

# Mind the gap on IceCube

Fumihiro Kaneko\*

*Department of physics, Saitama University,  
Shimo-Okubo 255, 338-8570 Saitama Sakura-ku, Japan*

---

\* [kaneko@krishna.th.phy.saitama-u.ac.jp](mailto:kaneko@krishna.th.phy.saitama-u.ac.jp)

## 概要

IceCube 実験とは宇宙で生成された高エネルギーのニュートリノを観測する実験である。観測により、謎多き天体、Active Galactic Neuclei(AGN), Gamma Ray Burst(GRB) や中性子星などの情報が得られる。また、現在の地上実験では到達不能な TeV 以上のエネルギー領域のニュートリノ観測は、Dark Matter やニュートリノについての新しい物理に近づくことも可能にする。

最新の IceCube 実験の報告では、数百 TeV～数 PeV の領域に宇宙ニュートリノが観測されており、それらニュートリノは銀河外に起源を持つものを含んでいることが示されている。銀河外で生成された宇宙ニュートリノは地球で観測されるまで、宇宙背景ニュートリノ (Cosmic Neutrino Background  $C\nu B$ ) の中を  $\text{Mpc}(= 10^{22}[\text{m}])$  以上に渡り伝搬する。素粒子標準理論 (Standard Model, SM) が完全に素粒子の性質を決定づけているならば、ニュートリノの相互作用は弱く、銀河外で生成された宇宙ニュートリノは  $C\nu B$  に散乱されることなく地球に到達する。しかし、SM は未解決問題を含むため拡張 (Beyond the SM, BSM) が必要である。その BSM 候補の一つとしてニュートリノ自己相互作用 (Secret Neutrino Interaction  $\nu SI$ ) を導入するものが存在し、 $\nu SI$  を考えた場合 SM と比較してより強い結合定数をニュートリノに持たせることが可能である。ゆえに、 $\nu SI$  存在下では、宇宙ニュートリノと  $C\nu B$  の散乱が生じ、IceCube 実験結果に影響を与えうる。IceCube 実験結果の特徴として 400TeV～1000TeV 間に宇宙ニュートリノが観測されていない”IceCube Gap”が挙げられる。本論文では、 $\nu SI$  を通じた宇宙ニュートリノと  $C\nu B$  の散乱によって、IceCube Gap を説明する。先行研究において IceCube Gap は  $\nu SI$  を媒介する粒子の”共鳴散乱”により説明されていた。そして、その  $\nu SI$  媒介粒子の質量は MeV 程度でなければならないことが示されていた。偶然にも、レプトン間の相互作用を媒介する MeV 質量の粒子導入により素粒子物理学の謎であるミューオン異常磁気能率  $g_\mu - 2$  が解決可能であるという先行研究も存在していた。

本論文ではこの一致、MeV スケール媒介粒子の導入に注目し、 $\nu SI$  を含む Gauged  $L_\mu - L_\tau$  モデルにより IceCube Gap と  $g_\mu - 2$  を同時に解決する。この 2 つの問題の内、 $g_\mu - 2$  に関しては既に  $L_\mu - L_\tau$  モデルを使用した議論が十分になされており、 $g_\mu - 2$  を説明する  $L_\mu - L_\tau$  モデルパラメーター領域が示されている。そこで本論文では、そのパラメーター領域内にもう 1 つの問題である IceCube Gap を説明するパラメーターが存在するかどうか議論する。この議論は  $L_\mu - L_\tau$  相互作用存在下での宇宙ニュートリノフラックスの理論計算に基づく。

## CONTENTS

I. 序論	5
II. IceCube 実験	7
A. セットアップ	7
B. 検出原理	8
C. 宇宙ニュートリノ源	12
III. $\nu$ SI と IceCube Gap	12
A. $\nu$ SI	13
B. $\nu$ SI と宇宙ニュートリノ	14
C. 共鳴散乱と MeV 粒子	15
IV. $L_\mu - L_\tau$ モデル	17
A. ラグランジアン	17
B. $g_\mu - 2$	18
C. Neutrino trident production process	19
V. 平均自由行程とニュートリノフラックス	20
A. Cross Section	21
B. 平均自由行程	23
C. Gap の位置、幅とパラメーターの関係	25
D. 400 ~ 1000TeV Gap	28
VI. Summary	31
A. $L_\mu - L_\tau$ モデルでの量子異常キャンセル	32
B. $L_\mu - L_\tau$ モデルでのニュートリノ混合角 $\theta_{23}$	33
C. NEXT WORK	34
1. 輸送方程式	34
2. 輸送方程式の宇宙ニュートリノフラックス計算への適用	38
3. 数値計算、自由な流れ	40
4. 課題	43

D. パラメーター	45
謝辞	46
References	46

## I. 序論

IceCube 実験とは南極地下にある巨大な氷を使用した高エネルギーニュートリノの観測実験である。荷電粒子が氷を通過する際のチェレンコフ光を利用し、IceCube は宇宙で生成されたニュートリノ、”宇宙ニュートリノ”を観測している。この IceCube の最新の結果 [1] によると、IceCube では約 3 年間で数百 TeV～数 PeV 領域の高エネルギーニュートリノを 37 事象観測した。IceCube で検出される粒子は、宇宙ニュートリノ以外に宇宙線が大気を通過する際に生成される大気ニュートリノや、大気ミューオンが存在する。これら大気で生成された粒子は、IceCube 実験の背景事象となる。37 事象はこれら背景事象から予想される事象数から  $6\sigma$  程度上回っていることから、観測されているニュートリノに宇宙ニュートリノが含まれていることが示された (FIG.1)。また、到来方向分布に偏りはないことから銀河外の宇宙ニュートリノが観測されていることも同時に示された。この銀河外で生成された

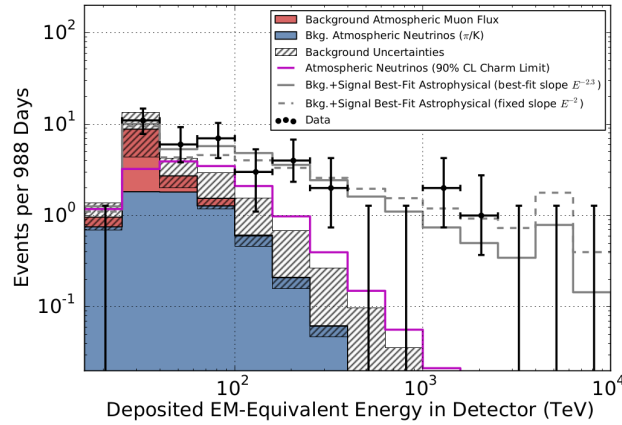


FIG. 1. IceCube で観測された高エネルギーニュートリノの事象数 [1]。横軸は実際のニュートリノのエネルギーではなく、ニュートリノが相互作用を通じて IceCube 内に落したエネルギーである。黒点で表わされる測定値が斜線領域で表される全ての背景事象の足し合わせを上回っている。このことから、宇宙ニュートリノの検出が示された。

