theory) と量子色力学 (QCD) により構成され、全体として  $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$  ゲージ理論によって記述される。この標準模型は、ほとんど全ての実験結果を矛盾無く説明することができる。しかし理論的には、標準模型は最も基本的な理論ではないと考えられている。なぜならば、標準模型はあらゆるエネルギースケールに理論を適用できないと考えられ、幾つかの問題をかかえているからである。例えば、標準模型は与えなければならないパラメータが多すぎる。また、電荷がなぜ量子化しているのかも説明できない。特に重要な問題として階層性問題が挙げられる。階層性問題とは、標準模型の典型的なスケール (100 GeV) と、より基本的なスケールであるプランクスケール ( $10^{19}$  GeV) がなぜこれほど離れているのかという問題である。さらに最後の階層性問題は、標準模型において理論の適応限界という問題を引き起こす。この問題は標準模型に含まれるヒッグス粒子  $H$  の質量補正項の計算において見ることができる。

標準模型でのヒッグスの質量の輻射補正の寄与は

$$\delta m_H^2 \sim \lambda \times \Lambda^2 \quad (4.1)$$

と与えられる。ただし、 $\lambda$  はヒッグス粒子の自己相互作用の結合定数である。輻射補正の寄与は、切断パラメータ  $\Lambda$  の二次に比例する。切断パラメータとは、エネルギーの次元をもち、理論の適応限界を表すパラメータである。なお、この章以降の計算は全て自然単位系 ( $c = 1, \hbar = 1$ ) を用いて行う。質量補正項  $\delta m_H^2$  が第 0 次の質量  $m_H^2$  より大きくなることは摂動の安定性、さらには理論の適応に疑問が出てくる。このため、 $\Lambda < \mathcal{O}(1\text{TeV})$  となり、標準模型をこれ以上のスケールに適應することができない。

この階層性問題、特に摂動の安定性を解決するために導入されたのが超対称性である。超対称性とはボソンとフェルミオンの間をつなぐ変換

$$\begin{aligned} Q | \text{ボソン} \rangle &= | \text{フェルミオン} \rangle \\ Q | \text{フェルミオン} \rangle &= | \text{ボソン} \rangle \end{aligned} \quad (4.2)$$

についての対称性である。超対称変換の生成子は、スピンの半整数違う状態を結ぶ変換であるので、スピノール量の演算子で与えられる。理論に超対称性が存在すると、超対称パートナーは同一の多重項に属し、既存のボソンに対して超対称パートナーのフェルミオンが、既存のフェルミオンに対して超対称パートナーのボソンが対となって存在する。同一多重項に属す粒子の質量は等しく、超対称性粒子のゲージ量子数はそのパートナーの既存の粒子の量子数と等しくなり、幾つかの異なる相互作用の結合定数も互いに関係する。

この超対称性を標準模型に導入することにより、上述の階層性問題の一つである摂動の安定性が解決される。なぜならば、ヒッグス粒子の質量補正項の計算に現れるファイマンダイアグラムは、図 4.1 のダイアグラムに加え、既存の粒子の超対称性パートナーである超対称性粒子が寄与する図 4.2 のダイアグラムが現れるためである。ここで  $\tilde{H}$ 、 $\tilde{W}$ 、 $\tilde{B}$  はヒッグス粒子、ウィークボソン、B ボソンの

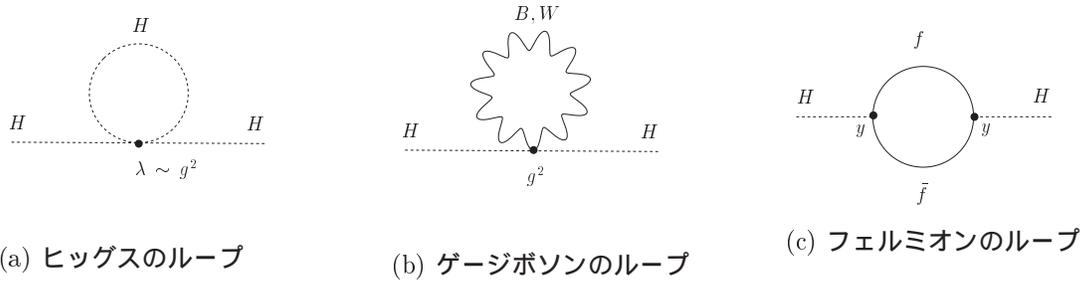


図 4.1: ヒッグス粒子の質量の輻射補正に寄与するダイアグラム

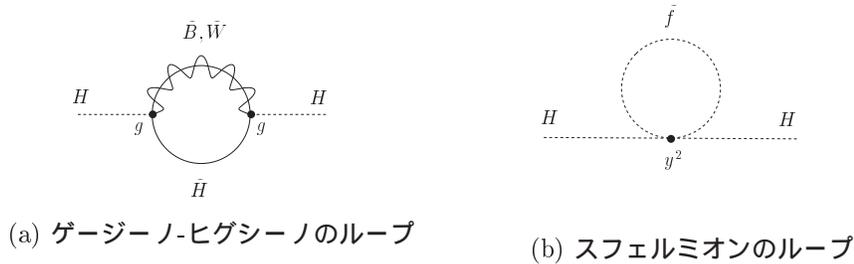


図 4.2: 超対称性を導入することによって加わるダイアグラム

超対称性パートナーであるヒグシーノ、ウィーノ、ピーノであり、 $\tilde{f}$  は物質場 (フェルミオン)  $f$  の超対称性パートナーであるスフェルミオンである。また、 $g$  はゲージ結合定数であり、 $y$  は湯川結合定数である。

新たに付け加わったダイアグラムは、例えばボソンループに対するフェルミオンループダイアグラムのように、既に存在しているループダイアグラムの寄与と逆符号の寄与を与える。さらに両ダイアグラムに現れる結合定数は超対称性により等しくなるので、両者は相殺し、結果として質量補正は 0 となる。現実には、既存の粒子と同質量をもつ超対称性パートナーは観測されていないので、この超対称性はソフトに破れていると考えられる<sup>1</sup>。したがって、既存の粒子と超対称性パートナーの質量は等しくなくなり、結果としてヒッグス粒子の質量補正項は

$$\delta m_H^2 \simeq \frac{c^2}{4\pi^2} m_{\text{SUSY}}^2 \log(m_H^2/\Lambda^2) \quad (4.3)$$

となる。ここで  $c$  はゲージ結合定数や湯川定数などであり、 $m_{\text{SUSY}}$  は典型的な超対称性が破れるスケール、つまり  $\hat{H}$  や  $\tilde{W}$  や  $\tilde{f}$  の質量スケールである。この式では、超対称性のために切断パラメータ  $\Lambda$  が対数の依存性になったことが重要である。このため  $m_{\text{SUSY}}$  が  $\mathcal{O}(1\text{TeV})$  以下であれば、 $\Lambda$  をプランクスケールまでもっていくことができ、摂動の安定性の問題を解決することができる。つまり、超対称化された標準模型はプランクスケールまで適応範囲をもつことができる。

標準模型を超対称化することで、階層性問題における摂動の安定性の問題の解決の他にも、幾つかの利点が出てくる。例えば、本節の冒頭で述べたように標準模型にはパラメータ数の問題や、電荷の量子化の問題がある。これらの問題を解決するために大統一理論 (Grand Unified Theory; GUT) が考えられた。GUT とは、非常に高いエネルギースケール ( $\mathcal{O}(10^{16}\text{GeV})$ ) において、標準模型のゲージ相互作用 ( $\text{SU}(3) \times \text{SU}(2) \times \text{U}(1)$ ) が一つの非可換ゲージ相互作用に統一されると考える理論である。このため電荷は自然に量子化され、パラメータの数も減る。しかしながら、標準模型を単純

<sup>1</sup>超対称性のソフトな破れについては次節参照

な  $SU(5)$  の GUT に埋め込もうとしても、標準模型のゲージ結合定数が高いエネルギースケールで統一できない (図 4.3 の点線)。一方、超対称化した標準模型を超対称化された  $SU(5)$  GUT を埋め

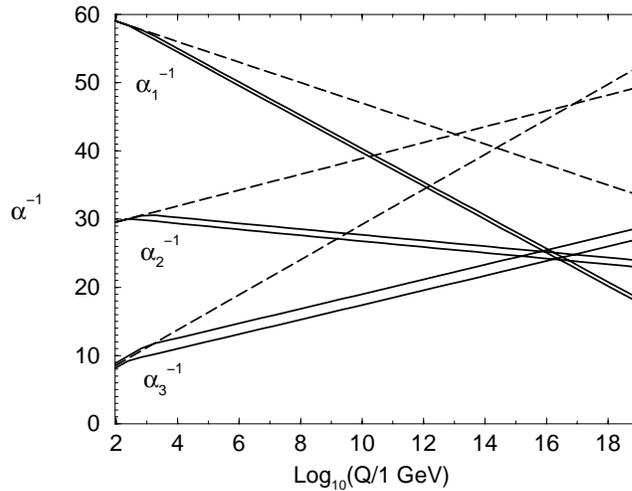


図 4.3: 結合定数の高エネルギーへの外挿 (文献 [9] より引用)

込むと、ゲージ結合定数の統一が起こる (図 4.3 の実線)。このことが超対称性を考える一つの動機となっている。また本論文の主題であるダークマターの候補が、超対称を最小限に拡張した標準模型 (MSSM) において自然に出てくることも、超対称性を考える大きな動機の一つである。

## 4.2 超対称なラグランジアン構成

標準模型を超対称化する前に、本節では超対称なラグランジアンをどのように構成するかについて述べる。通常の相対論的な場の理論の構成では、ローレンツ変換の表現空間として、ミンコフスキー空間上の場を考える。例えば、スカラー場  $\phi_i(x)$ 、フェルミオン (スピノール) 場  $\psi_i(x)$ 、ゲージ (ベクトル) 場  $A_\mu^a(x)$  である (下添え字  $i$  はゲージ群の表現の足)。このため、それぞれの場は、ローレンツ変換に対してどのように変換されるかが一意に決まる。この変換性を考慮し適当な場の積を用いて、ローレンツ変換に対して不変なラグランジアンを構成する。

超対称なラグランジアン構成も手法としては上記の方法と同様である。ただし、超対称性の表現空間としてミンコフスキー空間上の場ではなくグラスマン多様体<sup>2</sup>上の場を用いる点が違っている。このグラスマン多様体上の場は、スーパーフィールド  $F(x^\mu, \theta_a, \bar{\theta}_{\dot{b}})$  と呼ばれる。ただし、 $(a = 1, 2, \dot{b} = \dot{1}, \dot{2})$  である。スーパーフィールド  $F$  をグラスマン数の足でテイラー展開すると、グラスマン数の特性により有限個の項で止まる。この各項の係数が、上記で述べたミンコフスキー空間上の場になる。超対称なラグランジアン構成には、カイラルスーパーフィールド  $\Phi_i$  及びベクトルスーパーフィールド  $V^a$  の 2 種類が用いられる。それぞれのスーパーフィールドをグラスマン数で展開すると、係数として  $\Phi_i$  には (ワイル) フェルミオン場  $\psi_{Li}$  とその超対称性パートナーであるスカラー場 (スフェルミオン場)  $\phi_i$  が、 $V^a$  にはゲージ場  $A_\mu^a$  とそのパートナーであるフェルミオン場 (ゲージノ場)  $\lambda^a$  が現れる。両スーパーフィールドは超対称変換の表現空間として導入されたため、それぞれ変換に対してどのように振舞うかは一意に決まっている。したがって、これらの積を用い

<sup>2</sup>多様体上の座標としてミンコフスキー空間の座標  $x^\mu$ 、及び複素グラスマン数二つ  $(\theta_1, \theta_2, \bar{\theta}_{\dot{1}}, \bar{\theta}_{\dot{2}})$  の座標をもつ

て超対称なラグランジアンを構成することができる。

以下で、超対称なゲージ理論の構成について具体的に述べる。超対称ゲージ理論の構成も、通常のゲージ理論と同様に 3 段階を経て構成することができる。まず、ゲージ群を決める。次に、物質粒子の構成及びそれらのゲージ群に対する表現を決める。最後に湯川相互作用やスカラー場のポテンシャルを決める。

第 1 段階としてゲージ群を決めることで

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_1 &= -\frac{1}{4}(F_{\mu\nu}^a)^2 + \frac{1}{2}\bar{\lambda}_i \not{D}\lambda \\ F_{\mu\nu}^a &= \partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a - gf^{abc}A_\mu^b A_\nu^c \\ D_\mu &= \partial_\mu + igT^a A_\mu^a\end{aligned}\quad (4.4)$$

となり、ゲージ場及びゲージノ場のゲージ相互作用が決まる。ここで  $g$  はゲージ結合定数、 $f_{abc}$  はゲージ群の構造定数であり、 $\not{D} = D_\mu \gamma^\mu$ ,  $T^a$  はゲージ群の生成子である。

次に、物質粒子を導入することで物質のゲージ相互作用が以下のように決まる。

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_2 &= \bar{\psi}_L i \not{D}\psi_L + |D_\mu \phi|^2 + \mathcal{L}_{\text{Gaugino-Matter}} - V_D(\phi) \\ \mathcal{L}_{\text{Gaugino-Matter}} &= -\sqrt{2}g(\phi_i^* \bar{\lambda}_R^a T_{ij}^a \psi_{Lj} + \bar{\psi}_{Li} \lambda_R^a T_{ij}^a \phi_j) \\ V_D &= \frac{1}{2} \sum_a (D^a)^2, \quad D^a = g \sum_{i,j} \phi_i^* T_{ij}^a \phi_j\end{aligned}\quad (4.5)$$

ここで、超対称性のため、物質のゲージ相互作用に対してゲージノと物質の相互作用（ゲージノ-フェルミオン-スフェルミオン）が現れ、両者の相互作用の強さが同じゲージ結合定数  $g$  で書かれている。また同様に、D-term と呼ばれるスフェルミオンの四点相互作用も現れ、これもまた結合定数  $g$  で書かれる。これらにより、図 4.1(a) と (b) の和と図 4.2(a) の相殺を保証する。最後に、物質間の相互作用、湯川相互作用やスカラー場のポテンシャル等の相互作用を導入する。これらの相互作用の導入は、理論のもつ超対称性を壊さないようにスーパーポテンシャル（superpotential） $\mathcal{W}(\phi_i)$  を通じて行われる。また、このポテンシャルは解析性を満たさなければならない。つまり複素数を引数にもつ一般のポテンシャルを  $V(z_i, z_i^*)$  と書くと、 $\mathcal{W}$  は必ず  $z_i$  か  $z_i^*$  のどちらか一方の関数、 $\mathcal{W}(z_i)$  あるいは  $\mathcal{W}(z_i^*)$  として与えなければならない。具体的には、物質間の相互作用はスーパーポテンシャル  $\mathcal{W}$  を用いて以下のように書くことができる。

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_3 &= \mathcal{L}_{\text{Yukawa}} - V_F(\phi) \\ \mathcal{L}_{\text{Yukawa}} &= \frac{1}{2} \sum_{i,j} \frac{\partial^2 \mathcal{W}}{\partial \phi_i \partial \phi_j} \psi_{Li} \cdot \psi_{Lj} + \text{h.c.} \\ V_F &= \sum_i \left| \frac{\partial \mathcal{W}}{\partial \phi_i} \right|^2\end{aligned}\quad (4.6)$$

