

2015 年度 卒業論文

宇宙年齢と距離指標

2016 年 3 月 6 日

担当教員 佐藤丈先生

埼玉大学理学部物理学科
素粒子論研究室

11RP013 塩崎悠真

目次

第1章 はじめに

第2章 本論

2.1 導入

2.2 宇宙年齢と距離の調べ方

2.3 物質優勢期について詳しく見る

第3章 まとめ

参考文献

第1章 はじめに

我々は天体を観測することにより、宇宙の一部を知ることが出来る。観測から得られた情報を頼りに、宇宙に関する様々な情報を導き出している。より宇宙について詳しく知るために、宇宙のどこに何があるのか、宇宙がはじまってどのくらいの時期に、何があったのかを知る手法を学ぶことに私は着目した。観測した天体がどの程度離れた距離にあるのか、観測した天体が活躍していた時期は宇宙が生まれて何年後の頃なのかを策定する手法を本論でまとめていきたい。

第2章 本論

2.1 導入

宇宙には、巨大な大規模構造から極微の素粒子まで様々な階層があり成り立っている。例えば、私がいま宇宙論の勉強をしていても宇宙の全体構造には全く影響しない。宇宙の構造を調べようとするとき、まずは大きなスケールからとらえて、徐々に近似の精度を上げながら細部を調べていく。さらには実際の宇宙の観測と比較していくことで、宇宙像をとらえていくという手法がとられる。

まず宇宙には中心という概念がなく、特別な方向もない。つまり宇宙は大局的スケールにおいて一様かつ等方なのである。この 2 つの仮定を宇宙原理という。

いま宇宙は膨張を続けている。ある天体とある天体の運動を考えると、この 2 天体それぞれ単体の運動だけでなく、宇宙の膨張による運動もある。そうすると単に 2 天体同士の相対的な物理的距離をはかることが難しい。宇宙のどの場所にも宇宙が等方に見えるようにとった、膨張する宇宙の広がりとともに動くような座標の取り方を共動座標という。また、そのようにとる観測者のことを基本観測者という。

2 人の基本観測者が基準時刻 t_0 で微小距離 $dl(t_0)$ だけ離れているとする。他の

時刻 t における距離は

$$dl(t) = a(t)dl(t_0)$$

となる。この比例定数 $a(t)$ は宇宙の膨張、収縮度合いを表すもので、スケール因子という。

また、

$$a(t_0) = 1$$

である。

宇宙原理を満たす一般的な時空の計量としてロバートソンウォーカー計量がある。曲率が 0 の場合

$$ds^2 = -c^2 dt^2 + a^2(t)[dx^2 + x^2(d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2)]$$

という形に表される。ここで、この座標 x は、基準とした現在時刻以外において空間とともに伸縮するため、一般の時刻では実際の距離ではない。時刻 t において原点と座標 x の点との間の実際の距離は、 $a(t)x$ となる。このように空間とともに伸縮する距離 x のことを共動距離という。時刻 t_1 において点 x_1 を出発した光を、現在時刻 t_0 に原点 $x = 0$ で観測するものとする。光線は原点まで測地線 $ds = 0$ に沿って進み、空間の等方性により角度のパラメータも 0 になる。よって光線上で

$$cdt = -a(t)dx$$

が成り立つ。これを光線に沿って積分して

$$x_1 = \int_{t_1}^{t_0} \frac{cdt}{a(t)}$$

となる。赤方偏移 z は波長の伸び具合をあらわす量である。

$$z \equiv \frac{\lambda_0 - \lambda_1}{\lambda_1}$$

で定義される。赤方偏移とスケール因子の関係が以下のようになる。

$$1 + z = \frac{\lambda_0}{\lambda_1} = \frac{a(t_0)}{a(t_1)} = \frac{1}{a(t_1)}$$