宇宙ニュートリノは地球で観測されるまで、Mpc( $= 10^{22}$ [m]) 以上に渡り宇宙空間を伝搬する。その宇宙空間には希薄なガスや宇宙マイクロ背景輻射 (Cosmic Micro Background CMB)、そして CMB と同様に宇宙初期において生成された宇宙背景ニュートリノ (Cosmic Neutrino Background  $C\nu B$ ) が存在するが、宇宙ニュートリノは  $C\nu B$  などには散乱されないと考えられている。なぜならば、数多くの素粒子実験結果を説明してきた素粒子標準理論 (Standard Model, SM) の枠組みではニュートリノの相互作用は弱いからである。しかし、同時にこの標準理論はニュートリノ質量、ゲージ階層性の問題などの未解決問題を含んでおり、それら問題の解決に向けて標準理論を拡張した理論 (Beyond the Standard Model, BSM) が模索されている。その可能な BSM 候補の一つとしてニュートリノ自

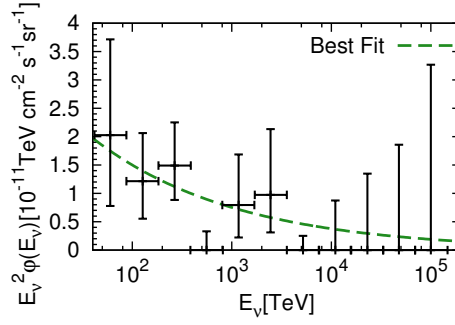


FIG. 2. IceCube 実験による宇宙ニュートリノフラックスの実験値とべき乗則による Best Fit =  $1.5 \times 10^{-8} \times \left(\frac{E_\nu}{100[\text{TeV}]}\right)^{-0.3} [\text{GeV cm}^{-2} \text{s}^{-1} \text{sr}^{-1}]$  [1]。

己相互作用 (Secret Neutrino Interaction,  $\nu\text{SI}$ ) を導入する理論が存在する。 $\nu\text{SI}$  では標準理論の相互作用より大きな相互作用をニュートリノに持たせることが可能であり、宇宙ニュートリノは  $C\nu B$  に散乱されうる。そして、その散乱は IceCube 実験結果に影響を及ぼす。[2, 3] (FIG.3)。

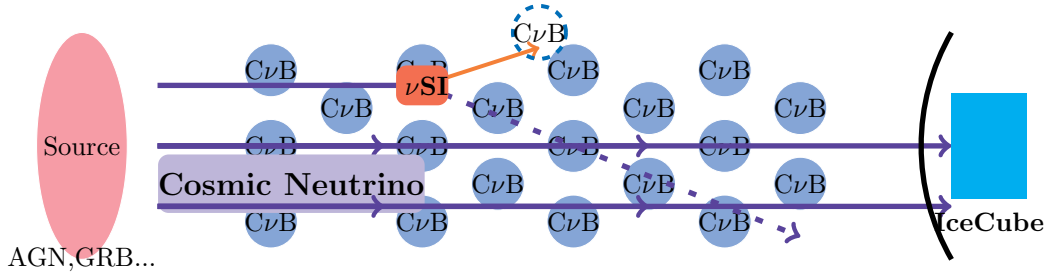


FIG. 3. 宇宙ニュートリノが生成され IceCube に観測されるまでの模式図。銀河外からの宇宙ニュートリノについては  $\nu\text{SI}$  により  $C\nu B$  と相互作用する可能性がある。

IceCube 実験による宇宙ニュートリノエネルギースペクトラム (FIG.2) の特徴として、 $400 \sim 1000[\text{TeV}]$  の範囲だけニュートリノが観測されていないことが挙げられる。この IceCube Gap を説明するために本論文では、 $\nu\text{SI}$  を通じた宇宙ニュートリノと  $C\nu B$  の散乱を考える。 $\nu\text{SI}$  を使用した先行研究 [4, 5] では、“共鳴散乱” を使用して IceCube Gap を説明している。共鳴散乱とは、散乱過程の始状態のエネルギーが相互作用を媒介する粒子のエネルギーと等しい時に起こる、散乱振幅の急激な上昇のことである。 $\nu\text{SI}$  を媒介する粒子の共鳴散乱により  $400 \sim 1000[\text{TeV}]$  の Gap を説明するためには、媒介粒子の質量は MeV 程度でなければならない。そして、偶然にも、レプトン相互作用を媒介する MeV 質量の粒子により素粒子物理学の謎であるミューオン異常磁気能率  $g_\mu - 2$  は解決可能であるということが示されていた [6]。

$g_\mu - 2$  の問題とは理論値と実験値の間の長年に渡る食い違いであり、現在は両者の間に  $3\sigma$  程度のズレがある [7]。このズレの原因に関しては、理論計算の問題、または、実験誤差、それとも我々が

知らない新物理の効果などの可能性が議論されてきた。新物理といえば、電弱スケールよりも高いエネルギーのことを考えることが一般的であるが、[6] では  $\mu, \tau$  フレーバー数に働く相互作用  $L_\mu - L_\tau$  を媒介する MeV スケールの粒子で  $g_\mu - 2$  を説明していた。

よって本論文では、 $\nu$ SI を含む Gauged  $L_\mu - L_\tau$  相互作用を媒介する MeV 粒子を一つ導入して IceCube Gap と  $g_\mu - 2$  を同時に説明する。この2つの問題の内、 $g_\mu - 2$  に関しては既に  $L_\mu - L_\tau$  モデルを使用した議論が十分になされており、 $g_\mu - 2$  を説明する  $L_\mu - L_\tau$  モデルパラメーター領域が示されている。そこで本論文では、そのパラメーター領域内にもう1つの問題である IceCube Gap を説明するパラメーターが存在するかどうか議論する。この議論は  $L_\mu - L_\tau$  相互作用存在下での宇宙ニュートリノフラックスの理論計算に基づく。

## II. ICECUBE 実験

ここでは IceCube 実験の概要と宇宙ニュートリノの生成について述べる。これら知識は本論文の主要部である宇宙ニュートリノフラックスの理論計算を行う基礎として必要である。なぜならば、このフラックスは実験と比較される物理量であり、IceCube が何をどのように観測しているかに依存するからである。

### A. セットアップ

IceCube は  $1\text{km}^3$  に及ぶ氷に検出器を設置した巨大なチェレンコフ光検出器である。17m 間隔で光電子増倍管を取り付けたケーブル 86 本を南極の氷に挿して作られている。氷上からの背景事象を排除するために光電子増倍管はケーブルの 1450m から 2450m に取り付けられている (FIG.4)。南極の氷を使用した理由として以下が挙げられる。

- (i) 大きな体積を持つ。これは、ニュートリノが弱い相互作用のみを持つので、ニュートリノ検出のためには大きな体積が要求されるからである。
- (ii) 均一かつ透明で光をよく通す媒体。これは、ニュートリノが直接観測できず、ニュートリノと核子の相互作用により、生成された荷電粒子のチェレンコフ光をニュートリノ観測に使用するためである。

この条件を満たす他の実験としては地中海の海水を利用した ANTARES [8, 9] がある。しかし、この ANTARES では 100TeV までのニュートリノしか観測されていないため、本論文では ANTARES の結果は考慮しない。

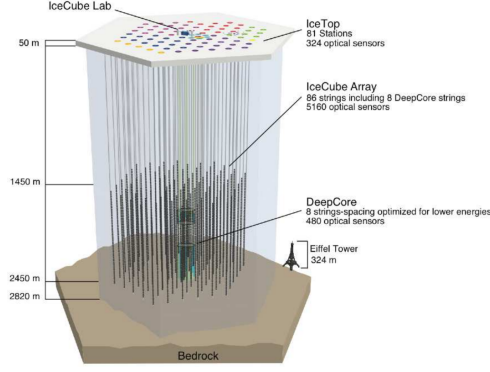


FIG. 4. 南極に設置されている IceCube の全体像 [10]。上部の白い板が南極の氷上に対応する。この図の細い線は氷上から地下 3000m 程度までたらされているワイヤーを表わす。そのワイヤーが途中から太く描かれている理由は、その領域に光電子増倍管が取り付けられているためである。