湯川相互作用はスーパーポテンシャル  $\mathcal{W}$  によって書かれているため、つまり超対称性のため F-term と呼ばれるスカラー場のポテンシャルと関係するととなり、図 4.1(c) と図 4.2(b) の相殺を保証することになる。 $\mathcal{W}$  には幾つかの制限が課せられる。一つ目はゲージ不変性である。二つ目は繰り込み可能性である。これにより  $\mathcal{W}$  は 3 次の項までしか許されなくなる。このことは、もし 4 次以上の項を許すと、 $\mathcal{L}_{\text{Yukawa}}$  や  $V_F$  に次元 5 以上の相互作用が現れることから明らかである。さらに、 $\mathcal{L}_{\text{Yukawa}}$  に大域的対称性を課すこともできる（これについては次節の  $R$  パリティを参照）。

以上で述べたように、超対称なゲージ理論の構成は、通常のゲージ理論の構成とほとんど同じように 3 段階のステップを踏むことで構成される。最終的なラグランジアンは、

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_1 + \mathcal{L}_2 + \mathcal{L}_3 \quad (4.7)$$

となる。これらのことを踏まえ、次節では標準模型の超対称化を行う。

### 4.3 超対称に最小拡張した標準模型 (MSSM)

標準模型に含まれている粒子に対して、新粒子を最小限に導入することで超対称に拡張した模型が超対称に最小拡張した標準模型 (Minimal Supersymmetric extension of Standard Model; MSSM) である。前節で述べた超対称なラグランジアン構成方法に従い、以下で標準理論の超対称化について議論する。

#### 4.3.1 MSSM に含まれる粒子

MSSM のゲージ群はもちろん標準理論と同様に  $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$  である。それぞれのゲージボソンに対し、表 4.1 のように超対称パートナーであるゲージノが現れる。ゲージボソンとゲージノは多重項 (ゲージ多重項あるいはベクトル多重項) を組んでいる。このため含まれる粒子の表現及び  $U(1)$  電荷は等しくなる。

表 4.1: MSSM でのゲージ多重項

超場 (super field)	成分場 (component field)		SU(3), SU(2), U(1)
	スピン 1/2	スピン 1	
$\hat{G}$	$\tilde{g}$	$g$	(8, 1, 0)
$\hat{W}$	$\tilde{W} = \begin{pmatrix} \tilde{W}^+ \\ \tilde{W}^0 \\ \tilde{W}^- \end{pmatrix}$	$W = \begin{pmatrix} W^+ \\ W^0 \\ W^- \end{pmatrix}$	(1, 3, 0)
$\hat{B}$	$\tilde{B}$	$B$	(1, 1, 0)

スピン 1/2 の物質場 (フェルミオン) に対しても、超対称化に伴いそれらのパートナーである超対称性粒子、スフェルミオン<sup>3</sup>を導入する。フェルミオンとスフェルミオンはカイラル多重項を構成する。例えばスピン 1/2 のフェルミオンの左巻き右巻きの二種類の状態に対して、それぞれ独立なスカラー粒子を超対称パートナーとして導入する (具体的なカイラル多重項の構成は、表 4.2 を参照のこと)。

次に、超対称模型におけるヒッグスセクターについて説明する。標準模型ではヒッグス二重項は一つで十分であったが、超対称性を課すことによって二つ必要になる。理由は二つある。一つはアップ型クォーク及びダウン型クォークに質量を与えるためである。標準模型では、ヒッグスとフェルミオンの湯川相互作用及びヒッグスによる自発的対称性の破れによってクォークに質量を与えることができた。その際、ゲージ不変性を保つために、ダウン型クォークはヒッグスと、アップ型クォークはヒッグスの荷電共役と湯川相互作用を構成していた。しかしながら MSSM では、超対称性を壊さずに湯川相互作用を構成するためには、前節で述べたように解析性をもつスーパーポテンシャルを通さなければならない。このため、アップ及びダウン型のクォークに対して、対応した量子数をもつヒッグスがそれぞれ必要になる。すなわち、二つのヒッグス場が必要となる。二つ目の理由は、ゲージ対称性に対するアノマリーの相殺のためである。理論を超対称化したために、ヒッグス場はパートナーであるヒグシーノ (ワイルフェルミオン) をもつ。もしヒッグス場が一つだけであるならば、この

<sup>3</sup>スカラーフェルミオンの略。

表 4.2: MSSM でのカイラル多重項

超場 (super field)	成分場 (component field)		SU(3), SU(2), U(1)
	スピン 0	スピン 1/2	
$\hat{Q}$	$\tilde{q}_L = \begin{pmatrix} \tilde{u}_L \\ \tilde{d}_L \end{pmatrix}$	$q_L = \begin{pmatrix} u_L \\ d_L \end{pmatrix}$	$(\mathbf{3}, \mathbf{2}, \frac{1}{6})$
$\hat{U}^c$	$\tilde{u}_R^*$	$(u^c)_L$	$(\bar{\mathbf{3}}, \mathbf{1}, -\frac{2}{3})$
$\hat{D}^c$	$\tilde{d}_R^*$	$(d^c)_L$	$(\bar{\mathbf{3}}, \mathbf{1}, +\frac{1}{3})$
$\hat{L}$	$\tilde{l}_L = \begin{pmatrix} \tilde{\nu}_L \\ \tilde{e}_L \end{pmatrix}$	$l_L = \begin{pmatrix} \nu_L \\ e_L \end{pmatrix}$	$(\mathbf{1}, \mathbf{2}, -\frac{1}{2})$
$\hat{E}^c$	$\tilde{e}_R^*$	$(e^c)_L$	$(\mathbf{1}, \mathbf{1}, +1)$

ヒグシーノのためにゲージ対称性にアノマリーが出てきてしまう。このため、ヒッグス場を二つ用意し、つまり余計に現れるワイルフェルミオンを二つにして、ゲージアノマリーに対する寄与を相殺しなければならない<sup>4</sup>。アップ型クォークに質量を与えるものを  $H_u$ 、ダウン型クォークに質量を与えるものを  $H_d$  と書く。このヒッグス二重項二つそれぞれに対して、超対称性粒子 ( $\tilde{H}_{uL}$ ,  $\tilde{H}_{dL}$ ) を導入する。これらの超対称性粒子はヒグシーノと呼ばれる。

電弱対称性が破れると、もはや保存する電荷は  $U(1)_{EM}$  のみとなる。このため  $W_\mu^\pm$  の超対称パートナーである荷電ウィーノ  $\tilde{W}^\pm$  と、荷電ヒグシーノ  $\tilde{H}^\pm$  は混合する。その結果現れる二つのディラックフェルミオンはチャージーノ  $\tilde{\chi}^\pm$  と呼ばれる。一方、 $W_\mu^0$  ボソン及び  $B$  ボソンの超対称性パートナー、ウィーノ  $\tilde{W}^0$  及びピーノ  $\tilde{B}$  とニュートラルヒグシーノ  $\tilde{H}^0$  は混合し、4つのマヨラナフェルミオンが現れる。これらはニュートラリーノ  $\tilde{\chi}^0$  と呼ばれる。また、MSSM ではヒッグス場が二つあるため、それぞれのヒッグスの中性成分の真空期待値が独立なパラメーターとなる。このうち、二つの真空期待値の二乗の和はゲージボソンの質量により決まる。このため、二つの真空期待値の比は決まっていないパラメータとして残る。この比は通常、 $\tan \beta$  とおかれ、 $\beta$  は独立な変数として扱われる<sup>5</sup>。

表 4.3: MSSM でのヒッグス多重項

超場 (super field)	成分場 (component field)		SU(3), SU(2), U(1)
	スピン 0	スピン 1/2	
$\hat{H}_u$	$H_u = \begin{pmatrix} H_u^+ \\ H_u^0 \end{pmatrix}$	$\tilde{H}_{uL} = \begin{pmatrix} \tilde{H}_{uL}^+ \\ \tilde{H}_{uL}^0 \end{pmatrix}$	$(\mathbf{1}, \mathbf{2}, +\frac{1}{2})$
$\hat{H}_d$	$H_d = \begin{pmatrix} H_d^0 \\ H_d^- \end{pmatrix}$	$\tilde{H}_{dL} = \begin{pmatrix} \tilde{H}_{dL}^0 \\ \tilde{H}_{dL}^- \end{pmatrix}$	$(\mathbf{1}, \mathbf{2}, -\frac{1}{2})$

以上で MSSM のゲージ群および物質構成を与えられたので、前節に従ってゲージ相互作用に関する全ての相互作用を書き下すことができる<sup>6</sup>。

<sup>4</sup>このため二つのヒッグス多重項の U(1) 電荷は大きさは同じで符号が逆になっている。

<sup>5</sup> $\tan \beta$  の正確な定義は、 $\tan \beta = v_u/v_d$  である。ただし、 $v_u = \langle H_u^0 \rangle$  であり、 $v_d = \langle H_d^0 \rangle$  である。

<sup>6</sup>本論文で必要となる相互作用については 付録 A を参照。

### 4.3.2 スーパーポテンシャルと R パリティ

標準模型を超対称化する最後の手続きとして、スーパーポテンシャル  $\mathcal{W}$  を決める必要がある。ゲージ不変性及び繰り込み可能性を課した上で、許される全ての相互作用を書くとき MSSM のスーパーポテンシャルは、

$$\mathcal{W} = \mathcal{W}_R + \mathcal{W}_{\mathcal{R}} \quad (4.8)$$

$$\mathcal{W}_R = \mu \hat{H}_d \cdot \hat{H}_u + (y_e)_{ij} \hat{H}_d \cdot \hat{E}_i^c \hat{L}_j + (y_d)_{ij} \hat{H}_d \cdot \hat{D}_i^c \hat{Q}_j + (y_u)_{ij} \hat{H}_u \cdot \hat{U}_i^c \hat{Q}_j \quad (4.9)$$

$$\mathcal{W}_{\mathcal{R}} = \mu_i' \hat{L}_i \cdot \hat{H}_u + \lambda'_{ijk} \hat{L}_i \cdot \hat{L}_j \hat{E}_k^c + \lambda''_{ijk} \hat{L}_i \cdot \hat{Q}_j \hat{D}_k^c + \lambda'''_{ijk} \hat{U}_i^c \hat{D}_j^c \hat{D}_k^c \quad (4.10)$$

となる。ここで  $y$  は湯川結合定数である。また、ここではスーパーポテンシャルに引数として、スカラー場ではなくカイラル超場を用いて書いた。 $\mathcal{W}_{\mathcal{R}}$  に現れる相互作用はバリオン数かレプトン数を破っている。そのため、これらの相互作用が存在すると、陽子崩壊が繰り込み可能な相互作用によって起こってしまい、陽子の寿命が非常に短くなる。このことは明らかにカミオカンデ等の実験結果と矛盾する。

そこでさらにスーパーポテンシャルに離散的な大域的対称性、R パリティを課することにする。R パリティは超場の段階では、ヒッグス場 ( $\hat{H}_u, \hat{H}_d$ ) は +1、その他の物質場では -1 と定義されている。この対称性を課すと、 $\mathcal{W}_R$  は R パリティを保存する項で、逆に  $\mathcal{W}_{\mathcal{R}}$  は R パリティを破る項となり、 $\mathcal{W}_{\mathcal{R}}$  に含まれる相互作用を対称性により自動的に落としてやることができる。成分場 (component field) の段階では R パリティは、

$$R = (-1)^{3(B-L)+2S} \quad (4.11)$$

となる。ただし、 $B$  はバリオン数、 $L$  はレプトン数、 $S$  はスピンである。このため、各粒子における R パリティに対する変換性は、既存の粒子の場合は +、超対称性粒子の場合は - になる。したがって、R パリティが保存すると、超対称性粒子は対で生成または消滅する (図 4.4 参照)。また、超対称性粒子が崩壊するときは必ず崩壊先の粒子に超対称性粒子を含むことになる (図 4.5 参照)。

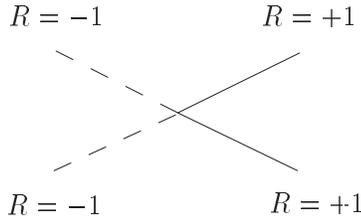


図 4.4: 超対称性粒子の対消滅の例

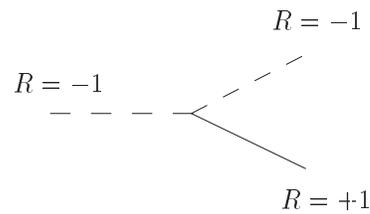


図 4.5: 超対称性粒子の崩壊の例

よって、質量の最も軽い超対称性粒子 (Lightest Supersymmetric Particle; LSP) はそれ自身より軽い超対称性粒子がないので、崩壊できずに安定になる。このため R パリティを課した MSSM は自然にダークマターの候補をもつことになる。

### 4.3.3 超対称性のソフトな破れ

超対称性が成り立っているとすれば、既存の粒子とその超対称パートナーは質量が等しくなければならない。しかし、今のところ実験的にそのような粒子は見つかっていないので、低エネルギースケールでは超対称性は破れていなければならない。しかしながら超対称性を破る相互作用を任意に

導入すると、超対称性が完全に破れ、結果として二次発散を生じる。このため、そもそも超対称性を導入した意味がなくなる。そこで、この二次発散が起きない相互作用のみを導入する。このような超対称性の破れを“ソフト”な超対称性の破れ (soft SUSY breaking) という。超対称性をソフトに破る相互作用を具体的に書くと

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{soft} = & -\frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 M_i \bar{\lambda}_i \lambda_i - \sum_i \tilde{m}_{ij}^2 \phi_i^* \phi_j \\ & - \left( B\mu H_d H_u + A_e y_e H_d \tilde{e}_R^* \tilde{l}_L + A_d y_d H_d \tilde{d}_R^* \tilde{q}_L + A_u y_u H_u \tilde{u}_R^* \tilde{q}_L + \text{h.c.} \right) \end{aligned} \quad (4.12)$$

となる。ただし、

$$\phi_i = \tilde{q}_L, \tilde{u}_R^*, \tilde{d}_R^*, \tilde{l}_L, \tilde{e}_R^*, H_u, H_d \quad (4.13)$$

である。ソフトな破れを引き起こす相互作用は、基本的には粒子の質量項である。第一項はゲージノの質量項である。第二項は、スフェルミオンとヒッグスボソンの質量項である。このため既存の粒子と超対称性パートナーである粒子の質量が等しくなくなり、上述の問題を回避することが出来る。例外はスカラー場の三点相互作用で、これらの項は A term と呼ばれている。

超対称性の破れの項を付け加えることにより、結果として MSSM は多くのパラメータを含むこととなってしまふ<sup>7</sup>。実際にはこれらソフトに破れる項は、より高いエネルギースケールで局所的に超対称性をもつ理論が (Super Gravity Model)、自発的に超対称性を破ることにより生じると考えられている。このため多くのパラメータは互いに関係が付くが、どのような関係が付くかは、高いエネルギースケールの理論及びどのように超対称性が破れるかに依存する。具体的なソフトな破れの項の導出模型として、以下で mSUGRA 模型を紹介する。

mSUGRA 模型のラグランジアンは通常、二つのセクターで構成されている。一つは visible sector と呼ばれ、MSSM の粒子を含んでいる。もう一つは、hidden sector と呼ばれ、MSSM の粒子を全く含まない。そのため、セクター間をまったく相互作用は重力相互作用のみである。さらに、超対称性の破れは hidden sector 内において、プランク質量のスケールで自発的に起こると考える。mSUGRA では超対称性が局所化されているため、対称性の破れに際し (スーパー) ヒッグスメカニズムが働く。その結果、グラビトンの超対称性パートナーであるグラビティーノが質量を獲得する。この破れは、重力相互作用を通じて visible sector に伝わり、ソフトな超対称性の破れの相互作用が自然に現れる。超対称性の破れは非常に高いエネルギースケールで起こり、そのようなスケールでは大統一が起こっていると考えられる。このため、ソフトな超対称性の破れに現れるゲージノの質量や、ボソンの質量等は全て統一され、それぞれ単一の質量で記述されていると考えられる。ただし、この記述は大統一スケール以上でのみ成り立っており、それ以下のスケールでは、繰り込みを通じ値が互いに異なってくる。実際、観測に関わってくるスケールは電弱スケールである。電弱スケールでの各パラメータの値は繰り込み群方程式を解くことにより得られる。