ここでいえることは宇宙時間 t とスケール因子が一対一対応しており、宇宙時間 t と赤方偏移も一対一対応しているということである。スケール因子は共動距離との対応もある。

$$x = \int_t^{t_0} \frac{cdt}{a} = \int_a^1 \frac{cda}{a^2 H} = \int_0^z \frac{cdz}{H}$$

このような積分変数の変換で式が与えられることから、宇宙時間、スケール因子、赤方偏移、共動距離はすべてお互い同士で対応し合うことがいえる。ここで、 H は任意の時刻 t での膨張率をあらわしていて、ハッブルパラメータという。

$$H \equiv \frac{\dot{a}(t)}{a(t)}$$

2.2 宇宙年齢と距離の調べ方

我々が宇宙について何か知ろうとするとき、天体を観測する。観測した天体から得た何らかのデータをもとに、その天体が活躍していた時期は宇宙が始まってから何年後なのか、その天体と観測者との距離はどのくらいあるのかなどを知りたい。このような宇宙年齢と距離の調べ方について紹介する。

光源が遠ざかれば遠ざかるほど、みかけの明るさは暗くなる。そこで光源の絶対的な明るさを知ることにより、そこから距離の指標とすることが出来る。膨張宇宙における天体の光度とみかけの明るさから見積もった距離のことを光度距離といい、次式で定義される。

$$d_L \equiv \sqrt{\frac{L_{bol}}{4\pi F_{bol}}} = (1+z)r(z)$$

光度 L とみかけの明るさフラックス F （単位面積、単位時間あたりに観測者がうけるエネルギー）が用いられている。

この光度距離は実際の物理的距離そのものではないが、重要な距離を見積もる指標として用いられる。

可視光による観測で指標として使われる天体の明るさに、等級がある。ゼロ等級に対応する基準フラックスを F_0 とすると、みかけの等級 m は

$$m = -2.5 \log\left(\frac{F_{bol}}{F_0}\right)$$

で与えられる。ある天体を 10pc 離れたところから見た時のみかけの等級を絶対等級 M という。

$$M = -2.5 \log\left(\frac{F_{bol,10pc}}{F_0}\right)$$

みかけの等級と絶対等級から、光度距離を求めることが出来る。

$$d_L = 10^{1+0.2(m-M)} pc$$

光度距離の求め方は他にもある。これまでの式を使って光度距離を赤方偏移で表わすことが出来る。

$$\frac{cdz}{H} = dx = \frac{dr}{\sqrt{1-Kr^2}}$$

以前求めた共動距離を表わす式は

$$x(z) = \int_0^z \frac{cdz}{H(z)}, r(z) = S_K[x]$$

上の 2 式目は、曲率がゼロの時、

$$S_K[x(z)] = x(z)$$

である。光度距離は定義式を書き換えて

$$d_L = (1+z)S_K\left[\int_0^z \frac{cdz}{H}\right]$$

とかける。なお、赤方偏移が小さい近傍宇宙では、ハッブルの法則が成り立ち、

$$d_L = \frac{cdz}{H_0} \quad (z \ll 1)$$

と表すことが出来る。

ここまででわかったことは、観測した天体のみかけの明るさをもとに距離を見積もることができ、その距離が赤方偏移と結びついているということである。

この考え方をもとに発展している手法を紹介する。Ia 型超新星を使って、遠方宇宙における距離指標を赤方偏移の関数として求めるものである。Ia 型超新星は非常に明るいため、標準光源として用いるのに適している。

次に宇宙時間について考える。とある時刻 t から現在時刻 t_0 までの時間から、積分変数の変換により次のような式を導くことが出来る。

$$t_0 - t = \int_t^{t_0} dt = \int_a^1 \frac{da}{da/dt} = \int_a^1 \frac{da}{aH} = \int_0^z \frac{dz}{(1+z)H}$$