## B. 検出原理

ここでは、IceCube でのニュートリノ検出原理と事象形状について述べる。

IceCube ではニュートリノと核子の相互作用により生成された荷電粒子から放出されるチェレンコフ光を利用し、ニュートリノを観測している。例えばミューオンニュートリノが入射してきた場合、荷電、中性カレント相互作用によって以下のように荷電粒子が生成される。

$$\text{中性カレント相互作用} \quad \nu_\mu + N \rightarrow \nu_\mu + had \quad (1)$$

$$\text{荷電カレント相互作用} \quad \nu_\mu + N \rightarrow \mu + had \quad (2)$$

ここで、 $N$  は IceCube 内に存在する核子であり、 $had$  はカレント相互作用で生成されたハドロンである。それぞれ過程での荷電粒子は、式 (1) では  $had$ 、式 (2) ではミューオンと  $had$  なる。このような過程で生成された荷電粒子のチェレンコフ光を利用し IceCube はニュートリノを観測している。そして、FIG.5 は荷電粒子が IceCube を通過した際に放出されたチェレンコフ光の検出を表す図である。この放出されたチェレンコフ光の数は荷電粒子をカレント相互作用により生成したニュートリノのエネルギーと基本的には比例関係にあることからニュートリノのエネルギーを推定する。また、チェレンコフ光を検出する光電子増倍管の検出時間情報から到来方向定める。

次にチェレンコフ光が IceCube に作る事象の形について述べる。

事象形状は生じるカレント相互作用とニュートリノフレーバーに依存する (Table.I)。そこで、Table.I に従って各カレント相互作用、各フレーバーで場合分けを行ない、それぞれの事象形状について簡単に議論する。

### (i) 荷電カレント相互作用



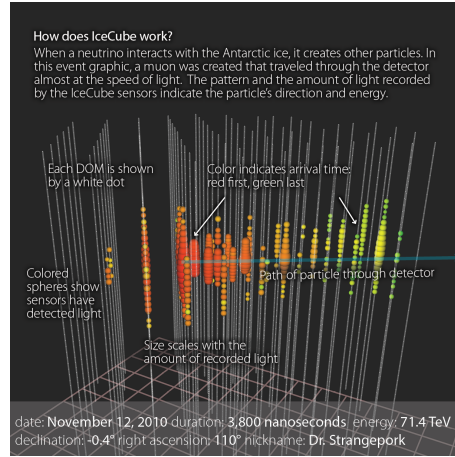


FIG. 5. IceCube 内で荷電粒子が走った際に放出されるチェレンコフ光検出の様子。白い線は光電子増倍管が取り付けられたワイヤーである。色つきの球状の点は検出されたチェレンコフ光。色は時間に対応しており、より赤い色ほどより過去を表わしている。よってこの図では粒子が左から右に抜けていった状況に対応している。 <http://icecube.wisc.edu/science/icecube/detector> より

(a) 電子ニュートリノ Table.I (1 段目)

この場合、事象形状はある点の周囲に信号が重なっている”カスケード”(FIG.7 の真ん中)となる。このカスケードは荷電カレント相互作用を通じて生成された電子がきっかけで始まる以下の連鎖反応 (FIG.6)

$$\begin{aligned} &(\text{電子減速による制動放射}) \rightarrow (\text{電子陽電子対生成}) \rightarrow (\text{チェレンコフ光放射}) \\ &\rightarrow (\text{制動放射}) \rightarrow (\text{電子陽電子対生成}) \rightarrow \dots \quad (3) \end{aligned}$$

により、生成される。この連鎖反応の開始点である制動放射は IceCube 内の核子電場などによる電子の減速で引き起される。この制動放射により生じた光子のエネルギーが十分に高ければ電子陽電子対生成を引き起す。さらに、その対生成で生じた電子または、陽電子がチェレンコフ光を放出しつつ、制動放射により光子を放出する。以下、この連鎖反応は制動放射による光子のエネルギーが対生成を引き起すエネルギー未満になるまで継続する。また、制動放射の強度が荷電粒子の質量の逆 2 乗に比例するため [11]、特に電子は短距離の間に大量の光子を生成し、急速にそのエネルギーを失う。故に、荷電カレントにより生成された電子は、この連鎖反応によって大量の電子を生み、そのエネルギーを急速に失い、かつそれら大量の電子がチェレンコフ光を放出するので、カスケードを作る。

(b) ミューオンニュートリノ Table.I (2 段目)

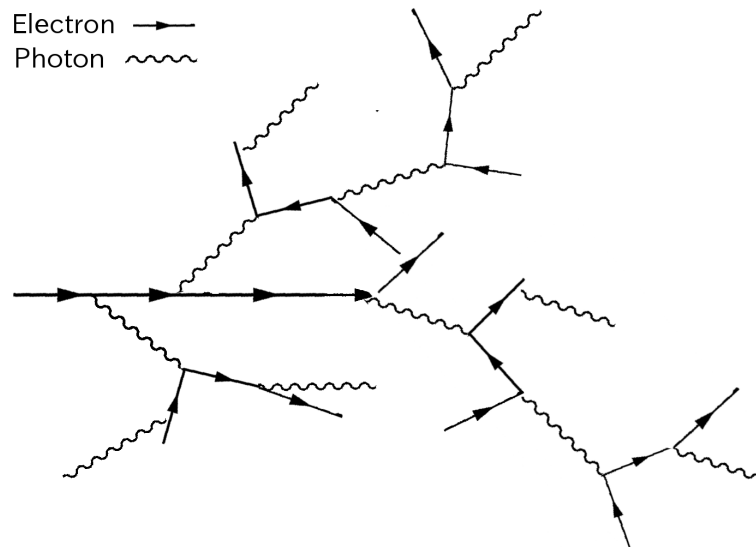


FIG. 6. 式 (3) で表される連鎖反応の模式図。制動放射と電子陽電子対生成を繰り返すことにより、大量の電子が生成される。

荷電カレント相互作用で生成されたミューオンも基本的には、(a) の電子と同じ振舞いをする。しかし、制動放射の強度が荷電粒子の質量の逆 2 乗に比例するため、電子の 200 倍の質量を持つミューオンは電子ほど急速にエネルギーを失わない。故に、ミューオンニュートリノの荷電カレント相互作用による過程の事象形状は、ミューオンが走る線上に式 (3) による「小さなカスケード」が並ぶ”トラック” (FIG.7 の 1 番上) となる。

(c) タウニュートリノ Table.I (3,4 段目)