ここでは、ニュートラリーノ・ダークマターを考える際に特に重要となるゲージノの質量 ( $M_1, M_2, M_3$ ) についてのみ述べる。ゲージノの質量に対する繰り込み群方程式を書くと

$$\dot{M}_3 = 3\alpha_3 M_3 \quad (4.14)$$

$$\dot{M}_2 = -\alpha_2 M_2 \quad (4.15)$$

$$\dot{M}_1 = -\frac{33}{5}\alpha_1 M_1 \quad (4.16)$$

$$(4.17)$$

<sup>7</sup>モデルによって違うが、およそ 120 個程度のパラメータがある。

となる。また、ゲージ結合定数に対する繰り込み群方程式を書くと

$$\dot{\alpha}_3 = 3\alpha_3^2 \quad (4.18)$$

$$\dot{\alpha}_2 = -\alpha_2^2 \quad (4.19)$$

$$\dot{\alpha}_1 = -\frac{33}{5}\alpha_1^2 \quad (4.20)$$

となる。ここで、 $\alpha_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ) はそれぞれ  $U(1)$ 、 $SU(2)$ 、 $SU(3)$  のゲージ結合定数である。上式を見てわかるように、 $M_i/\alpha_i$  の組み合わせは繰り込み群に対し不変になっている。このため、各ゲージノの質量の比は

$$M_1 : M_2 : M_3 = \alpha_1 : \alpha_2 : \alpha_3 \simeq 1 : 2 : 7 \quad (4.21)$$

となる。つまり、mSUGRA 模型では  $U(1)$  ゲージノの質量が最も軽くなる。



## 第5章 ニュートラリーノ・ダークマター

### 5.1 LSP ダークマター

4.3.2 で述べたように、LSP は R パリティの保存により安定である。したがって、現在まで崩壊せずに存在でき、ダークマターの候補となりうる。それでは、数多くある超対称粒子のうち、どのような粒子が LSP となるのであろうか。まず初めに、第 3 章の WIMP の議論から、LSP は電氣的に中性であることが望ましい。もし電荷をもつと、LSP ダークマターは電子や陽子を捕らえることにより、中性な物質として我々の宇宙に存在してしまうことになる。この物質の一部は地球の海水に溶け込むこととなるため、海水のスペクトラムを詳細に調べることでその存在を確かめることができる。この観測の結果、電荷をもつ LSP は非常に強く制限されており LSP ダークマターは電荷をもてないことがわかっている。したがって、LSP の候補は電荷をもたないニュートラリーノ、スニュートリノとなる。しかしながら、スニュートリノは Z ボソンとのベクトル相互作用を通じ、通常の物質と比較的強く相互作用をする<sup>1</sup>。その結果、CDMS (Cryogenic Dark Matter Search) [29] や EDELWEISS [30]、ZEPLIN 等のダークマターの直接検出観測によりその存在が制限され、LSP である可能性がほとんどなくなった。したがって、LSP としてはニュートラリーノが最も適切であり、ダークマターの有力な候補となる。本章では、ニュートラリーノのいくつかの性質、スペクトル (質量行列)、対消滅過程、及び通常の物質 (原子核) との弾性散乱について概観する。

### 5.2 ニュートラリーノの質量行列

本節では、ニュートラリーノのスペクトラム、より正確には質量行列について概説する。前章で述べたように、ニュートラリーノは中性なゲージボソン ( $B$ ,  $W_\mu^0$ ) 及びヒッグスポソン ( $H_u^0$ ,  $H_d^0$ ) の超対称パートナーであるビーノ ( $\tilde{B}$ )、ウィーノ ( $\tilde{W}^0$ ) 及びヒグシーノ ( $\tilde{H}_u^0$ ,  $\tilde{H}_d^0$ ) の線形結合で表される。これら 4 つのマヨラナ・フェルミオンは、電弱対称性が破れる ( $SU(2)_L \times U(1)_Y \rightarrow U(1)_{EM}$ ) ことにより、互いに混合することになる。ニュートラリーノの質量行列  $M$  は ( $\tilde{B}$ ,  $\tilde{W}^0$ ,  $\tilde{H}_d^0$ ,  $\tilde{H}_u^0$ ) を基底として

$$M = \begin{pmatrix} M_1 & 0 & -m_Z \cos \beta \sin \theta_W & m_Z \sin \beta \sin \theta_W \\ 0 & M_2 & m_Z \cos \beta \cos \theta_W & -m_Z \sin \beta \cos \theta_W \\ -m_Z \cos \beta \sin \theta_W & m_Z \cos \beta \cos \theta_W & 0 & -\mu \\ m_Z \sin \beta \sin \theta_W & -m_Z \sin \beta \cos \theta_W & -\mu & 0 \end{pmatrix} \quad (5.1)$$

によって与えられる。ここで  $\theta_W$  はワインバーグ角である。この質量行列の対角項である  $M_1$  及び  $M_2$  はソフトな超対称性の破れから導入されたもので、 $\mu$  はスーパーポテンシャルから導入された超対称性をもつヒッグスポソンの質量である。また、電弱対称性が破れることにより、非対角項が現れることがわかる。

<sup>1</sup>ニュートラリーノはマヨラナ・フェルミオンであるためこの相互作用をもてない。

この質量行列は規格化された直交行列  $N$  ( $NN^T = 1$ ) により、

$$NMN^T = \text{diag.}(m_{\tilde{\chi}_1^0}, m_{\tilde{\chi}_2^0}, m_{\tilde{\chi}_3^0}, m_{\tilde{\chi}_4^0}) \quad (5.2)$$

と対角化することができる。ただし、 $m_{\tilde{\chi}_1^0} \sim m_{\tilde{\chi}_4^0}$  はそれぞれ 4 つのニュートラリーノの質量である。このためニュートラリーノは

$$\tilde{\chi}_n^0 = N_{1n}^* \tilde{B} + N_{2n}^* \tilde{W}^0 + N_{3n}^* \tilde{H}_u^0 + N_{4n}^* \tilde{H}_d^0 \quad (5.3)$$

となる。ここで、 $n = 1 \sim 4$  である。以下では表記の簡単化のため、最も軽いニュートラリーノ、つまりダークマターを単に  $\chi$  と表すことにする。

(5.3) を見てわかるように、一般にニュートラリーノ  $\chi$  はビーノ、ウィーノ及びヒグシーノの混合状態であるが、ソフトな超対称性の破れを導出するモデルとして前章の mSUGRA 模型を考えると  $M_1 < M_2$  となる。このため、ニュートラリーノ質量が比較的重くなると、最も軽いニュートラリーノはほとんどビーノ成分あるいはヒグシーノ成分で構成されることになる。このようなニュートラリーノは bino-like あるいは Higgsino-like と呼ばれる。以下でニュートラリーノ  $\chi$  の対消滅断面積、次章で  $\chi$  の対消滅からのニュートリノ・フラックスについて議論するが、具体的な計算例として、 $\chi$  は純粋なビーノつまり  $\chi = \tilde{B}$  として評価を行う。

### 5.3 ニュートラリーノの対消滅

LSP は R パリティの保存により単独では崩壊しないので、LSP であると考えられるニュートラリーノも単独では崩壊しない。しかし、対消滅によってならば既存の物質のみを含む終状態に遷移することはできる。対消滅過程で最も支配的に効くのは、既存の粒子の二体終状態への tree ダイアグラムである。そこで本節では、これらのダイアグラムについて議論する。

#### 5.3.1 始状態

まず、対消滅過程の始状態、すなわちニュートラリーノの二体状態について考える。ニュートラリーノの対消滅断面積は、残存量の計算及び間接検出におけるニュートリノ、光子等のフラックスの計算において必要となる。どちらの場合でも、始状態のニュートラリーノは非相対論的に運動している<sup>2</sup>。このため対消滅断面積を始状態のニュートラリーノ間の相対速度  $v$  で展開することができる。

$$\sigma_A v = a + bv^2 + \mathcal{O}(v^4) \quad (5.4)$$

このとき、最も支配的に効いてくる  $a$  の項は、S 波のみからの寄与である<sup>3</sup>。このため S 波の寄与のみを考えることによって、ダークマターの残存量を見積もることができる。

ここで始状態の CP について考える。ニュートラリーノ  $\chi$  はマヨラナ粒子であるため、荷電共役変換  $\hat{\mathcal{C}}$  のもとでは不変である ( $\hat{\mathcal{C}}\chi\hat{\mathcal{C}}^\dagger = \chi$ )。一方、パリティ変換  $\hat{\mathcal{P}}$  のもとでは、上記のマヨラナ条件のため  $\hat{\mathcal{P}}\chi\hat{\mathcal{P}}^\dagger = \pm i\chi$  と変換する (符号はどちらにとっても構わない)。これらの二つの操作  $\hat{\mathcal{C}}$ 、 $\hat{\mathcal{P}}$  のもとでの変換性を、ニュートラリーノの生成演算子  $a_\chi^\dagger(\mathbf{p}, s)$  を用いて書くと以下ようになる。

$$\hat{\mathcal{C}}a_\chi^\dagger(\mathbf{p}, s)\hat{\mathcal{C}}^\dagger = a_\chi^\dagger(\mathbf{p}, s), \quad \hat{\mathcal{P}}a_\chi^\dagger(\mathbf{p}, s)\hat{\mathcal{P}}^\dagger = \pm ia_\chi^\dagger(-\mathbf{p}, s) \quad (5.5)$$

ここで、 $\mathbf{p}$  はニュートラリーノの運動量、 $s$  はスピンである。

<sup>2</sup>残存量の計算の場合は光速の数分の 1、間接検出における計算の場合は光速の 3 桁落ちで運動している。

<sup>3</sup> $b$  項は S 波及び P 波からの寄与を含んでいる。

ニュートラリーノ二体状態を部分波展開すると、

$$|\text{initial}\rangle \equiv a_\chi^\dagger(\mathbf{p}, s_1) a_\chi^\dagger(-\mathbf{p}, s_2) |0\rangle = \sum_{lm} \sum_{ss_z} a_{lm}^{ss_z}(p^2) |l, m, s, s_z\rangle \quad (5.6)$$

となる。ただし、

$$|l, m, s, s_z\rangle \equiv \sum_{s', s''} \int d\Omega_{\mathbf{p}} Y_{lm}(\theta, \phi) \sigma_{s's''}^{ss_z} a_\chi^\dagger(\mathbf{p}, s') a_\chi^\dagger(-\mathbf{p}, s'') |0\rangle \quad (5.7)$$

である。ここで、 $\theta$  及び  $\phi$  はそれぞれ  $\mathbf{p}$  の天頂角、方位角であり、 $Y_{lm}(\theta, \phi)$  は球面調和関数である。また、 $\sigma_{s's''}^{ss_z}$  はスピン部分の波動関数であり、

$$\sigma^{00} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma^{11} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma^{10} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma^{1-1} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (5.8)$$

と表される。二体状態の部分波に上記の荷電共役、パリティ変換を施すと、

$$\hat{C}|l, m, s, s_z\rangle = |l, m, s, s_z\rangle, \quad \hat{P}|l, m, s, s_z\rangle = (-1)^{l+1} |l, m, s, s_z\rangle \quad (5.9)$$

となる。また部分波の式を見ると、軌道角運動量  $l$  が偶数のときは  $\mathbf{p}$  についての偶関数、奇数のときは奇関数であり、スピン  $s$  が 0 のときは奇関数、1 のときは偶関数になることがわかる。このためマヨラナ・フェルミオンの同種粒子の二体状態であることを考えると、自動的に 0 になってしまう組み合わせが出てくる。これをまとめると以下ようになる。

$J^{PC}$	$l=0$	$l=1$	$l=2$	...
$s=0$	$0^{-+}$	$1^{+-}(\times)$	$2^{-+}$	...
$s=1$	$1^{--}(\times)$	$0^{++}, 1^{++}, 2^{++}$	$1^{--}(\times), 2^{--}(\times), 3^{--}(\times)$	...

上の表を見てわかるように、 $l=0$  で  $s=1$  の状態等は自動的に 0 になる<sup>4</sup>。また、S 波 ( $l=0$ ) のとき CP は必ず  $-1$  となることが重要である。したがって、始状態が S 波であるニュートラリーノ二体状態は CP が  $-1$  の固有状態となっている。

### 5.3.2 終状態

次に、消滅過程の終状態について議論する。終状態に光子  $\gamma$  やグルーオン  $g$  が含まれるものは、ニュートラリーノが電荷やカラーをもっていないことから、1-ループ以上で断面積に寄与することになる。このため、 $\gamma$  や  $g$  を含むダイアグラムについては考える必要がない。つぎに電荷の保存より考えられる既存粒子の二体終状態としては、 $f\bar{f}$ 、 $2Z^0$ 、 $W^+W^-$ 、 $2h^0$ 、 $2H^0$ 、 $2A^0$ 、 $H^+H^-$ 、 $h^0H^0$ 、 $h^0A^0$ 、 $H^0A^0$ 、 $W^+H^-(W^-H^+)$ 、 $Z^0h^0$ 、 $Z^0H^0$ 、 $Z^0A^0$  が挙げられる。このうち、角運動量及び CP の保存により、 $2h^0$ 、 $2H^0$ 、 $2A^0$ 、 $H^+H^-$ 、 $h^0H^0$ 、 $Z^0A^0$  の終状態は S 波の対消滅断面積の振幅がゼロになる ( $Z^0$  はスピン 1 をもつことに注意)。最終的に考えなければならない対消滅過程は、 $2\chi \rightarrow f\bar{f}$ 、 $W^+W^-$ 、 $2Z^0$ 、 $Z^0h^0(H^0)$ 、 $W^+H^-(W^-H^+)$ 、 $A^0h^0(H^0)$  となる。

また、質量が 0 の (あるいは質量が無視できる) フェルミオン、つまりワイル・フェルミオン対終状態の振幅はゼロになる。このことは、終状態である二体のワイル・フェルミオン対の、角運動量及

<sup>4</sup>表中の  $1^{--}$  や  $1^{+-}$  等の値は、始状態が二体のディラック・フェルミオンのときの値である。

び CP を考えることでわかる。ワイル・フェルミオンはヘリシティが  $1/2$ 、その反粒子は  $-1/2$  と決まった値をとる。そのため二体の終状態の全角運動量を 0 にするためには、終状態の軌道角運動量を 1、つまり P 波にとらなければならない。このとき終状態の  $J^{PC}$  は、上述の表からわかるとおり、 $0^{++}$  となる。このため、CP 保存により S 波対消滅断面積の振幅は 0 となる。

### 5.3.3 s チャンネルの対消滅過程

最後に、s チャンネルの対消滅過程を考える。始状態は電荷 0 の状態であるので、中間状態として s チャンネルで飛ぶ粒子としては、 $Z^0$ 、 $A^0$ 、 $h^0$ 、 $H^0$  が考えられる。このうち、 $h^0$  及び  $H^0$  を経由する対消滅過程は、これらの粒子の CP が +1 であることから、S 波消滅断面積には寄与しない。また  $Z^0$  の空間成分の CP は +1 であるため、これが中間状態で飛ぶダイアグラムは第 0 成分のみ寄与する。つまり  $Z^0$  ボソンは On-Shell で作られないため、このダイアグラムで共鳴は起こらない。