ある天体を観測した時に、その天体の赤方偏移に対応する時刻が次の式で表わされる。

$$t = \int_0^a \frac{da}{aH} = \int_z^\infty \frac{dz}{(1+z)H}$$

2.3 物質優勢期について詳しく見る

宇宙が始まってから今に至るまで、さまざまなことがあった。放射成分が主に活躍していた時期、物質成分が主に活躍していた時期、ダークエネルギー成分が加わった時期というように、宇宙の進化に伴って優勢エネルギー成分は変化する。ここで、物質成分に対応するのは、原子などのバリオン成分と非相対論的なダークマターである。また、放射成分に対応するのは、光子と相対論的なニュートリノである。

宇宙の膨張則を支配する式をフリードマン方程式といい、以下のように表わす。

$$\frac{\dot{a}}{a} = \frac{8\pi G}{3c^2} \sum_A \rho_A$$

ただし曲率が 0 の場合を考えている。右辺に複数ある項のうち、1 つの項が他の項に比べて卓越する時期があれば、その時の膨張則は単純になる。そういう時期のことをその項の優勢期という。

各エネルギー成分はスケール因子に依存することが知られている。全体のエネルギー密度は

$$\rho = \rho_r + \rho_m + \rho_d = \frac{\rho_{r0}}{a^4} + \frac{\rho_{m0}}{a^3} + \rho_{d0} \exp\left[3 \int_a^{a_0} (1 + w_d) \frac{da}{a}\right]$$

となる。これをフリードマン方程式に代入すると

$$\dot{a} = H_0^2 \left\{ \frac{\Omega_{r0}}{a^2} + \frac{\Omega_{m0}}{a} + \Omega_{d0} a^2 \exp\left[3 \int_a^{a_0} (1 + w_d) \frac{da}{a}\right] \right\}$$

となる。放射成分、物質成分、ダークエネルギーのそれぞれに起因する項が、それぞれ異なった形でスケール因子の成長に寄与していることが分かる。

例えば、物質優勢期について考える。物質優勢期に入ってから十分時間が経過した時、物質成分が支配的になっている。そしてフリードマン方程式は

$$\dot{a}^2 = \frac{H_0^2 \Omega_{m0}}{a}$$

となっている。この式の解は

$$a = \left(\frac{3}{2} H_0 \sqrt{\Omega_{m0}} t \right)^{2/3}$$

となるので、t について解くことで、物質成分が活躍していた時期は宇宙が始まってどのくらいの時期なのかが分かる。

$$t = \frac{2a^{3/2}}{3H_0\sqrt{\Omega_{m0}}} = 2.057 \times 10^{17} (1+Z)^{-3/2} \Omega_{m0}^{-1/2} h^{-1} \text{sec}$$

$$= 6.519 \times 10^9 (1+Z)^{-3/2} \Omega_{m0}^{-1/2} h^{-1} \text{yrs}$$

直接観測ができる天体は物質優勢期以後のものである。その時時間に依存するハッブルパラメータ H を赤方偏移 z で表わすと、

$$H(z) = H_0 \sqrt{(1+z)^3 \Omega_{m0} + \Omega_{d0} \exp(3 \int_0^z \frac{1+w_d}{1+z} dz)}$$

となる。これにより、距離指標と赤方偏移の関係を結びつけることができた。つまり、共動距離、光度距離はそれぞれ

$$x(z) = \int_0^z \frac{cdz}{H(z)}$$

$$d_L(z) = (1+z) S_K[x(z)]$$

となる。ただし、今回は曲率がゼロの場合を考えているので、

$$S_K[x(z)] = x(z)$$

である。

第3章 まとめ

観測から得られた天体の明るさや赤方偏移をもとに、観測者からその天体までの距離が分かった。また、観測から得られた天体の赤方偏移からその天体が存在していた時刻が分かる。つまり、赤方偏移が宇宙における距離指標と時刻を結んでいるのである。

フリードマン方程式から各優勢期の時刻を推定することが出来る。

参考文献

- [1]現代宇宙論 時空と物質の共進化 松原隆彦
- [2]時空と重力 藤井保憲