荷電カレントにより生成されたタウも (a) での電子と同様な振る舞いをするが、タウは寿命が短いため事象形状はタウが何に崩壊するかに依存する。そのため、タウがミューオンに崩壊する場合とそれ以外の粒子に崩壊する場合にわけて議論する。まず、タウがミューオンに崩壊する場合は、タウニュートリノの荷電カレント相互作用による過程の事象形状は、カスケード + トラックとなる。このトラックについては、タウの崩壊で生成されたミューオンによって、(b) で議論したように形成される。そしてカスケード + トラックのカスケードは  $\nu_\tau + N \rightarrow \tau + had$  の際に生成されるハドロンにより生じる。このハドロンによるカスケードは (a) で議論した、電磁相互作用に基づく連鎖反応と同様な現象が強い相互作用でも生じることにより生成される。すると、(a)(b) の場合でもこのハドロンカスケードが生じていることになる。実際そのカスケードは生じているが、(a)(b) の事象形状を議論する上ではそのカスケードの存在は重要な寄与をもたらさない、ので、簡単のため無視していた。以上から、荷電カレントにより生成されたタウがミュー

Interaction	Signature	$E_{vis}/E_\nu; E_\nu = 1 \text{ TeV}$	$E_\nu = 10 \text{ TeV}$	$E_\nu = 100 \text{ TeV}$
$\nu_e + N \rightarrow e + had.$	Cascade	94%	95%	97%
$\nu_\mu + N \rightarrow \mu + had.$	Track (+ Cascade)	94%	95%	97%
$\nu_\tau + N \rightarrow \tau + had. \rightarrow had.$	Cascade/Double Bang	< 94%	< 95%	< 97%
$\nu_\tau + N \rightarrow \tau + had. \rightarrow \mu + had.$	Cascade + Track	< 94%	< 95%	< 97%
$\nu_l + N \rightarrow \nu_l + had.$	Cascade	33%	30%	23%

TABLE I. [13] より引用。ニュートリノと核子間相互作用の各過程での IceCube 内事象形状、および IceCube 内で観測されるエネルギー。上段は荷電カレント相互作用による過程、下段は中性カレント相互作用による過程。事象形状の右側に記してある数字は IceCube に入射するニュートリノのエネルギー  $E_\nu$  と IceCube で実際に観測されるエネルギー  $E_{vis}$  が表示されている。中性カレントの場合は、入射するニュートリノの大半のエネルギーが核子との相互作用に生成されたニュートリノにより IceCube の外へ持ち出されている。

オンに崩壊する場合には事象形状はカスケード + トラックとなる。

次にタウがミューオン以外の粒子に崩壊する場合について議論する。

タウがミューオン以外の粒子に崩壊する場合のタウニュートリノの荷電カレント相互作用による過程の事象形状は基本的にはカスケードとなる。このカスケードは  $\nu_\tau + N \rightarrow \tau + had$  の際のハドロンカスケードと、さらにタウが崩壊した際のハドロンや電子によって形成される。しかし、 $\nu_\tau \gtrsim 1 \text{ PeV}$  のニュートリノについては、カスケードが2つ並ぶ”Double Bang”と呼ばれる形状となる (FIG.7 の最下段)。このエネルギー領域のタウニュートリノが荷電カレントを通じて生成するタウは十分にエネルギーが高いため、タウが崩壊するまで、数百メートル走りうる。故に  $\nu_\tau + N \rightarrow \tau + had$  の際に生じるハドロンカスケードとタウの崩壊により生じるカスケードに間隔があくため Double Bang となる。

## (ii) 中性カレント

中性カレント相互作用の場合、すべてのニュートリノフレーバーについて事象形状はハドロンカスケードとなる。このハドロンカスケードはニュートリノと核子が中性カレント相互作用を引き起した際に生じるものである。

ここで重要なことは、異なるニュートリノフレーバーの過程でも同じ事象形状を作る可能性が存在するため、IceCube に現れる事象形状の情報のみでは観測されるニュートリノのフレーバーは完全には決定できないことである。故に、以降の議論では IceCube では全てのフレーバーのニュートリノが観測されていると仮定する。

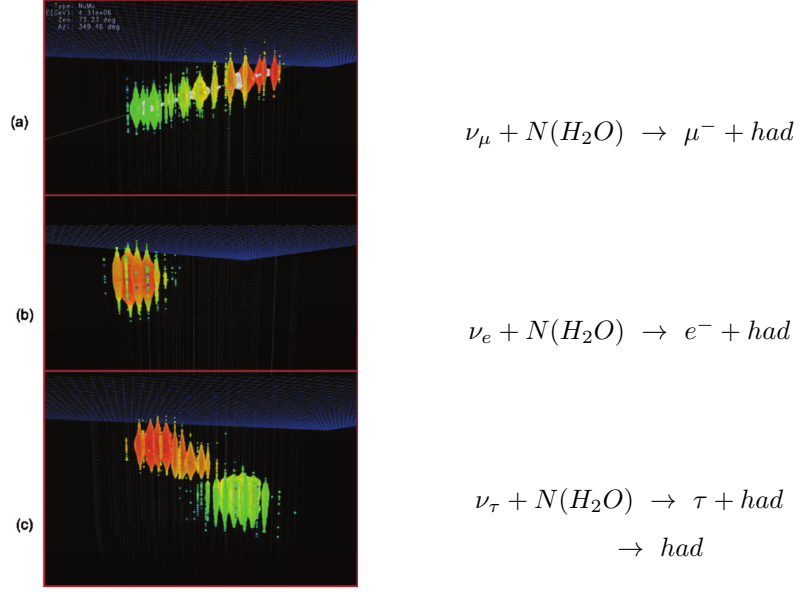


FIG. 7. ニュートリノから荷電カレント相互作用を通じて生成された荷電粒子による典型的な事象形状。上から  $\nu_e, \nu_\mu, \nu_\tau$  が入射したと仮定した時のシミュレーションの結果 [12] で、それぞれの事象形状は上からトラック、カスケード、Double Bang と呼ばれている。色は検出時間に対応しており、より赤い色ほど過去を表わしている。

### C. 宇宙ニュートリノ源

IceCube で観測される高エネルギー宇宙ニュートリノは、高エネルギーの宇宙線から以下のように生じると考えられている。

$$\begin{aligned}
 p + \gamma &\rightarrow \pi^+ + had \\
 &\Rightarrow \pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu \rightarrow e^+ + \nu_e + \bar{\nu}_\mu + \nu_\mu
 \end{aligned} \tag{4}$$

これら高エネルギー宇宙線の起源候補 (FIG.8 右図) として活動的な天体 Active Galactic Nuclei (AGN) や, Gamma Ray Burst (GRB) が考えられているが詳細は謎であり、現在までに様々な観測実験が行われてきた (FIG.8 左図)。故に本論文では宇宙線源やニュートリノ源については特に具体的な天体を指定しない。

## III. $\nu$ SI と ICECUBE GAP

この Chapter では、 $\nu$ SI と IceCube で観測される宇宙ニュートリノフラックスについて概説する。まず、 $\nu$ SI を導入し、 $\nu$ SI の存在が IceCube で観測される宇宙ニュートリノフラックスに影響を及ぼ