### 5.3.4 具体的なファイマンダイアグラム

以上に述べたことを踏まえ、実際に S 波消滅断面積に寄与するダイアグラムを描くと以下のようになる。

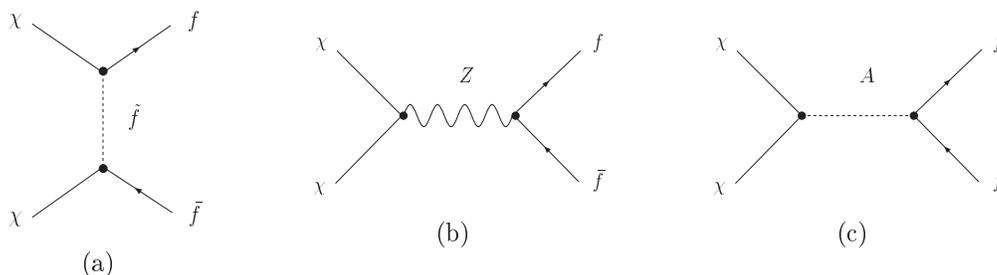


図 5.1:  $\chi\chi \rightarrow f\bar{f}$  に寄与するダイアグラム

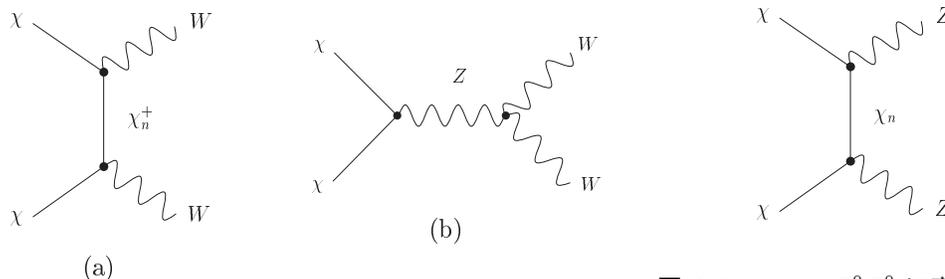


図 5.2:  $\chi\chi \rightarrow W^+W^-$  に寄与するダイアグラム

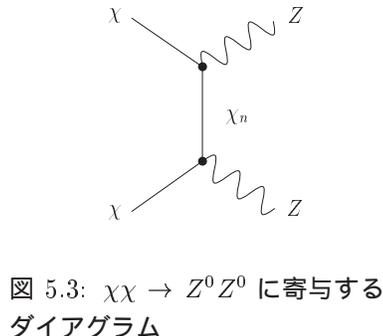


図 5.3:  $\chi\chi \rightarrow Z^0Z^0$  に寄与するダイアグラム

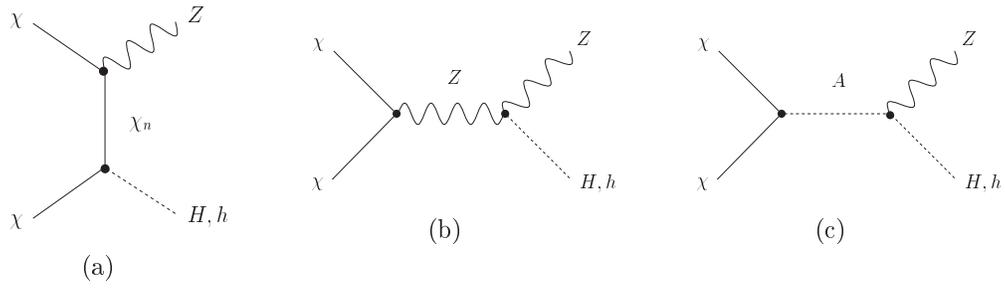


図 5.4:  $\chi\chi \rightarrow Z^0 H^0$  と  $\chi\chi \rightarrow Z^0 h^0$  に寄与するダイアグラム

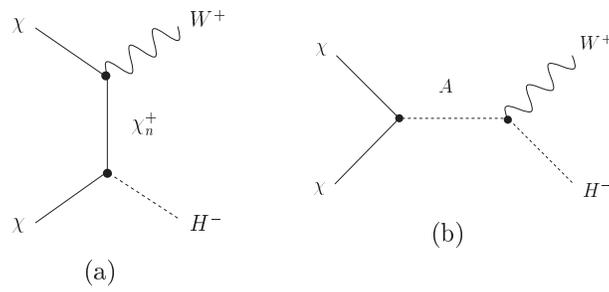


図 5.5:  $\chi\chi \rightarrow W^+ H^-$  に寄与するダイアグラム

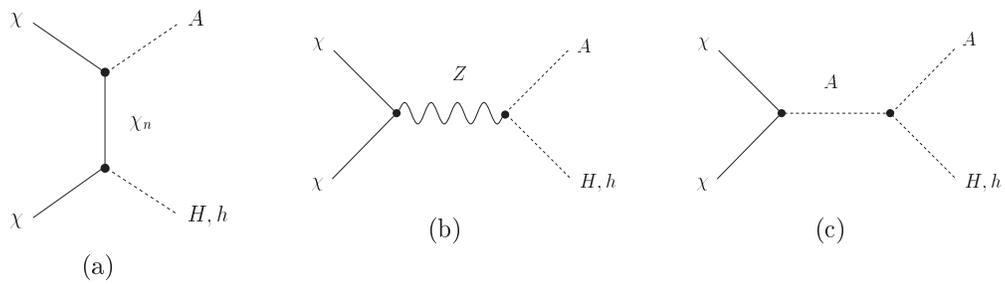


図 5.6:  $\chi\chi \rightarrow A^0 H^0$  と  $\chi\chi \rightarrow A^0 h^0$  に寄与するダイアグラム

## 5.4 Bino-like ニュートラリーノの熱的残存量

具体的な計算例として、ニュートラリーノの成分がほとんどビーノであるような場合、つまり bino-like のときの対消滅断面積を計算し、熱的残存量を見積もる。ビーノは SU(2)、U(1) チャージをもたないで、ゲージボソンとは結合しない。このため図 5.1(b)、図 5.2(a)、(b)、図 5.3、図 5.4(a)、(b)、図 5.5(a)、図 5.6(b) のダイアグラムは寄与しない。また、ゲージノ-ゲージノ-ヒッグスといった相互作用は存在しないので、s チャンネルの中間状態にヒッグスがとぶ過程、図 5.1(c)、図 5.4(c)、図 5.5(b)、図 5.6(c) のダイアグラムも断面積に寄与しない。結局、図 5.1(a) と図 5.6(a) の二つのみが始状態のニュートラリーノが bino-like のときに寄与するダイアグラムとなる。また、 $\chi$  よりも  $A^0$  が十分重い場合を考える。このため図 5.6(a) の過程も寄与しなくなる。

図 5.1(a) のダイアグラムの振幅は

$$\mathcal{M}_{sf} = \sqrt{2} \sum_{j=1}^6 \frac{1}{P_j} \left[ \{(X'_{fij0})^2 + (W'_{fij0})^2\} \frac{m_{f_i}}{m_\chi} + 2X'_{fij0}W'_{fij0} \right] \quad (5.10)$$

と表せる (Appendix 参照)。簡単化のため、世代間の混合は考えず、スフェルミオンの left right 混合は考えないとする。さらにスフェルミオンの質量を全て等しく  $m_{\text{SUSY}}$  とすると、振幅は

$$\mathcal{M}_{sf} = 2\sqrt{2}g'^2 \frac{m_\chi}{m_{\text{SUSY}}^2} \sum_f Y_f m_f \quad (5.11)$$

となる。ここで  $Y_f$  は U(1) のハイパーチャージである。この振幅から相対速度  $v = 0$  の断面積を計算すると

$$\sigma_A v = \frac{3}{16\pi} g'^4 \sqrt{1 - \left(\frac{m_f}{m_\chi}\right)^2} \frac{1}{m_{\text{SUSY}}^4} \left| \sum_f Y_f m_f \right|^2 \quad (5.12)$$

となる。この式を見てわかるとおり、断面積は終状態の粒子の質量の二乗に比例するので、トップクォークへの対消滅が運動学的に許されるのならば、この寄与が支配的になる。よって  $t\bar{t}$  終状態のみを考えると、断面積は

$$\sigma_A v \simeq 7.5 \times 10^{-28} \text{cm}^3 \text{s}^{-1} \left(\frac{m_{\text{SUSY}}}{1\text{TeV}}\right)^{-4} \sqrt{1 - \left(\frac{175\text{GeV}}{m_\chi}\right)^2} \quad (5.13)$$

となる。

消滅断面積の計算ができたので、これを用いて熱的残存量の評価を行う。具体的に計算した上記の断面積を (3.31) 式に代入すると、

$$\Omega_{\chi_0} h^2 \simeq 4 \times \left(\frac{m_{\text{SUSY}}}{1\text{TeV}}\right)^4 \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{175\text{GeV}}{m_\chi}\right)^2}} \quad (5.14)$$

となる。ニュートラリーノの質量や  $m_{\text{SUSY}}$  を適当に  $m_\chi \sim 300 \text{ GeV}$ 、 $m_{\text{SUSY}} \sim \mathcal{O}(\text{TeV})$  ととると

$$\Omega_{\chi_0} h^2 \sim \mathcal{O}(1) \quad (5.15)$$

となり、ダークマターの熱的残存量を説明することができる。したがって、ニュートラリーノはダークマターとして良い候補であることがわかる。

## 5.5 ニュートラリーノと通常の物質（原子核）との弾性散乱

ニュートラリーノと通常の物質との弾性散乱の断面積は、ダークマターの直接検出、及び太陽や地球内におけるダークマター対消滅からのニュートラリーノ・フラックスの計算で必要となる。そのため本節では、ニュートラリーノ・フラックスの計算に必要な断面積に議論を絞り、これを評価する。

ニュートラリーノと原子核の散乱断面積の評価は、次の三段階を経て計算される。まず初めに、ニュートラリーノと基本的な素粒子、つまりクォークやグルーオンとの弾性散乱を考える。銀河ハロー中のダークマターは、 $v \sim 10^{-3}c$  程度で運動しているため、この弾性散乱は非相対論的に起こる。このことを考慮し、ニュートラリーノ ( $\chi$ ) と素粒子 ( $q$ ) の有効作用を計算する。これらの有効作用は、ローレンツ不変性により一般にベクトル相互作用 ( $\bar{\chi}\gamma^\mu\chi\bar{q}\gamma_\mu q$ )、軸性ベクトル相互作用 ( $\bar{\chi}\gamma^\mu\gamma_5\chi\bar{q}\gamma_\mu\gamma_5q$ )、スカラー相互作用 ( $\bar{\chi}\chi\bar{q}q$ )、擬スカラー相互作用 ( $\bar{\chi}\gamma_5\chi\bar{q}\gamma_5q$ )、及びテンソル相互作用と分類することができる。このなかで、ベクトル相互作用は、ニュートラリーノがマヨラナ粒子であることから、ベクトルカレント ( $\bar{\chi}\gamma^\mu\chi$ ) が自動的にゼロとなり、この型の相互作用はしないことがわかる。また擬スカラー相互作用は、非相対論的な極限でゼロになるため、この型の相互作用も考える必要がない。一方テンソル相互作用は、非相対論的な極限でスカラー相互作用と同じ型の相互作用となるため、結局考える必要のある相互作用は、軸性ベクトル及びスカラーの二つの相互作用となる。

次の段階では、この有効作用を用いて、ニュートラリーノと核子（陽子  $p$  及び中性子  $n$ ）との有効作用を導出する。その際、上述の相互作用に対する核子の行列要素 ( $\langle p(n)|\bar{q}\gamma_\mu\gamma_5q|p(n)\rangle$  等) を求める必要がある。この評価には、これらと同じ行列要素の現れる他の実験結果を用いたり、カイラル摂動論の方法を用いて行われる。

最後に核子との有効作用を用いて、ニュートラリーノと原子核の断面積を導出する。その際に必要となるのは、原子核の様々な形状因子である。これら形状因子は、多くの原子核の実験から得られた結果を基にして作られたモデルを用いて評価する。

以下で軸性ベクトル相互作用、及びスカラー相互作用について各々評価し、ニュートラリーノとの弾性散乱断面積を導出する。

### 5.5.1 軸性ベクトル相互作用（スピン相互作用）

ニュートラリーノと素粒子の相互作用において、軸性ベクトル相互作用に寄与するダイアグラムは、図 5.7 の通りである。

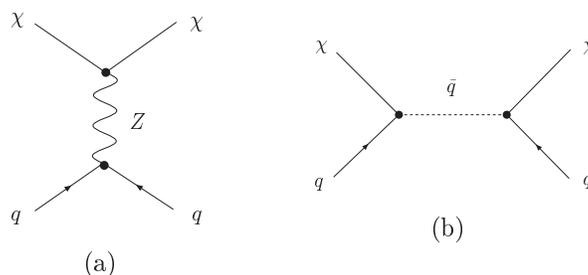


図 5.7: ニュートラリーノとクォークのスピン弾性散乱に寄与するダイアグラム

このとき有効作用は

$$\mathcal{L}_A = \bar{\chi}\gamma^\mu\gamma_5\chi \times (d_u \bar{u}\gamma_\mu\gamma_5 u + d_d \bar{d}\gamma_\mu\gamma_5 d + d_s \bar{s}\gamma_\mu\gamma_5 s) \quad (5.16)$$

となる。係数  $d_u \sim d_s$  は、図 5.7 を計算することで得られる。例えばニュートラリーノがビーノだとすると（このとき実際に寄与するダイアグラムは図 5.7(b) のみ）、これらの係数は、

$$d_u \simeq \frac{0.3}{(m_{\text{SUSY}})^2}, \quad d_d = d_s \simeq \frac{0.01}{(m_{\text{SUSY}})^2} \quad (5.17)$$

となる。ここで簡単化のために、世代間の混合及びスクォークの left right 混合は無視し、スクォークの質量は全て等しく  $m_{\text{SUSY}}$  として計算した。

一般には、ニュートラリーノと原子核との散乱断面積を評価するためには、次に核子との有効作用を計算し、さらに原子核の形状因子を考慮しなくてはならない。しかしながら、本論文では太陽や地球からのニュートラリーノ・フラックスの計算に主眼をおいているので、実際必要とされる軸性ベクトル相互作用による断面積は、水素の原子核、つまり陽子に対するものだけである。このため以下では、陽子との有効作用のみを導出する。

陽子との有効作用を導出するためには、三つの行列要素  $\langle p|\bar{q}\gamma_\mu\gamma_5 q|p\rangle$  ( $q = u, d, s$ ) を評価する必要がある。これらの行列要素は陽子のスピンに比例するため、

$$\langle p|\bar{q}\gamma_\mu\gamma_5 q|p\rangle = 2s_\mu\Delta q \quad (5.18)$$

と書くことができる。係数  $\Delta q$  を評価するには、陽子内の  $u$ 、 $d$ 、 $s$  クォークのスピン構造関数についての情報が必要となる。これらは不定性が大きい（特に  $s$  クォーク）実験的に測定されており、それぞれ  $\Delta u \sim 0.77$ 、 $\Delta d \sim -0.38$ 、 $\Delta s \sim -0.09$  程度の値をとる。これらを用いて、ニュートラリーノと陽子の有効作用は

$$\mathcal{L}_A = \bar{\chi}\gamma^\mu\gamma_5\chi \bar{p}s_\mu p \sum_{q=u,d,s} 2d_q\Delta q \quad (5.19)$$

となる。この有効作用を用いて、ニュートラリーノと陽子の弾性散乱の断面積を計算すると軸性ベクトル相互作用に対する微分断面積を計算すると以下の様になる。

$$\frac{d\sigma_{\text{spin}}^H}{d|\mathbf{q}|^2} = \frac{3}{\pi v^2} \left( \sum_{q=u,d,s} d_q\Delta q \right)^2 \quad (5.20)$$

ここで  $\sigma_{\text{spin}}^H$  はニュートラリーノと水素 ( $H$ ) 原子核との軸性ベクトル相互作用を介した断面積という意味である。また  $v$  は標的に対するニュートラリーノの速度であり、 $\mathbf{q}$  はニュートラリーノの反応前後での運動量変化、つまりニュートラリーノから陽子へ流れた運動量である。この  $\mathbf{q}$  の大きさは、エネルギー保存則

$$\frac{m_\chi v^2}{2} = \frac{(m_\chi \mathbf{v} - \mathbf{q})^2}{2m_\chi} + \frac{\mathbf{q}^2}{2m_p} \quad (5.21)$$

より、 $0 \leq |\mathbf{q}|^2 \leq 4m_r^2 v^2$  の範囲を動く。ここで  $m_r$  は、ニュートラリーノと陽子の慣算質量  $m_r = m_p m_\chi / (m_p + m_\chi)$  である。このため全断面積を計算すると以下のようになる。

$$\sigma_{0 \text{ spin}}^H = \int_0^{4m_r^2 v^2} \frac{d\sigma}{d|\mathbf{q}|^2} d|\mathbf{q}|^2 = \frac{12m_r^2}{\pi} \left( \sum_{q=u,d,s} d_q\Delta q \right)^2 \quad (5.22)$$

ニュートラリーノが bino-like のときの全断面積は

$$\sigma_{0 \text{ spin}}^H = 8 \times 10^{-37} \left( \frac{m_{\text{SUSY}}}{100\text{GeV}} \right)^{-4} \quad (5.23)$$

となる。

## 5.5.2 スカラー相互作用

ニュートラリーノとクォークの相互作用において、スカラー相互作用に寄与するダイアグラムは図 5.8(a)、(b) のとおりである。

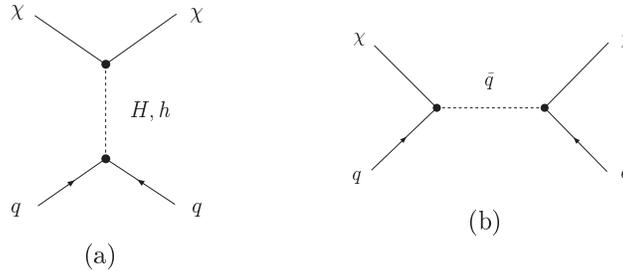


図 5.8: ニュートラリーノとクォークのスカラー弾性散乱振幅に寄与するダイアグラム

これら tree のダイアグラムに加え、1-ループダイアグラムを通じたニュートラリーノとグルーオンの相互作用もスカラー相互作用に寄与する。このグルーオンとの相互作用は通常、図 5.9 のダイアグラムを除いて支配的な寄与を与えない。このため、これを考慮する必要がある場合は、図 5.8(a)、(b) のダイアグラムが非常に抑制されたときのみである。そのため本論文では、これらのダイアグラムについては考慮しない。スピン相互作用の場合と違い、図 5.9 のダイアグラムを見てわかるように、重いクォーク  $c$ 、 $b$ 、 $t$  からの寄与も考える必要がある。これらの寄与は、核子の質量へのアノマリーを通じて評価することができる。以上のことを踏まえ、ニュートラリーノとクォークとの有効作用を書くと

$$\mathcal{L}_{ST} = \sum_{q=u,d,s,c,b,t} f_q \bar{\chi} \chi \cdot \bar{q} q \quad (5.24)$$

となる。ここでスクォークの質量は十分に重いことを仮定している。各相互作用の前にある係数  $f_q$  は図 5.8(a)、(b) 及び図 5.9 のダイアグラムから計算される。例えばニュートラリーノをピーノと仮定すると、ヒッグスを交換する図 5.8(a) のダイアグラムは寄与しなくなる。また、スクォークを経由する図 5.8(b) のダイアグラムから得られるスカラー相互作用は、スクォークの left-right 混合を捨てることになる。

次に、核子との有効作用を導出する。スピン相互作用のときと同様に核子  $p(n)$  間の行列要素  $\langle p(n) | \bar{q} q | p(n) \rangle$  を計算する必要がある。軽いクォーク  $u$ 、 $d$ 、 $s$  に対してはカイラル摂動論を用いて評価することができ、以下のようになる。

$$\langle p(n) | m_q \bar{q} q | p(n) \rangle = m_{p(n)} f_{Tq}^{p(n)} \quad (5.25)$$

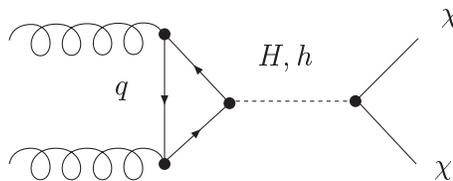


図 5.9: ニュートラリーノと原子核とのスカラー弾性散乱振幅に寄与するダイアグラム

各係数  $f_{Tq}^{p(n)}$  は  $f_{Tu}^p \sim 0.019$ 、 $f_{Tu}^n \sim 0.023$ 、 $f_{Td}^p \sim 0.041$ 、 $f_{Td}^n \sim 0.034$ 、 $f_{Ts}^p = f_{Ts}^n \sim 0.14$  程度になる<sup>5</sup>。

重いクォーク  $Q$  の行列要素は、エネルギー運動量テンソルのトレース、及び heavy quark 展開の理論を用いて評価することができる。この理論によると、演算子  $m_Q \bar{Q}Q$  は、 $-2\alpha_s/(24\pi)GG$  に置き換えられることがわかる。ここで  $\alpha_s$  は強い相互作用の結合定数で、 $G$  はグルーオンのストレステンソルである。この置き換えを用いて、エネルギー運動量テンソルのトレース  $\theta_\mu^\mu$  を書くと、

$$\begin{aligned}\theta_\mu^\mu &\equiv \sum_{q=u,d,s} m_q \bar{q}q + \sum_{Q=c,b,t} m_Q \bar{Q}Q - \frac{7\alpha_s}{8\pi} GG \\ &= \sum_{q=u,d,s} m_q \bar{q}q - \frac{9\alpha_s}{8\pi} GG\end{aligned}\quad (5.26)$$

となる。エネルギー運動量テンソルの核子間の行列要素は、核子の質量に他ならない ( $\langle p(n) | \theta_\mu^\mu | p(n) \rangle = m_{p(n)}$ )。このため、上式の核子間の行列要素をとることで、

$$\langle p(n) | m_Q \bar{Q}Q | p(n) \rangle = -\frac{2\alpha_s}{24\pi} \langle p(n) | GG | p(n) \rangle = \frac{2m_{p(n)}}{27} \left[ 1 - \sum_{q=u,d,s} f_{Tq}^{p(n)} \right]\quad (5.27)$$

と重いクォークの行列要素を計算することができる。これらのクォークの行列要素を用いてニュートラリーノと核子の有効作用を書くと以下ようになる。

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{ST} &= \bar{\chi}\chi (f_p \bar{p}p + f_n \bar{n}n) \\ f_{p(n)} &= \sum_{q=u,d,s} f_{Tq} \frac{f_q}{m_q} + \frac{2}{27} \left[ 1 - \sum_{q=u,d,s} f_{Tq}^{p(n)} \right] \sum_{Q=c,b,t} f_{Tq} \frac{f_Q}{m_Q}\end{aligned}\quad (5.28)$$

最後に核子との有効作用を用いて、ニュートラリーノと原子核の断面積を計算する。断面積をもとめるためには原子核内で核子がどのように分布しているかについて知る必要がある。この分布関数のフーリエ変換が形状因子となる。最も一般的に使われている形状因子  $F(Q)$  は指数関数型のものであり、

$$F(Q) = \exp(-Q/Q_0)\quad (5.29)$$

で与えられる。ただし、

$$Q_0 = \frac{1.5}{m_N R_0^2},\quad (5.30)$$

$$R_0 = 10^{-13} \text{cm} \left[ 0.3 + 0.91 \left( \frac{m_N}{1 \text{GeV}} \right)^{1/3} \right]\quad (5.31)$$

である。ここで  $Q$  は弾性散乱においてニュートラリーノから原子核にながれたエネルギーである。核子との有効断面積、及びこの形状因子を用いてニュートラリーノと原子核との微分断面積を計算すると

$$\frac{d\sigma_{\text{scalar}}}{d|\mathbf{q}|^2} = \frac{1}{\pi v^2} [Zf_p + (A-Z)f_n]^2 F^2(q^2/2m_N)\quad (5.32)$$

となる。ここで  $m_N$  は原子核の質量である。また  $Z$  は原子核の電荷、つまり陽子の数であり、 $A-Z$  は中性子の数である。全断面積は

$$\sigma_{\text{scalar}} = \frac{4m_r^2}{\pi} [Zf_p + (A-Z)f_n]^2\quad (5.33)$$

となる。また、スクォークの left-right 混合がないとき、この全断面積はゼロとなる。

<sup>5</sup>係数の値はカイラル摂動論のパイオン-核子の  $\sigma_{\pi N}$  項に依存するため不定性が大きい。

## 第6章 ニュートラリーノ・ダークマターの間接検出

### 6.1 ダークマターの検出観測

前章までに議論してきたように、MSSMのニュートラリーノはダークマターの良い候補となっている。現在、このダークマターの検出についての方法が数多く提案されており、そのうち幾つかについては実際に観測が行われている。ダークマターを検出しようとする試みには、ダークマターそのものを検出する直接検出と、ダークマターの対消滅により生成される高エネルギー粒子を利用する間接検出がある。

直接検出は、地球上に注意深く用意された検出器を用いて、降り注ぐダークマターと原子核（ゲルマニウムやキセノン等）との弾性散乱によるエネルギー移行を測定する。これらの直接検出は、既に幾つかの観測が行われており、MSSMのパラメータ領域の一部を制限するに至っている。また、さらに幾つかの有望な観測計画が提案されており、実現に向けて現在進行中である。

間接検出では、直接ダークマターを見るのではなく、対消滅した際に生じる高エネルギーの粒子を用いる。実際の観測では、次の3つの高エネルギー粒子を利用したものがある。一つは、高エネルギーのニュートリノの検出である。この検出は以下で詳しく述べるように、太陽内部に蓄積されたダークマターの対消滅からの高エネルギーニュートリノを利用する。次に銀河ハロー、特に銀河中心からやってくるガンマ線の検出である。最後に、反陽子や陽電子等の反粒子の検出である。反陽子検出では、銀河中心から磁場によって曲げられながら来る反陽子を利用する。陽電子検出では、近傍でダークマターが集まったところ<sup>1</sup>からの陽電子を利用する。

本章では、高エネルギーのニュートリノを用いたダークマターの間接検出に注目し、以下で概説する。さらに、具体的な計算例として、ニュートラリーノが bino-like のときの検出率を見積もる。

### 6.2 太陽内部に蓄積したダークマターの対消滅によって生成される高エネルギーニュートリノ

ダークマターは我々の銀河（円盤の半径は数十 kpc）のまわりを、ほぼ球状（半径は約 250kpc（ピリアル半径））に分布して存在しており、ハローと呼ばれている。さらに太陽系は、このハローの中を速度  $O(10^{-3})$  で運動しており、結果としてダークマターの風を常に受けていることになる。このダークマターが太陽を貫くときに、太陽を構成している物質と散乱してエネルギーを失うことがある。そして、ダークマターの速度が太陽の脱出速度よりも小さくなると太陽内部に捕獲される（図 6.1 参照）。つまり、ダークマターは太陽内部に蓄積されていく。一方、蓄積したダークマターは対消滅することにより、 $t\bar{t}$ 、 $b\bar{b}$ 、 $\tau\bar{\tau}$  などを生成する（図 6.2 参照）。ニュートラリーノの対消滅の終状態のほとんどは二体崩壊であるので、生成される粒子のエネルギーはダークマターの質量 ( $m_\chi$ ) 程度である。さらに、これらの生成物が二体または三体崩壊を起こすことによって、結果として高いエネ

<sup>1</sup>クランプと呼ばれている。理論的には予言されているが、現実には見つかっていない。

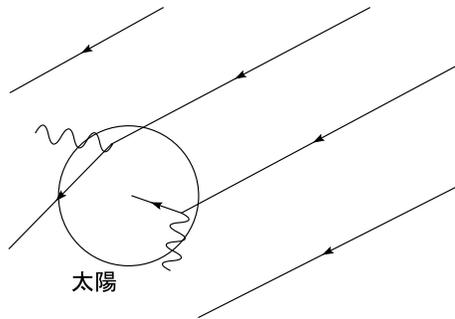


図 6.1: ダークマターが太陽に捕獲される様子

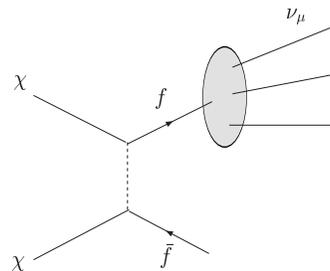


図 6.2: 太陽の中心部に蓄積したダークマターの対消滅の例

ルギーをもったニュートリノが生成される。したがって、ダークマターの対消滅由来のニュートリノのエネルギーは、ダークマターの質量の  $1/3$  から  $1/2$  である。典型的なニュートラリーノの質量は  $10\text{GeV}$  から数  $\text{TeV}$  であるので、 $\text{MeV}$  程度のエネルギーをもつ太陽ニュートリノとは区別できる。生成された高エネルギーニュートリノの一部は地球に降り注ぎ、地球の岩盤を貫くときにミュオンを生成する。そのミュオンを検出器で捕らえることにより、ダークマターの性質を調べることができる。以下では、この生成されたニュートリノのフラックスについての計算を行い、ニュートラリーノが bino-like のときにどの程度のフラックスが期待できるかについて見積もる。

### 6.3 高エネルギーニュートリノの検出率の計算

具体的に、ダークマターの間接検出率を見積もる。まず、太陽内部でのニュートラリーノ対消滅による種類  $i$  ( $\nu, \bar{\nu}$ ) の高エネルギーニュートリノのフラックスは以下のように表される。

$$\left(\frac{dN}{dE}\right)_i = \frac{\Gamma_A}{4\pi R^2} \sum_F B_F \left(\frac{dN}{dE}\right)_{F,i} \quad (6.1)$$

ここで  $\Gamma_A$  は太陽内部でのニュートラリーノの対消滅率であり、 $R$  は太陽と地球の距離である。また  $F$  はニュートラリーノが対消滅した際にはじめに生成される状態で、 $t\bar{t}$ 、 $b\bar{b}$ 、 $\tau\bar{\tau}$  等がある。 $B_F$  はこれらの状態への部分崩壊幅の全崩壊幅に対する割合である。最後に  $(dN/dE)_{F,i}$  は、状態  $F$  からエネルギー  $E$  のニュートリノ  $i$  がどのくらい作られるかを表す破砕関数 (fragmentation function) である。通常ニュートラリーノ・ダークマターは太陽の中心付近で状態  $F$  に遷移する。この破砕関数には、生成された  $F$  が太陽内部で伝播する効果、および  $F$  から生成されたニュートリノ  $i$  が太陽表面まで伝播する効果を取り入れる必要がある。

太陽からやって来た高エネルギーニュートリノは、検出器の下の岩盤で相互作用をして上向きミュオンを生成する。このミュオンのフラックス  $\Gamma_{\text{detect}}$  は、上記の太陽からのニュートリノ・フラックス  $(dN/dE)_i$  を用いて

$$\Gamma_{\text{detect}} = \sum_i \int dE \sigma_i(E) R_i(E) n \left(\frac{dN}{dE}\right)_i \quad (6.2)$$