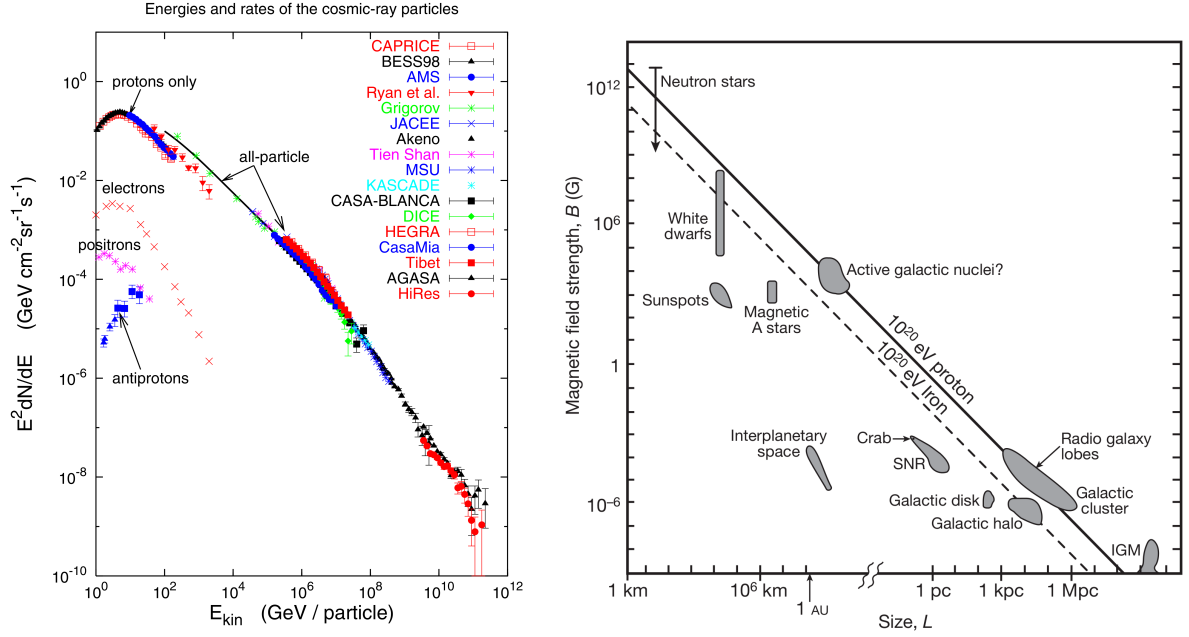


Figure 1. Global view of the cosmic-ray spectrum.

FIG. 8. 左図:様々な実験による宇宙線のスペクトラム [14]。右図は様々な宇宙線源 (天体) が放出しうるエネルギーをその天体の大きさ  $L$  と磁場  $B$  で表わした図 [15]。実線と点線はそれぞれ  $10^{20}$  eV の陽子と鉄を放出することが可能な領域境界を表わしている。これら線より上側の天体が  $10^{20}$  eV 以上の宇宙線を放出しうる。また、これら線は宇宙線が天体の磁場を振り切って脱出する時のエネルギー  $E$  が  $E \propto BL$  で与えられると近似して、求められている。

すことを簡単に見積もる。そして、 $400 \sim 1000$  TeV Gap を  $\nu$ SI を媒介する粒子の共鳴散乱により説明するためには、その媒介粒子の質量が MeV 程度でなければならないことを確認する。

### A. $\nu$ SI

$\nu$ SI 導入は SM 可能な拡張の一つである。以下のようなニュートリノの自己相互作用を SM に加える。

$$g_s \bar{\nu} \gamma^\mu P_L \nu X_\mu \quad (5)$$

ここで  $X_\nu$  は新たに導入した  $\nu$ SI を媒介するベクターボソン、 $g_s$  はその結合定数である。このベクターボソンの代わりに  $\nu$ SI を媒介する粒子としてスカラー粒子を導入する場合も存在する。 $\nu$ SI 導入は素粒子物理学の謎であるニュートリノ質量の起源 [16, 17] や、ダークマターとの関連 [18] と共に議論されている。このような相互作用の存在は FIG.3 で示されているように IceCube で観測される宇宙ニュートリノフラックスに影響を与えうる。次の Section で、簡単に  $\nu$ SI の存在が IceCube 観測に影響を与えうるか見積もってみる。

## B. $\nu$ SI と宇宙ニュートリノ

この Section では、宇宙ニュートリノが  $\nu$ SI によって散乱される条件を [2] で行なわれている議論に従って導出する。まず、宇宙ニュートリノを散乱する C $\nu$ B 密度 ( $n_{C\nu B}$ ) は CMB の密度から計算可能で、フレーバーあたり  $n_{C\nu B} = 56[\text{cm}^{-3}]$  である。宇宙ニュートリノ源の地球からの距離は、宇宙の典型的な長さスケール  $c/H_0 \sim 4[\text{Gpc}]$  ( $\text{Gpc} = 3.0 \times 10^{25}\text{cm}$ ) であたえられるとする ( $c$  は光速、 $H_0$  はハッブル定数)。そして、宇宙ニュートリノについての光学的距離  $\tau$  を以下のように導入する。

$$\tau = \frac{\text{地球までの距離}}{\text{平均自由行程}} = \frac{c/H_0}{1/(n_{C\nu B}\sigma)} \quad (6)$$

ここで、 $\sigma$  は  $\nu$ SI によるニュートリノの自己相互作用の全断面積。この光学的距離の物理的イメージは、例えば  $\tau > 1$  であれば平均自由行程が地球までの距離より短かいので、宇宙ニュートリノは地球まで届かない。つまり、ニュートリノ源から宇宙ニュートリノは放出されているが、“光学的に不透明”なため地球からは観測できない。

よって、この光学的距離が  $\tau \sim 1$  の場合、 $\nu$ SI の存在が IceCube 観測に影響を与えうると言える。 $\tau \sim 1$  を要求すると断面積  $\sigma$  は

$$\sigma = 1/(n_{C\nu B} \times c/H_0) = 1/(56[\text{cm}^{-3}] \times 4.0 \times 3.0 \times 10^{25}[\text{cm}]) \sim 10^{-28}[\text{cm}^2] \quad (7)$$

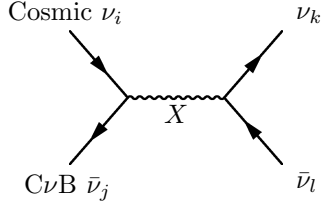
程度でなければならない。FIG.9 は本論文での典型的なパラメーターを使用して計算した、 $\nu$ SI によるニュートリノの自己相互作用の全断面積  $\sigma$  を表わす。後でも触れるが、共鳴散乱により断面積が急激に上昇しているエネルギー領域であれば (7) を満たしている。故に  $\nu$ SI の存在は IceCube の観測に影響を与える。また、SM からの寄与についても [2] で議論されている。その結果によると SM からのすべての寄与は  $\tau \ll 1$  となる。故に以降 SM の寄与は考慮しない。

この  $\nu$ SI の存在を地球で観測されるニュートリノフラックスを使用して確認しようとする取り組みは、SN1987A から飛来してきたニュートリノを使用して  $\nu$ SI に制限を課した Kolb と Tuner による研究 [19] を IceCube 実験に拡張したものを見ることが可能である。IceCube では SN1987A よりも十分に遠いであろう銀河外からのニュートリノも観測されており、かつそのニュートリノは高エネルギーであるという利点をもつ。宇宙ニュートリノの観測を  $\nu$ SI の探索実験とみなした場合、IceCube は SN1987A と比較して、入射ビームのエネルギーが高くかつ厚いターゲットを持つ実験となっている。よって SN1987A では探索不能であった  $\nu$ SI の領域を IceCube では探索できる。

IceCube 実験結果 (FIG.2) には、400 ~ 1000TeV のみ宇宙ニュートリノが観測されていない、謎の現象“IceCube Gap”が存在する。本論文では、IceCube Gap が  $\nu$ SI の存在によって生じていると考え、それを説明する。