と表される。ここで  $\sigma_i(E)$  はニュートリノ  $i$  が岩盤の原子核と相互作用し、ミュオンを生成する

断面積である。この断面積はニュートリノのエネルギー  $E$  に比例する<sup>2</sup>。また  $R(E)$  は生成されたミュートの岩盤中での到達距離であり、これもエネルギー  $E$  に比例する。 $n$  は岩盤における原子核の数密度である。 $\sigma_i(E)$  や  $R_i(E)$  に具体的な値を用いてミュートのフラックス、つまり高エネルギーニュートリノの検出率を書き直すと

$$\Gamma_{\text{detect}} = 2.54 \times 10^{-29} \text{ m}^{-2} \text{ yr}^{-1} \times \left( \frac{\Gamma_A}{1\text{s}^{-1}} \right) \left( \frac{m_\chi}{1\text{GeV}} \right)^2 \sum_i a_i b_i \sum_F B_F \langle N z^2 \rangle_{F,i} \quad (6.3)$$

となる。ここで  $a_i$  はニュートリノ散乱係数であり、 $a_\nu = 6.8$ 、 $a_{\bar{\nu}} = 3.1$  である。また  $b_i$  はミュオン到達距離係数であり、 $b_\nu = 0.51$ 、 $b_{\bar{\nu}} = 0.67$  である。そして

$$\langle N z^2 \rangle_{F,i} \equiv \int \left( \frac{dN}{dE} \right)_{F,i} z^2 dE \quad (6.4)$$

はニュートリノのスペクトルの2次のモーメントである。ただし、 $z = E_\nu/m_\chi$  である。

ミュートのフラックスを計算するためには、太陽内部でのニュートリノの対消滅率  $\Gamma_A$ 、破砕関数  $(dN/dE)_{F,i}$  及び部分崩壊幅の全崩壊幅に対する割合  $B_F$  が必要である。この内、 $B_F$  については、既に前章において計算している。そのため以下で、対消滅率  $\Gamma_A$ 、破砕関数  $(dN/dE)_{F,i}$  について計算を行う。

### 6.3.1 捕獲率と太陽内部における対消滅率

前節で述べたように、ダークマターはある一定の割合で太陽に捕獲される。一方で、蓄積されたダークマターは対消滅することで蒸発していく。太陽内部のダークマターの粒子数を  $N$  とするとダークマターの時間発展方程式は、

$$\dot{N} = C - C_A N^2 \quad (6.5)$$

と表せる。ここで  $C$  は太陽への降着率であり、右辺第二項は太陽内部での消滅率の二倍である。すなわち太陽内部における対消滅率は  $\Gamma_A = \frac{1}{2} C_A N^2$  となる。 $C_A$  はダークマターの消滅断面積と太陽内部のダークマターの分布に依存する。ダークマターは太陽の中心付近に熱平衡状態で蓄積されている。このためダークマターの分布は、局所重力ポテンシャル  $\phi$  を用いて

$$n(r) = n_0 e^{-m\phi/T} \quad (6.6)$$

と表せる [32]。ただし、 $n_0$  は太陽中心での粒子数密度であり、

$$\phi(r) = \int_0^r \frac{GM(r')}{r'^2} dr \quad (6.7)$$

は局所重力ポテンシャルである。 $M(r)$  は半径  $r$  内に含まれる質量であり、 $T$  は太陽の中心付近の温度である ( $T = 1.4 \times 10^7 \text{K}$ )。よって、対消滅率はダークマターの分布  $n(r)$  と対消滅断面積 (に相對速度を掛けたもの) に対する温度  $T$  における有効断面積  $\langle \sigma_A v \rangle$  を用いて

$$\Gamma_A = \int d^3r \langle \sigma_A v \rangle \frac{n^2(r)}{2} = 4\pi \int_0^{R_0} r^2 dr \frac{1}{2} n^2(r) e^{-2m\phi/T} \equiv \langle \sigma_A v \rangle n_0^2 \frac{1}{2} V_2 \quad (6.8)$$

と表せる。ただし、

$$V_j = 4\pi \int_0^{R_0} r^2 e^{-jm\phi/T} dr \quad (6.9)$$

<sup>2</sup>弱い相互作用をすることから、断面積はフェルミ結合定数  $G_F$  の2乗に比例する。このため次元解析より  $\sigma_i \sim G_F^2 s$  ( $s$  は重心系でのエネルギー) となる。岩盤の原子核が殆ど静止していることから  $s \propto E$  となり、結果として断面積はニュートリノのエネルギー  $E$  に比例する。

である。したがって、

$$C_A = \langle \sigma_A v \rangle \frac{V_2}{V_1^2} \quad (6.10)$$

である。方程式 (6.5) を解くと、任意の時刻での消滅率が

$$\Gamma_A = \frac{1}{2} C \tanh^2 \left( \frac{t}{\tau} \right) \quad (6.11)$$

であることがわかる。 $\tau = 1/\sqrt{CC_A}$  は捕獲と蒸発が平衡に達する時間スケールである。太陽系の年齢として  $t_\odot \simeq 4.5 \text{ Gyr}$  を用いると

$$\frac{t_\oplus}{\tau} = 1.9 \times 10^4 \left( \frac{C}{\text{s}^{-1}} \right)^{1/2} \left( \frac{\langle \sigma_A v \rangle}{\text{cm}^3 \text{s}^{-1}} \right)^{1/2} \left( \frac{m_\chi}{10 \text{ GeV}} \right)^{3/4} \quad (6.12)$$

となる。平衡に達する時間スケール  $\tau$  の計算には、有効断面積  $\langle \sigma_A v \rangle$  及び捕獲率  $C$  が必要である。有効断面積は前章の結果を用いて計算できる。また次に捕獲率を計算するが、結果としては  $\tau$  の値は太陽系の年齢と比べ圧倒的に小さくなる。つまり  $t \gg \tau$  となり、捕獲と蒸発は既に平衡状態に至っているとみなせる。このため太陽内部におけるニュートラリーノの対消滅率は、 $\Gamma_A = \frac{1}{2} C$  となる。

### 6.3.2 太陽での捕獲率

ここでは、ミューオンのフラックスを計算する際に必要となる、ニュートラリーノが太陽に捕獲される捕獲率を求める。この捕獲は、太陽内部の原子核との弾性散乱を通じて起こる。前章で述べたように、弾性散乱には軸性ベクトル相互作用およびスカラー相互作用の二種類がある。太陽の構成はほとんどが水素であるため、上の二つの相互作用のうちスカラー相互作用を通じた弾性散乱が優位にならない。また、水素原子における上記の二つの相互作用を比較すると、圧倒的に軸性ベクトル相互作用を通じた弾性散乱が優位となる。このため、軸性ベクトル相互作用を通じた弾性散乱におけるダークマターの捕獲率のみについて実際に見積もる。

水素原子 1 個当たりに対して、 $q^2$  のエネルギー損失を伴う反応率  $dR$  は弾性散乱断面積を用いて

$$dR = n_\chi v \frac{d\sigma}{dq^2} dq^2 \quad (6.13)$$

と表せる。ただし、 $n_\chi$  は太陽系近傍でのダークマターの数密度であり、 $v$  はダークマターと太陽内部の水素原子との間の相対速度である。この反応率と、ダークマターの速度分散および太陽内部の水素原子の分布を考慮し、弾性散乱におけるエネルギー損失によりダークマターの速度が太陽の脱出速度以下になるものを積分することにより、太陽におけるダークマターの捕獲率が求まる。具体的な軸性ベクトル相互作用を通じた太陽でのダークマターの捕獲率は

$$C_{\text{ax}}^\odot = 1.3 \times 10^{23} \text{ s}^{-1} \times \frac{\rho_\chi^{0.3} \sigma_0^{\text{H}(40)}}{\bar{v}_{270}} \left( \frac{m_\chi}{100 \text{ GeV}} \right)^{-1} S(m_\chi/m_{\text{H}}) \quad (6.14)$$

と計算される。ただし、 $\sigma_0^{\text{H}(40)}$  は、軸性ベクトル相互作用を通じたダークマター-陽子弾性散乱の、 $10^{-40} \text{ cm}^2$  を単位とした断面積である。また、 $\bar{v}_{270}$  は、 $270 \text{ km s}^{-1}$  を単位としたダークマターの速度分散である。 $\rho_\chi^{0.3}$  は、 $0.3 \text{ GeV cm}^{-3}$  を単位とした局所ハローの密度である。そして、 $m_\chi \gg m_{\text{H}}$  のとき

$$S(m_\chi/m_{\text{H}}) \simeq \frac{2}{3} \left( \frac{\langle v_{\text{esc}} \rangle^2}{\bar{v}^2} \right) \left( \frac{m_\chi}{m_{\text{H}}} \right) \quad (6.15)$$

である。ただし、 $\langle v_{\text{esc}} \rangle = 1156 \text{ km s}^{-1}$  である。

ニュートラリーノが bino-like のときを計算すると以下ようになる。

$$C_{\text{ax}}^\odot \simeq 2.9 \times 10^{26} \text{ s}^{-1} \left( \frac{m_{\text{SUSY}}}{100 \text{ GeV}} \right)^{-4} \left( \frac{m_\chi}{100 \text{ GeV}} \right)^{-2} \quad (6.16)$$

### 6.3.3 破砕関数の計算

ミュオンのフラックス (6.3) を計算するためには、破砕関数 (6.4) を計算する必要がある。この破砕関数の計算には、ダークマターの対消滅に始まり、最終的に高エネルギーニュートリノの生成に至るまでの反応を追う必要がある。例えば、ダークマターが重いクォーク対に消滅する場合を考える。実際にはクォークは、それを含む重いハドロンとして終状態に現れる。このハドロンの崩壊モードの一つとして高エネルギーニュートリノが生成される。この反応に対してニュートリノのスペクトルを計算する際には、クォークからハドロンへのハドロン化、生成されたハドロンの太陽中での伝播を考慮する必要がある。また、最終的に生成された高エネルギーニュートリノの太陽中での伝播も考慮する必要がある。これらの効果を取り入れた詳細な計算がすでに行われている [10]。その結果を以下に示す。上記の図は、横軸にニュートラリーノの質量、縦軸に破砕関数の代わりに (6.3) 式に現れ

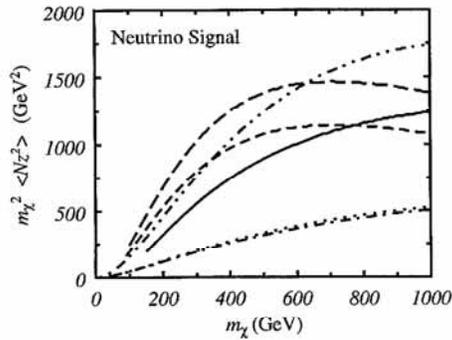


図 6.3: ニュートリノのエネルギー分布の二次モーメント ( $m_\chi^2 \langle Nz^2 \rangle$ ) (文献 [10] より引用)

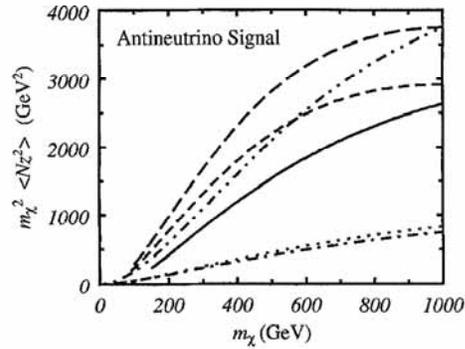


図 6.4: 反ニュートリノのエネルギー分布の二次モーメント ( $m_\chi^2 \langle Nz^2 \rangle$ ) (文献 [10] より引用)

る二次のモーメント ( (6.4) 式) を書いたものである。図中には、ニュートラリーノが  $\tau\bar{\tau}$  (二点斜線)、 $W^+W^-$  (上の破線)、 $ZZ$  (下の破線)、 $t\bar{t}$  (実線)、 $b\bar{b}$  (点線)、 $c\bar{c}$  (一点斜線) に対消滅する際のそれぞれの二次のモーメントが示してある。

## 6.4 Bino-like ニュートラリーノの検出率

これまでの議論によって、ダークマターの検出率を計算することができる。本節では、ニュートラリーノが bino-like のときの計算を行い、具体的な検出率 (ミュオン・フラックス) を見積もる。

前章で述べたように、ニュートラリーノが bino-like のとき、ニュートラリーノの対消滅によって生成されるのは、フェルミオン-反フェルミオンだけである。生成されるフェルミオンのほとんどは質量の重いトップクォークである。生成されるトップクォークはニュートラリーノ質量程度のエネルギーをもち、ハドロン化する前に  $W$  ボソンやボトムクォークに崩壊する。その結果、図 6.3 より、 $m_\chi \sim 300 m_\chi^2 \langle Nz^2 \rangle_{t\bar{t}, \nu} \sim 600 \text{ GeV}$  であることがわかり、図 6.4 から、 $m_\chi^2 \langle Nz^2 \rangle_{t\bar{t}, \bar{\nu}} \sim 900 \text{ GeV}$  であることがわかる。したがって、ニュートラリーノ対消滅由来のミュオンのフラックスは

$$\Gamma_{\text{detect}} \sim 1.6 \times 10^4 \text{ km}^{-2} \text{ yr}^{-1} \times \left( \frac{m_{\text{SUSY}}}{100 \text{ GeV}} \right)^{-4} \quad (6.17)$$

となる。 $m_{\text{SUSY}} \sim 400 \text{ GeV}$  のとき、 $\Gamma_{\text{detect}} \sim \mathcal{O}(100) \text{ km}^{-2} \text{ yr}^{-1}$  である。この値は、有効面積として  $\mathcal{O}(1) \text{ km}^2$  をもつような検出器で、一年当たり数百個検出されることを意味している。

## 6.5 高エネルギーニュートリノ検出器

ニュートリノを用いたダークマターの間接検出観測としては、AMANDA (Antarctic Muon and Neutrino Detector Array) や IceCube などがある。これらは南極点にあり、氷を掘削して光電子増倍管を一定間隔でひも状に配置したものをを用いた検出器である。南極の氷の表面は透明度が低いいため、これらの検出器は氷の表面から 1km 以下に設置される。これらの光電子増倍管を用いて、上向きミュオンが氷中を走る際に発するチェレンコフ光を捕らえ、高エネルギーニュートリノの検出を行う。AMANDA は現在稼動中であり、 $10^3\text{m}^2$  の範囲を探索している。一方、IceCUBE は AMANDA を拡張したものであり、 $10^6\text{m}^2$  の範囲の探索を目指して建設中である。検出の概念図を図 6.3 に示す。

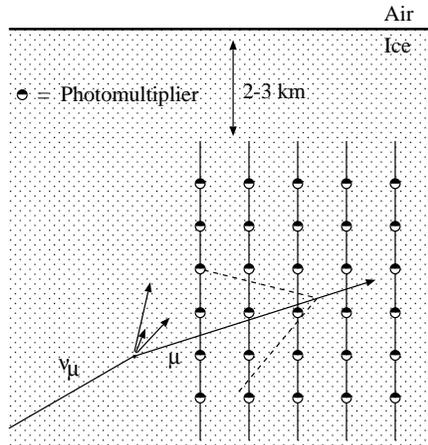


図 6.5: 南極の氷を用いたニュートリノの検出 (文献 [11] より引用)

一方、検出に際して予想されるバックグラウンドとしては次の三つが挙げられる。まず、太陽における核反応の際に放出されるニュートリノが挙げられる。これらのニュートリノの典型的なエネルギーは MeV 程度であるのに対し、ダークマターの対消滅からくるニュートリノのエネルギーはその質量の数分の一以上、つまり数十 GeV 以上である。このため、核反応の際に放出されるニュートリノはバックグラウンドとはならない。次に、宇宙線が太陽内部で相互作用し、その結果現れるニュートリノが挙げられる。これらのニュートリノ・フラックスは計算されているが、シグナルであるダークマターの対消滅によるニュートリノに比べ圧倒的に少ないことがわかっている。最後に、宇宙線が大気に入射した際に生じるニュートリノがバックグラウンドとして挙げられる。これらのニュートリノ・フラックスは詳細に計算されており、閾値  $1.7\text{GeV}$  以上のミュオンを積分したフラックスは

$$\Gamma_{\text{bg}} = 6.4 \times 10^{-2} \text{m}^{-2} \text{yr}^{-1} \text{sr}^{-1} \quad (6.18)$$

である。このバックグラウンドである大気ニュートリノは等方的に来るため、ダークマター由来のニュートリノと区別するためには、どの方向からくるかということを利用する。一方、ダークマター由来のニュートリノ・フラックスの広がり、太陽の大きさで決まるのではなく、ニュートリノからミュオンを生成した際の角度の揺らぎによって決まっており、 $14^\circ (E_{\text{thresh}}/10\text{GeV})^{-1/2}$  程度であり、立体角では  $0.18 (E_{\text{thresh}}/10\text{GeV})^{-1}$  となる。ただし、 $E_{\text{thresh}}$  は検出器の閾値である。このため、観測している方向からくるバックグラウンド・フラックスは (6.18) 式にこの角度の揺らぎを掛ける

ことにより求まり、

$$\Gamma_{\text{bg}} \simeq 1.2 \times 10^{-2} \left( \frac{E_{\text{thresh}}}{10\text{GeV}} \right)^{-1} \text{m}^{-2}\text{yr}^{-1} \quad (6.19)$$

程度である。この結果を前節のダークマター由来のフラックスと比較すると、同程度あるいはシグナルが大きくなっている。また、エネルギー閾値を上げていくことにより、バックグラウンド・フラックスはより小さくなっていく。このため、ダークマター由来のニュートリノの観測は優位に行われる。さらに、大気ニュートリノは非常に良く観測されているため、観測されたフラックスからこのバックグラウンドを差し引くことにより、より優位にダークマター検出観測を行うことができる。



## 第7章 まとめと今後の展望

様々な観測からダークマターの存在が確固としたものであることがわかった。

MSSMのニュートラリーノが非バリオンのダークマターの候補として有力である。まず、ニュートラリーノが非バリオンのダークマターとしての性質を満たしていることを確認した。さらに、ニュートラリーノの質量が $\mathcal{O}(100\text{GeV})$ 程度で、典型的な超対称性の破れのスケール $m_{\text{SUSY}}$ が $\mathcal{O}(\text{TeV})$ であれば、 $\Omega_{\chi_0} h^2 \sim \mathcal{O}(1)$ となるので、bino-like ニュートラリーノは非バリオンのダークマターの熱的残存量を説明することができるからである。

一般的な場合、許される相互作用が増え、断面積の値が大きくなるが、典型的な超対称性の破れのスケール $m_{\text{SUSY}}$ が大きいので、熱的残存量としては適切な値をとれることが期待される。

ニュートリノを用いたダークマター間接検出可能性については、ニュートラリーノ・ダークマター検出率をbino-likeで見積もると一年当たり数個から数百個検出されることがわかった。バックグラウンドとしては大気ニュートリノが最も多いが、ダークマター由来のフラックスと比較すると、同程度あるいはシグナルが大きくなっている。また、エネルギー閾値を上げていくことにより、バックグラウンド・フラックスはより小さくなっていく。このため、ダークマター由来のニュートリノの観測は優位に行われる。さらに、大気ニュートリノは非常に良く観測されているため、観測されたフラックスからこのバックグラウンドを差し引くことにより、より優位にダークマター検出観測を行うことができる。

一般的な場合、許される相互作用が増えるので、この値は大きくなることが期待される。



## 付録A MSSMの相互作用

ここでは、ニュートラリーノ・ダークマターの対消滅断面積を計算する際に必要となる相互作用についてまとめる。他の相互作用については、文献 [17, 26] を参照されたい。

まず、スフェルミオンを含む相互作用についてまとめる。二つの射影演算子  $\Pi_L$  を導入する。

$$\tilde{u}_{Li} = (\Pi_L)_{ik} \Theta_{kj}^u \tilde{u}_j, \quad \tilde{u}_{Ri} = (\Pi_R)_{ik} \Theta_{kj}^u \tilde{u}_j \quad (\text{A.1})$$

ダウン型のスクォークと荷電レプトンに対しても同様に定義できる。 $\Theta^f$  はスフェルミオン混合行列である。スニュートリノの場合、右巻きがないので、単に  $\Pi_L = 1$ 、 $\Pi_R = 0$  ととる。また、アップ型のスクォークが  $(\tilde{u}_L, \tilde{c}_L, \tilde{t}_L, \tilde{u}_R, \tilde{c}_R, \tilde{t}_R)$  の基底をとったとき、射影演算子の行列表現は、

$$\Pi_L = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{A.2})$$

$$\Pi_R = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (\text{A.3})$$

となる。最後に、ディラックスピノルに対するカイラル射影演算子を、 $P_L = \frac{1}{2}(1 - \gamma_5)$ 、 $P_R = \frac{1}{2}(1 + \gamma_5)$  と定義する。

フェルミオンとニュートラリーノとスフェルミオンの相互作用は

$$\mathcal{L}_{f\tilde{f}\chi^0} = \sum_{f=u,d,e} \bar{f}_i (P_R X'_{fijn} + P_L W'_{fijn}) \chi_n^0 \tilde{f}_j + \bar{\nu}_i P_R X'_{\nu ijn} \chi_n^0 \tilde{\nu}_j + \text{h.c.} \quad (\text{A.4})$$

で与えられる。カップリングは

$$\begin{aligned} X'_{fijn} &= X_{fn} (\Pi_L \Theta_f)_{ij} + Z_{fikn} (\Pi_R \Theta_f)_{kj}, \\ W'_{fijn} &= X_{fn} (\Pi_R \Theta_f)_{ij} + Z_{fikn} (\Pi_L \Theta_f)_{kj}, \end{aligned} \quad (\text{A.5})$$

である。ただし、

$$\begin{aligned} X_{fn} &= -g\sqrt{2}[T_{3f} N_{Wn}^* - \tan\theta_W(T_{3f} - e_f)N_{Bn}^*], \quad Y_{fn} = g\sqrt{2}\tan\theta_W e_f N_{Bn}^* \\ Z_{uijn} &= -\frac{g}{\sqrt{2}m_W \sin\beta} (M_u)_{ij} N_{H_u n}^*, \quad Z_{dijn} = -\frac{g}{\sqrt{2}m_W \cos\beta} (M_d)_{ij} N_{H_d n}^* \\ Z_{eijn} &= -\frac{g}{\sqrt{2}m_W \cos\beta} (M_e)_{ij} N_{H_e n}^* \end{aligned} \quad (\text{A.6})$$

である。

次に、スフェルミオンを除いた、ニュートラリーノ、チャージーノ、グルーイノを含む相互作用をまとめる。

$$\mathcal{L}_{W^\pm\chi^\pm\chi^0} = g W_\mu^- \bar{\chi}_n^0 \gamma^\mu [O_{nm}^L P_L + O_{nm}^R P_R] + \text{h.c.}, \quad (\text{A.7})$$

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{Z\chi\chi} &= \frac{g}{\cos\theta_W} Z_\mu \left[ \bar{\chi}_n^+ \gamma^\mu (O'_{nm}{}^L P_L + O'_{nm}{}^R P_R) \chi_m^- \right] \\ &\quad + \frac{1}{2} \frac{g}{\cos\theta_W} Z_\mu \left[ \bar{\chi}_n^0 \gamma^\mu (O''_{nm}{}^L P_L + O''_{nm}{}^R P_R) \chi_m^0 \right], \end{aligned} \quad (\text{A.8})$$

$$\mathcal{L}_{\gamma\chi\chi} = -e A_\nu \bar{\chi}_n^+ \gamma^\nu \chi_i^- \quad (\text{A.9})$$

カップリングは

$$\begin{aligned} O''_{nm}{}^L &= -O''_{nm}{}^{R*} = \frac{1}{2} (-N_{3n} N_{3m}^* + N_{4n} N_{4m}^*), \\ O'_{nm}{}^L &= -V_{1n} V_{1m}^* - \frac{1}{2} V_{2n} V_{2m}^* + \delta_{nm} \sin^2 \theta_W, \\ O'_{nm}{}^R &= -U_{1n}^* U_{1m} - \frac{1}{2} U_{2n} U_{2m} + \delta_{nm} \sin^2 \theta_W, \\ O_{nm}{}^L &= -\frac{1}{\sqrt{2}} N_{4n} V_{2m}^* + N_{2n} V_{1m}^*, \quad O_{nm}{}^R = \frac{1}{\sqrt{2}} N_{3n} U_{2m} + N_{2n}^* U_{1m} \end{aligned} \quad (\text{A.10})$$

で与えられる。ただし、 $N$  はニュートラリーノを対角化するエルミート行列であり、 $U, V$  はチャージノを対角化する行列である。

ヒッグスポソンとニュートラリーノとチャージノの相互作用は

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{H^0\chi^0\chi^0} &= \frac{1}{2} g H^0 \bar{\chi}_n^0 [T_{Hnm}^* P_L + T_{Hnm} P_R] \chi_m^0, \\ \mathcal{L}_{h^0\chi^0\chi^0} &= \frac{1}{2} g h^0 \bar{\chi}_n^0 [T_{hnm} P_L + T_{hnm} P_R] \chi_m^0, \\ \mathcal{L}_{A^0\chi^0\chi^0} &= \frac{1}{2} i g A^0 \bar{\chi}_n^0 [-T_{Anm} P_L + T_{Anm} P_R] \chi_m^0, \\ \mathcal{L}_{H^\pm\chi^\pm\chi^0} &= -g H^\pm \bar{\chi}_n^0 [Q'_{nm}{}^L P_L + Q'_{nm}{}^R P_R] \chi_m^\pm + \text{h.c.} \end{aligned} \quad (\text{A.11})$$

ここで現れるカップリングは

$$\begin{aligned} Q'_{nm}{}^L &= \cos\beta [N_{4n}^* V_{1m}^* + \sqrt{\frac{1}{2}} (U_{2n} + \tan\theta_W N_{1n}^*) V_{2m}], \\ Q'_{nm}{}^R &= \sin\beta [N_{3n} U_{1m} - \sqrt{\frac{1}{2}} (N_{2n} + \tan\theta_W N_{1n}) U_{2m}], \\ T_{Hnm} &= -\cos\alpha Q''_{nm} + \sin\alpha S''_{nm}, \quad T_{hnm} = \sin\alpha Q''_{nm} + \cos\alpha S''_{nm}, \\ T_{Anm} &= -\sin\beta Q''_{nm} + \cos\beta S''_{nm}, \\ Q''_{nm} &= \frac{1}{2} N_{3n} (N_{2m} - \tan\theta_W N_{1m}) + (n \leftrightarrow m), \\ S''_{nm} &= \frac{1}{2} N_{4n} (N_{2m} - \tan\theta_W N_{1m}) + (n \leftrightarrow m) \end{aligned} \quad (\text{A.12})$$

である。

## 付録B ニュートラリーノの対消滅断面積

ダークマターの速度は  $v \sim \mathcal{O}(10^{-3})$  であるので、残存量を計算する上では、ニュートラリーノの相対速度  $v$  が遅いとして計算してかまわない。したがって、消滅断面積を非相対論的極限 ( $v \rightarrow 0$ ) で展開すると、

$$\sigma_A v = a + bv^2 + \mathcal{O}(v^4) \quad (\text{B.1})$$

となる。ただし、 $a$  項は  $s$  波からの寄与であり、 $b$  項は  $s$  波と  $p$  波の両方からの寄与を含んでいる。

また、 $\chi\chi \rightarrow XY$  という過程を考えたときの運動学的不変量を

$$\beta(v) = \sqrt{1 - 2(m_X^2 + m_Y^2)/s + (m_X^2 - m_Y^2)/s^2} \quad (\text{B.2})$$

と定義する。

### B.1 フェルミオン終状態

ニュートラリーノが対消滅して、フェルミオンと反フェルミオンが対生成する場合、中間状態としては、図 B.1 に示したようにスフェルミオン、 $Z$  ボソン、擬スカラーのヒッグスボソン  $A$  が考えられる。

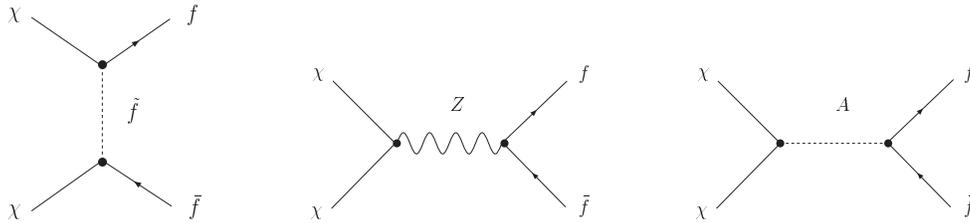


図 B.1:  $\chi\chi \rightarrow f\bar{f}$  に寄与するダイアグラム

よって、速度がゼロの極限での振幅つまり、 $s$  波の振幅は、

$$\mathcal{M}(\chi\chi \rightarrow f_i\bar{f}_i)_{v \rightarrow 0} = \mathcal{M}_{sf} + \mathcal{M}_Z + \mathcal{M}_A \quad (\text{B.3})$$

と表せる。

中間状態がスフェルミオンのときの寄与に対する振幅は、

$$\mathcal{M}_{sf} = \sqrt{2} \sum_{j=1}^6 \frac{1}{P_j} \left[ \{(X'_{fij0})^2 + (W'_{fij0})^2\} \frac{m_{f_i}}{m_\chi} + 2X'_{fij0}W'_{fij0} \right] \quad (\text{B.4})$$

となる。ただし、和はフェルミオンと結合する6つのスフェルミオンについての和である。フェルミオンの質量に比例する項を含んでいる。

$Z^0$  の寄与は、

$$\mathcal{M}_Z = 2\sqrt{2} \frac{g^2}{\cos^2 \theta_W} O_{00}^L T_3(f_i) \frac{m_{f_i} m_\chi}{m_Z^2} \quad (\text{B.5})$$

となり、この振幅もフェルミオンの質量に比例する。

ヒッグスが飛ぶ場合の寄与は、

$$\mathcal{M}_A = 4\sqrt{2} g T_{A00} h_{Aff} \frac{1}{4 - (\frac{m_A}{m_\chi})^2 + i\Gamma_A \frac{m_A}{m_\chi^2}} \quad (\text{B.6})$$

である。

したがって、速度がゼロの極限での断面積は、

$$\sigma(\chi\chi \rightarrow \bar{f}_i f_i)_{v \rightarrow 0} = \frac{c_f \beta_f}{128\pi m_\chi^2} |\mathcal{M}(\chi\chi \rightarrow f_i \bar{f}_i)_{v \rightarrow 0}|^2 \quad (\text{B.7})$$