### C. 共鳴散乱と MeV 粒子

400 ~ 1000 TeV の領域のみ宇宙ニュートリノが観測されない状況は、 $\nu$ SI を媒介する粒子の共鳴によって実現する。宇宙ニュートリノと  $C\nu B$  の s-channel ダイアグラムは以下のように与えられる。



$$s = (p_{cos} + p_{C\nu B})^2 \simeq 2E_{\nu_i}m_\nu$$

$$\sigma_{ij} \simeq g_s^4 \frac{s}{(s - m_X^2)^2 + m_X^2 \Gamma_X^2} \quad (8)$$

ここで、 $\sqrt{s}$  は重心系での全エネルギーであり、 $p_{cos}, p_{C\nu B}$  はそれぞれ始状態での宇宙ニュートリノと  $C\nu B$  の運動量、そして  $E_{\nu_i}$  は宇宙ニュートリノのエネルギー、 $m_\nu$  はニュートリノ質量である。また、 $\Gamma_X = g_X^2 m_X / (12\pi)$  は  $X$  の崩壊幅である。ここで初期状態として宇宙ニュートリノを  $\nu_i$ 、 $C\nu B$  を  $\bar{\nu}_j$  としている。もちろん、宇宙ニュートリノ  $\bar{\nu}_i$ 、 $C\nu B$  を  $\nu_j$  としたグラフも寄与するが、2つのグラフの取り扱いに相違はないため、これ以降は上のダイアグラムのみを考える。つまり  $\nu_i$  は宇宙ニュートリノを  $\bar{\nu}_j$  は  $C\nu B$  を表しているとする。そして、特に断りがない限り  $p_{cos}$  は宇宙ニュートリノの運動量、 $p_{C\nu B}$  は  $C\nu B$  の運動量とする。

共鳴散乱は  $s = m_X^2$  の時に生じ、断面積が急激に上昇する。式 (8) をプロットした FIG.9 より、確かに  $s = m_X^2$  で 10 桁以上断面積が大きくなっていることが確認できる。

次に、この共鳴散乱を使用して 400 ~ 1000 TeV Gap を再現する場合  $\nu$ SI を媒介する粒子の質量が MeV 程度でなければならないことを示す。そのために、FIG.9 に描かれている、2つのエネルギー領域に対応する2つの Case (i),(ii) での宇宙ニュートリノの散乱を考える。

#### FIG.9 Case (i)

このエネルギーを持つ宇宙ニュートリノで実現される断面積は、式 (7) の断面積より小さいため  $C\nu B$  に散乱されることなく IceCube に到達する (FIG.10)。よって、この断面積が小さいエネルギーの宇宙ニュートリノが Gap 以外のエネルギー・スペクトラムを再現する。

#### FIG.9 Case (ii)

このエネルギーを持つ宇宙ニュートリノと  $C\nu B$  の断面積は共鳴が起きているため式 (7) の値より断面積が大きい。故にこのエネルギーを持つ宇宙ニュートリノは共鳴散乱されほとんどが地球に届かなくなる (FIG.11)。よって、共鳴散乱が起きる宇宙ニュートリノエネルギー領域を 400 ~ 1000 TeV にするパラメーターが Gap を再現する。

$\nu$ SI を媒介する粒子の共鳴によって、IceCube Gap を説明するためには、宇宙ニュートリノのエネルギーが 400 ~ 1000 TeV の範囲でその共鳴がおこる必要がある。そして、それは  $m_X \sim [\text{MeV}]$  でなければならないこと意味する [4, 5]。これからそれを示す。

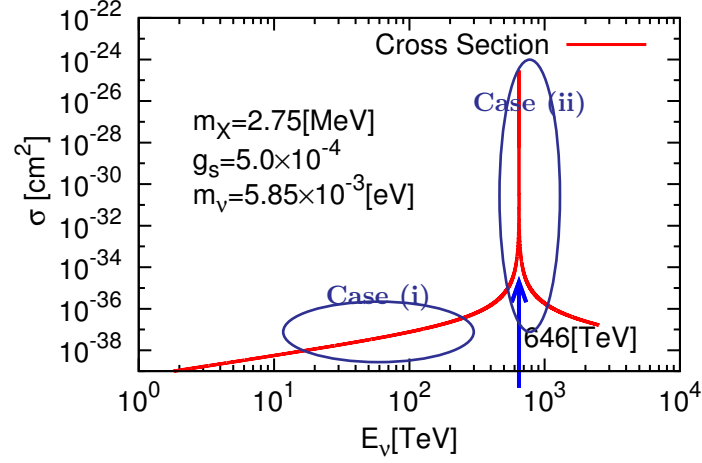


FIG. 9.  $\nu$ SI による宇宙ニュートリノと  $C\nu B$  の全散乱断面積。グラフに表示してあるパラメーターを使用した。このグラフでは  $E_\nu = 646\text{TeV}$  の時、 $s = m_{Z'}^2$  となり、共鳴散乱が生じる。

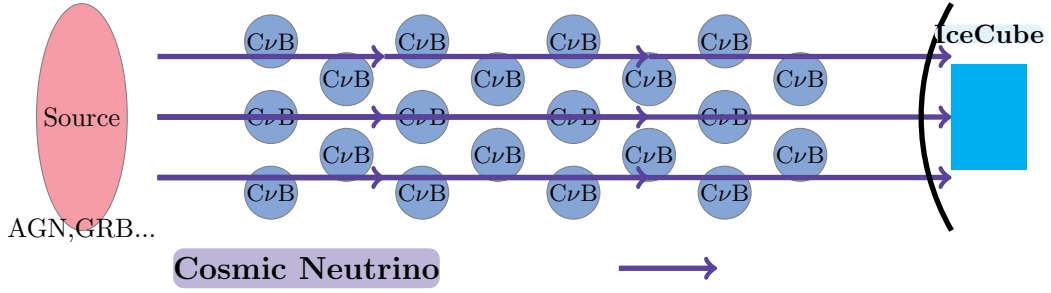


FIG. 10. Case (i) の宇宙ニュートリノの伝搬。式 (7) の断面積に達していないため、宇宙ニュートリノは  $C\nu B$  に散乱されることなく IceCube に到達する。

600TeV の宇宙ニュートリノ  $E_{\nu_i} \sim 6.0 \times 10^{14}[\text{eV}]$  を考慮すると、始状態の全エネルギー  $\sqrt{s}$  は

$$s = (p_{cos} + p_{C\nu B})^2 = p_{cos}^2 + 2p_{cos} \cdot p_{C\nu B} + p_{C\nu B}^2 \simeq 2E_{\nu_i}m_\nu \quad (9)$$

ここで、 $E^{C\nu B} = T_{C\nu B} \sim 10^{-4}[\text{eV}]$ ,  $m_\nu \sim 10^{-3}[\text{eV}]$  を使用した。よって、共鳴が生じる宇宙ニュートリノのエネルギー  $E_{\nu_i}^{Res}$  は共鳴条件  $s = m_X^2$  より

$$m_X^2 \simeq 2E_{\nu_i}^{Res}m_\nu = 2 \times (6.0 \times 10^{14}[\text{eV}]) \times (10^{-3}[\text{eV}]) \simeq (3.4[\text{MeV}])^2 \quad (10)$$