となる。ただし、 $\beta_f = \sqrt{1 - m_f^2/m_\chi^2}$  である。

## B.2 ウィークゲージボソン終状態

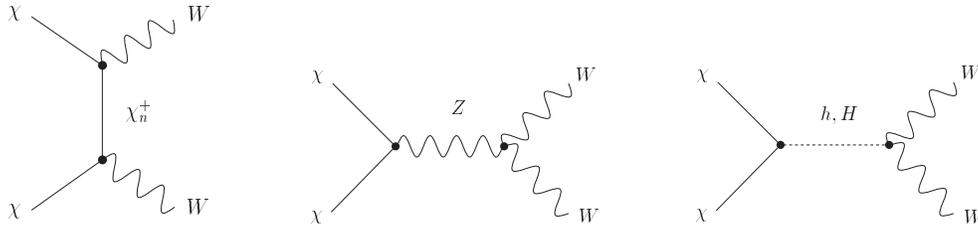


図 B.2:  $\chi\chi \rightarrow W^+W^-$  に寄与するダイアグラム

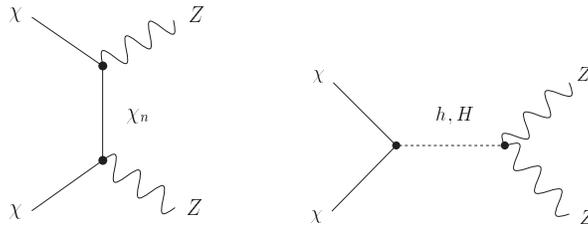


図 B.3:  $\chi\chi \rightarrow Z^0 Z^0$  に寄与するダイアグラム

$W$  ボソンが対生成される速度ゼロの極限での振幅はチャージノの交換で決まり、

$$\mathcal{M}(\chi\chi \rightarrow W^+W^-)_{v \rightarrow 0} = 2\sqrt{2} \beta_W \sum_{n=1}^2 [(O_{0n}^L)^2 + (O_{0n}^R)^2] \frac{1}{F_n} \quad (\text{B.8})$$

となる。ただし、 $P_n = 1 + (m_{\chi_n^\pm}/m_\chi)^2 - (m_W/m_\chi)^2$ 、 $\beta_W = \sqrt{1 - m_W^2/m_\chi^2}$ 、和は2つのチャージーノの状態についてとる。 $Z$  ボソンが対生成される速度ゼロの極限での振幅はニュートラリーノの交換で決まり、

$$\mathcal{M}(\chi\chi \rightarrow Z^0 Z^0)_{v \rightarrow 0} = 4\sqrt{2}\beta_Z \frac{g^2}{\cos^2 \theta} \sum_{n=1}^4 (O_{0n}^{\prime L})^2 \frac{1}{P_n} \quad (\text{B.9})$$

となる。ただし、 $P_n = 1 + (m_{\chi_n^\pm}/m_\chi)^2 - (m_Z/m_\chi)^2$ 、 $\beta_W = \sqrt{1 - m_Z^2/m_\chi^2}$ 、和は4つのニュートラリーノの状態についてとる。

これらの振幅によって  $v \rightarrow 0$  の断面積は、

$$\sigma(\chi\chi \rightarrow VV)_{v \rightarrow 0} v = \frac{1}{S_V} \frac{\beta_V}{128\pi m_\chi^2} |\mathcal{M}(\chi\chi \rightarrow VV)_{v \rightarrow 0}|^2 \quad (\text{B.10})$$

ただし、 $V$  はベクトル・ボソン  $W$  または  $Z$  を表している。

### B.3 ヒッグスボソンを含んだ終状態

始状態のニュートラリーノ二体の  $CP = -1$  であるので、 $CP$  の保存によって消えてしまう  $s$  波の振幅がある。つまり終状態の  $CP = +1$  となる、 $\chi\chi \rightarrow h^0 h^0$ 、 $\chi\chi \rightarrow H^0 H^0$ 、 $\chi\chi \rightarrow A^0 A^0$ 、 $\chi\chi \rightarrow H^+ H^-$ 、 $\chi\chi \rightarrow Z^0 A^0$  は  $s$  波の振幅はゼロである。

$\chi\chi \rightarrow A^0 H^0$  に対する速度ゼロの極限での振幅は、

$$\begin{aligned} \mathcal{M}(\chi\chi \rightarrow H^0 A^0)_{v \rightarrow 0} = \sqrt{2}g^2 \left\{ -4 \sum_{n=1}^4 T_{H0n} T_{A0n} \left[ \frac{m_{\chi_n}}{m_\chi P_n} - \frac{m_A^2 - m_H^2}{m_\chi^2} \right] \right. \\ \left. + 2 \frac{m_Z \cos(\alpha + \beta) \cos 2\beta}{m_\chi} \frac{T_{A00}}{2 \cos \theta_W} \frac{T_{A00}}{4 - m_A^2/m_\chi^2} \right. \\ \left. - \frac{\sin(\alpha - \beta) O_{L00}^{\prime} m_A^2 - m_H^2}{2 \cos^2 \theta_W} \frac{m_A^2 - m_H^2}{m_Z^2} \right\} \quad (\text{B.14}) \end{aligned}$$

となり、 $\chi\chi \rightarrow A^0 h^0$  に対しては、

$$\begin{aligned} \mathcal{M}(\chi\chi \rightarrow h^0 A^0)_{v \rightarrow 0} = \sqrt{2}g^2 \left\{ -4 \sum_{n=1}^4 T_{h0n} T_{A0n} \left[ \frac{m_{\chi_n}}{m_\chi P_n} - \frac{m_A^2 - m_h^2}{m_\chi^2} \right] \right. \\ \left. - 2 \frac{m_Z \sin(\alpha + \beta) \cos 2\beta}{m_\chi} \frac{T_{A00}}{2 \cos \theta_W} \frac{T_{A00}}{4 - m_A^2/m_\chi^2} \right. \\ \left. - \frac{\cos(\alpha - \beta) O_{L00}^{\prime} m_A^2 - m_h^2}{2 \cos^2 \theta_W} \frac{m_A^2 - m_h^2}{m_Z^2} \right\} \quad (\text{B.15}) \end{aligned}$$

となる。ただし、 $P_n = 1 + (m_{\chi_n}/m_\chi)^2 - 1/2(m_A/m_\chi)^2 - 1/2(M/m_\chi)^2$ 、 $M$  は  $m_{h^0}$  か  $m_{H^0}$  のどちらかである。

これらの過程のそれぞれに対する断面積は、与えられた振幅によって、

$$\sigma(\chi\chi \rightarrow XY)_{v \rightarrow 0} v = \frac{\beta_{XY}}{128\pi m_\chi^2} |\mathcal{M}(\chi\chi \rightarrow XY)_{v \rightarrow 0}|^2 \quad (\text{B.16})$$

となる。

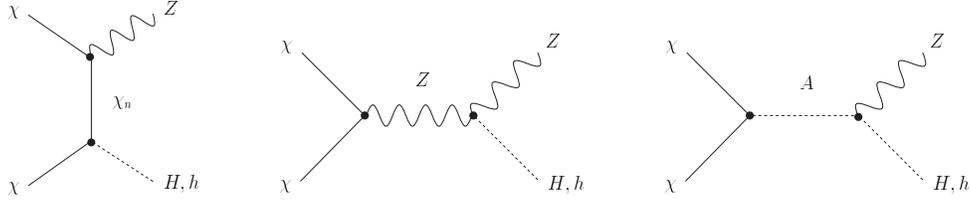


図 B.4:  $\chi\chi \rightarrow Z^0 H^0$  と  $\chi\chi \rightarrow Z^0 h^0$  に寄与するダイアグラム

$\chi\chi \rightarrow Z^0 H^0$  に対する s 波の振幅は、

$$\begin{aligned} \mathcal{M}(\chi\chi \rightarrow Z^0 H^0)_{v \rightarrow 0} = & -2\sqrt{2}\beta_{ZH} \frac{m_\chi}{m_Z} \frac{g^2}{\cos\theta_W} \left[ -2 \sum_{n=1}^4 O''_{L0n} T_{H0n} \frac{m_{\chi_n} - m_\chi}{m_\chi P_n} \right. \\ & + O''_{L00} \frac{m_\chi \cos(\alpha - \beta)}{m_Z \cos\theta_W} \\ & \left. - \frac{2 \sin(\alpha - \beta) T_{A00}}{4 - m_A^2/m_\chi^2 + i\Gamma_A m_A/m_\chi^2} \right] \end{aligned} \quad (\text{B.11})$$

となる。

$$\begin{aligned} \mathcal{M}(\chi\chi \rightarrow Z^0 h^0)_{v \rightarrow 0} = & -2\sqrt{2}\beta_{Zh} \frac{m_\chi}{m_Z} \frac{g^2}{\cos\theta_W} \left[ -2 \sum_{n=1}^4 O''_{L0n} T_{h0n} \frac{m_{\chi_n} - m_\chi}{m_\chi P_n} \right. \\ & + O''_{L00} \frac{m_\chi \sin(\alpha - \beta)}{m_Z \cos\theta_W} \\ & \left. - \frac{2 \cos(\alpha - \beta) T_{A00}}{4 - m_A^2/m_\chi^2 + i\Gamma_A m_A/m_\chi^2} \right] \end{aligned} \quad (\text{B.12})$$

$$\begin{aligned} \mathcal{M}(\chi\chi \rightarrow W^\pm H^\mp)_{v \rightarrow 0} = & 4\sqrt{2}\beta_{WH} g^2 \left[ -\frac{1}{2} \sum_{n=1}^2 \frac{m_\chi}{m_W} \frac{O_{0n}^R Q_{0n}^{\prime R} - O_{0n}^L Q_{0n}^{\prime L}}{P_n} \right. \\ & + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^2 \frac{m_{\chi_n^\pm}}{m_W} \frac{O_{0n}^R Q_{0n}^{\prime L} - O_{0n}^L Q_{0n}^{\prime R}}{P_n} \\ & \left. - \frac{m_\chi}{m_W} \frac{T_{A00}}{4 - m_A^2/m_\chi^2} \right] \end{aligned} \quad (\text{B.13})$$

ただし、 $P_n = 1 + (m_{\chi_n^\pm}/m_\chi)^2 - 1/2(m_{H^\pm}/m_\chi)^2 - 1/2(m_W/m_\chi)^2$  である。

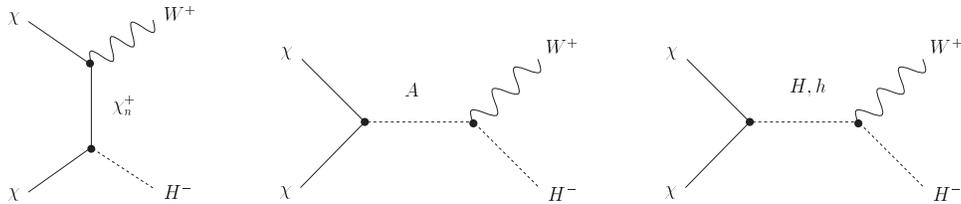


図 B.5:  $\chi\chi \rightarrow W^+ H^-$  に寄与するダイアグラム

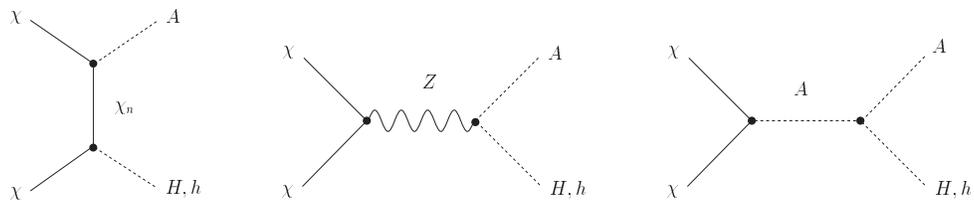


図 B.6:  $\chi\chi \rightarrow A^0 H^0$  と  $\chi\chi \rightarrow A^0 h^0$  に寄与するダイアグラム



## 謝辞

指導教官の佐藤丈助教授には、日頃のご指導に加え、本研究においても有益かつ鋭いアドバイスを頂きました。白藤教授、谷井助教授、また物理学科の諸先生方には、講義、輪講を通じて大変お世話になりました。

東大の研究員の小暮兼三さん（現京大助手）や松本重貴さんには、議論をして頂き、多くの有益なアドバイスを頂きました。また、理論研究室の学生の方々にも大変お世話になりました。

これらの方々のおかげで修士論文を書き上げることができました。心から感謝いたします。



## 参考文献

- [1] WMAP Collaboration Web Site. <http://map.gsfc.nasa.gov/>.
- [2] D.N.Spergel et.al [WMAP Collaboration]. *Astrophys. J. Suppl.* **148**, 175 (2003). arXiv:astro-ph/0302209.
- [3] E.Corbelli and P.Salucci. *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **311**, 411 (2000).
- [4] ISAS ニュースホームページ. <http://www.isas.ac.jp/ISASnews/ISASnews.html>.
- [5] R.A.Knop et al. [Supernova Cosmology Project]. arXiv:astro-ph/0309368.
- [6] D Tytler, J M. O’Meara, N Suzuki, and D Lubin. arXiv:astro-ph/0001318.
- [7] Supernova Cosmology Project Web Site. <http://supernova.lbl.gov/>.
- [8] E.W.Kolb and M.S.Turner. *The Early Universe*. Westview press, (1990).
- [9] S.P.Martin. arXiv:hep-ph/9709356. 1997.
- [10] G Jungman and M Kamionkowski. *Phys.Rev. D* **51**, 328 (1995).
- [11] J.Edsjö. arXiv:hep-ph/9704384.
- [12] AMANDA Collaboration Web Site. <http://amanda.physics.wisc.edu/>.
- [13] IceCUBE Collaboration Web Site. <http://icecube.wisc.edu/>.
- [14] バーバラ・ライデン (牧野伸義訳). 宇宙論入門. ピアソンエデュケーション, (2003).
- [15] 松原隆彦. 「観測的宇宙論」の講義ノート. <http://www.a.phys.nagoya-u.ac.jp/~taka/>.
- [16] 坂井伸之. 現代物理最前線 2 「ビッグバン宇宙論は超えられるか」. 共立出版, (2000).
- [17] M.Kamionkowski G.Jungman and K.Griest. *Phys. Rep.* **267**, 195 (1996).
- [18] 小玉英雄. 宇宙のダークマター. サイエンス社, (1992).
- [19] 須藤靖. ダークマターと銀河宇宙. 丸善, (1993).
- [20] L.Bergström. *Rep. Prog. Phys.* **63**, 793 (2000).
- [21] F Zwicky. *Helv. Phys. Acta* **6**, 110 (1933).
- [22] S.D.M.White et al. *Nature* **366**, 429 (1993).
- [23] B.W.Lee and S.Weinberg. *Phys. Rev. Lett.* **39**, 165 (1977).
- [24] R.D. Peccei and H.R. Quinn. *Phys. Rev. Lett.* **38**, 1440 (1977).

- [25] Wess and Bagger. *Supersymmetry and Supergravity*. Princeton University Press, (1983).
- [26] H.E.Haber and G.L.Kane. *Phys. Rep.* **117**, (1985) 75.
- [27] 長島順清. 高エネルギー物理学の発展. 朝倉書店, (1999).
- [28] D.bailin and A.Love. *Supersymmetric gauge field theory and string theory*. Institute of Physics Pub., (1994).
- [29] D.Abrams et al. [CDMS Collaboration]. *Phys.Rev.D* **66**, 122003 (2002). arXiv:astro-ph/0203500.
- [30] A.Benoit et al. *Phys. Lett.* **B 545**, 43 (2002). arXiv:astro-ph/0206271.
- [31] M.Drees and M.M.Nojiri. *Phys.Rev.* **D 47**, 376 (1993).
- [32] K Griest and D Seckel. *Nucl.Phys.* **B 283**, 681 (1987).
- [33] M.E.Peskin and D.V.Schröder. *An Introduction to Quantum Field Theory*. Westview press, (1995).
- [34] Itzykson and Zuber. *Quantum Field Theory*. McGraw-Hill Inc., (1980).
- [35] 日置善郎. 場の量子論. 吉岡書店, (1999).
- [36] 九後汰一郎. ゲージ場の量子論. 培風館, (1989).