となる。故に、 $\nu$ SI を媒介する粒子の共鳴により IceCube Gap を説明するためには、媒介粒子の質量は MeV 程度でなければならない。



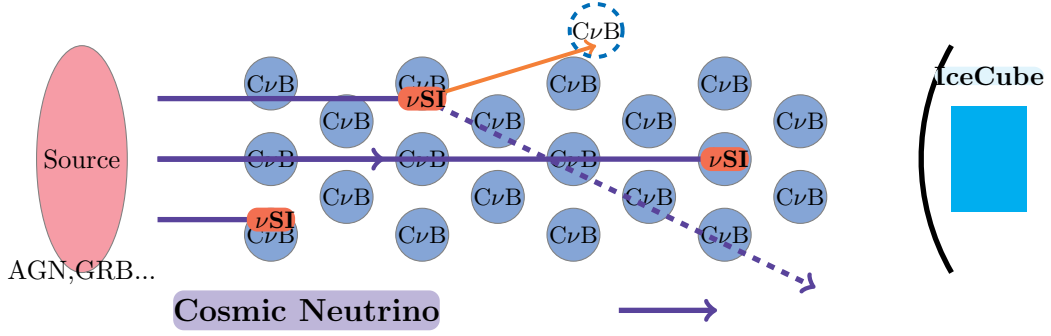


FIG. 11. Case (ii) の宇宙ニュートリノの伝搬。この場合での宇宙ニュートリノは共鳴によって散乱される。

#### IV. $L_\mu - L_\tau$ モデル

ここでは  $L_\mu - L_\tau$  モデルの特徴と  $g_\mu - 2$  の関連について述べる。まず、 $L_\mu - L_\tau$  モデルのラグランジアンを導入し、次に  $L_\mu - L_\tau$  モデルが  $g_\mu - 2$  問題への解を与えることについて述べる。

##### A. ラグランジアン

本論文では素粒子標準理論 ( $SU_s(3) \times SU_w(2) \times U_Y(1)$ ) にゲージ化した  $L_\mu - L_\tau$  対称性を加え拡張したモデル  $SU_s(3) \times SU_w(2) \times U_Y(1) \times U_{L_\mu - L_\tau}(1)$  を使用する。新たにラグランジアンに加わった項は

$$\mathcal{L}_{Z'} = g_{Z'} Q_{\alpha\beta} (\bar{\nu}_\alpha \gamma^\rho P_L \nu_\beta + \bar{\ell}_\alpha \gamma^\rho \ell_\beta) Z'_\rho, \quad (\alpha, \beta = e, \mu, \tau) \quad (11)$$

である。 $Z'$  は新たに導入した  $L_\mu - L_\tau$  相互作用を媒介するゲージボソン、 $g_{Z'}$  はそのゲージ結合定数である。 $Q_{\alpha\beta} = \text{diag}(0, 1, -1)$  は  $L_\mu - L_\tau$  モデルによる電荷である。ここでは、 $Z'$  の質量  $m_{Z'}$  を単にモデルパラメータと仮定する。本来ならば、ゲージボソンの質量は自発的対称性の破れにより与えられるものである。しかし、その質量はモデルの詳細に依存してしまう、ここではそのモデルの詳細に立ち入らず、一般的な  $Z'$  について議論する。また、 $L_\mu - L_\tau$  モデルは  $\nu\text{SI}$  を持ち、それは式 (11) の第 1 項目に当たる。

このモデルは以下のような利点がある。

- (i) 量子異常がない [20, 21]。
- (ii) ニュートリノ混合角  $\theta_{23}$  を説明可能 [22, 23]。
- (iii)  $g_\mu - 2$  の解 [6]。

ここでは (iii) の  $g_\mu - 2$  について説明する。(i)(ii) については、Appendix.A ,B 参照。

## B. $g_\mu - 2$

$g_\mu - 2$  問題とは、ミューオンの異常磁気能率についての実験と理論の異なりである。現在は両者の間で約  $3\sigma$  程度のズレがある。このズレは  $L_\mu - L_\tau$  モデルで導入したゲージボソン  $Z'$  を使用し解決できる。

### a. $g_\mu - 2$

現在理論と実験値は以下のようにになっている。

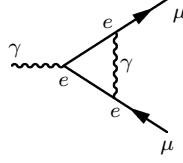


FIG. 12. SM での  $g_\mu - 2$  への最低次の寄与。

$$\begin{aligned} a_\mu^{SM} &= (11659182.8 \pm 4.9) \times 10^{-10}, [7] \\ a_\mu^{EXP} &= 116592089(63) \times 10^{-11}, [24] \\ a_\mu^{EXP} - a_\mu^{SM} &= (26.1 \pm 8.0) \times 10^{-10} \end{aligned} \quad (12)$$

ミューオンでのこの実験と理論の不一致が問題となる理由は、電子の異常磁気能率については SM の予言と実験値が 10 桁以上に渡って一致していることにある。

$$\begin{aligned} a_e^{SM} &= 1159652175.86(0.10)(0.26)(8.48) \times 10^{-12}, [25] \\ a_e^{exp} &= 1159652180.73(28) \times 10^{-12}, [26] \end{aligned}$$

SM では電子とミューオンの質量は異なるがそれ以外の量子数は同じである。それ故、働く相互作用も似ているため、電子で正しく異常磁気能率が計算可能ならば、ミューオンに関しても同様に正しく計算されるはずである。しかし、電子の異常磁気能率は SM の予言と実験が矛盾なく一致するが、ミューオンの異常磁気能率については SM の予言と実験の間に有意な差が存在する。よって、SM では解決不能な問題として  $g_\mu - 2$  は取り上げられる。

そこで、電子には働かずミューオンにのみ寄与する相互作用によって  $g_\mu - 2$  の問題を解決できるかもしれない。よって、そのような相互作用を含む SM 拡張が望まれる。

その一つとして、この  $L_\mu - L_\tau$  モデルが挙げられる。

### b. A new contribution to $g_\mu - 2$

$L_\mu - L_\tau$  モデルには  $g_\mu - 2$  に寄与する新たなグラフが存在する (FIG.13)。

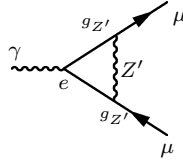


FIG. 13.  $L_\mu - L_\tau$  モデルでの  $g_\mu - 2$  への寄与。SM での  $g_\mu - 2$  への最低次の寄与 FIG.12 で間の  $\gamma$  を  $Z'$  に置き換えたもの。

このグラフは以下のように計算される [27]。  $\alpha_{Z'} = g_{Z'}^2/4\pi$  として、

$$\Delta a_\mu = \frac{\alpha_{Z'}}{2\pi} \int_0^1 dx \frac{2m_\mu^2 x(1-x)^2}{xm_{Z'}^2 + (1-x)^2 m_\mu^2} \quad (13)$$

$m_{Z'} : Z' \text{質量}, \quad m_\mu : \mu \text{質量}$

これは、 $m_{Z'} \ll m_\mu$  の時よく知られた形  $\Delta a_\mu \simeq \frac{\alpha_{Z'}}{2\pi}$  をとる。この式による寄与によって  $g_\mu - 2$  を説明できる  $g_{Z'}, m_{Z'}$  の領域を FIG.14 に表した。

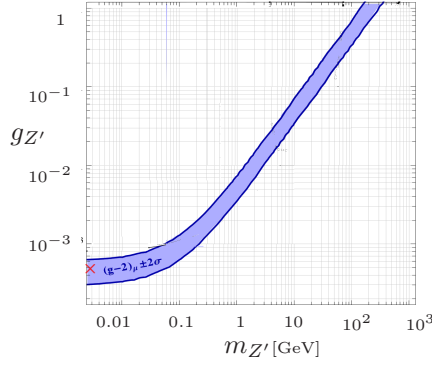


FIG. 14.  $g_\mu - 2$  を  $\pm 2\sigma$  で説明可能な領域 [6]。赤いバツ印は本論文で使したパラメータ  $m_{Z'} = 1.9[\text{MeV}]$ ,  $g_{Z'} = 5.0 \times 10^{-4}$  である。

赤いバツ印は本論文で使したパラメータ ( $m_{Z'} = 1.9[\text{MeV}]$ ,  $g_{Z'} = 5.0 \times 10^{-4}$ ) であり、これを実際に式 (13) に代入すると以下を得る。

$$m_{Z'} \ll m_\mu \rightarrow \Delta a_\mu \simeq \frac{\alpha_{Z'}}{2\pi} \Rightarrow \Delta a_\mu \simeq 31.7 \times 10^{-10} \quad (14)$$

ここで、得られた値と式 (12) を比較することで、 $L_\mu - L_\tau$  モデルでは  $g_\mu - 2$  を説明可能であることが確認できる。

### C. Neutrino trident production process

$L_\mu - L_\tau$  モデルのパラメータ  $m_{Z'}, g_{Z'}$  は Neutrino trident production process についての CCFR 実験により制限される。CCFR 実験 (Columbia-Chicago-Fermilab-Rochester neutrino experiment)

では  $\nu_\mu$  ビームを鉄標的に照射し以下のような Neutrino trident production process

$$\nu_\mu(\bar{\nu}_\mu) + N \rightarrow \nu_\mu(\bar{\nu}_\mu) + \mu^+ + \mu^- + N \quad (15)$$

を観測した [28]。この過程への SM の寄与は  $W^\pm, Z^0$  ボソンの交換による 2 つのグラフで与えられる (FIG.15)。

そして、事象数で与えられている実験結果と対応する SM の理論値は

$$\text{Observed } 37.0 \pm 12.4, \text{ Prediction(SM) } 45.3 \pm 2.3$$

である。これら値から SM は CCFR 実験の結果の説明を与えていると言える。

$L_\mu - L_\tau$  モデルでは FIG.15 のグラフに加えて、あらたな寄与が生じてしまう (FIG.16 左図)。そのため  $L_\mu - L_\tau$  モデルのパラメータは CCFR から制限を受ける (FIG.16 右図)。このダイアグラムにより  $L_\mu - L_\tau$  モデルパラメーター空間の  $g_\mu - 2$  説明可能領域の大部分が CCFR によって除外されている。しかし、 $m_{Z'} < 400[\text{MeV}]$  の領域は残っていることが [6] で示されていた。

先の Chapter で導出したように、 $\nu\text{SI}$  により IceCube Gap を説明するためには  $\nu\text{SI}$  を媒介する MeV の粒子が必要であった (式 (10))。そして、 $g_\mu - 2$  を説明する  $L_\mu - L_\tau$  モデルは  $L_\mu - L_\tau$  相互作用を媒介する粒子  $Z'$  の質量が MeV であり、かつ  $L_\mu - L_\tau$  は  $\nu\text{SI}$  を含んでいる (式 (11))。

以上のことから  $L_\mu - L_\tau$  モデルを使用して IceCube Gap と  $g_\mu - 2$  を同時に一つの粒子の  $Z'$  導入によって説明できるかもしれないという考えが成り立つ。

本論文では、2 つの問題の同時解決可能な  $L_\mu - L_\tau$  モデルのパラメータ領域の存在を議論し、実際に同時解決可能な領域が存在することを示す。

## V. 平均自由行程とニュートリノフラックス

IceCube Gap と  $g_\mu - 2$ 、2 つの問題を同時解決する  $L_\mu - L_\tau$  モデルのパラメータ領域について議論する。

まず  $L_\mu - L_\tau$  モデルによる宇宙ニュートリノと CνB の全断面積を計算する。そして、その断面積を使用して平均自由行程 (Mean Free Path, MFP) を計算する。この MFP の振る舞いは最終的に計

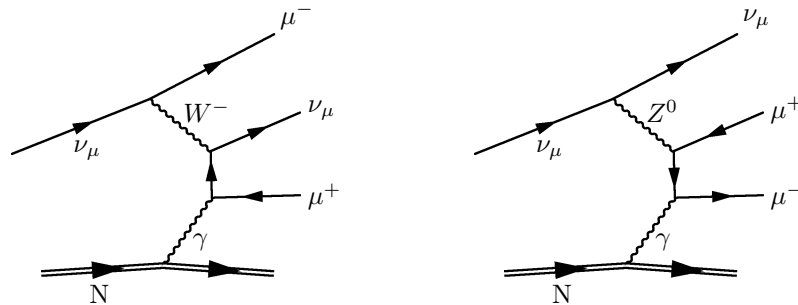


FIG. 15. Neutrino trident production への SM 寄与。

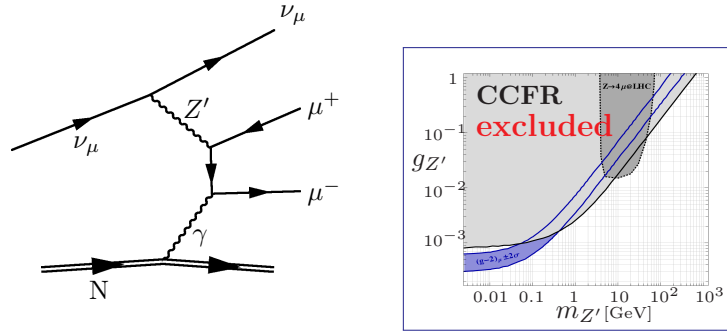


FIG. 16. 左のダイアグラムは  $L_\mu - L_\tau$  モデルによる Neutrino trident production への寄与。右のグラフは CCFR の制限（灰色領域）と  $g_\mu - 2$  を解決する領域（青色領域）を重ねたもの [6]。

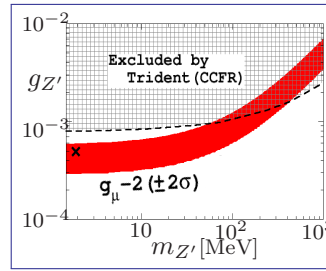


FIG. 17. FIG.16 の横軸の 100MeV 以下を拡大した図。網掛け領域は CCFR 実験によって禁止されている領域。赤い領域が  $g_\mu - 2$  説明可能領域である。そして × 印は IceCube Gap と  $g_\mu - 2$  を同時解決可能な点。

算すべきフラックスの振る舞いと酷似しているため、この MFP を使用して共鳴散乱による Gap の性質を理解する。最後に MFP で理解した Gap の性質を使用し、400 ~ 1000TeV の Gap を再現可能か議論する。その際、前の議論から予想されているように、MeV の質量を有する  $\nu$ SI を媒介する  $Z'$  を使用すれば 400 ~ 1000TeV 付近に Gap が生じるはずである。しかし、MeV の  $Z'$  の共鳴散乱によって生じた Gap は必ずしも 400 ~ 1000TeV の完全な Gap とはならないことが、MFP の振る舞いから示される。この Gap の幅は Redshift  $z$  や、ニュートリノ質量、 $g_{Z'}$  などによって変化する。そのため、適切なパラメータを選択しない限り、400 ~ 1000TeV の Gap は再現出来ない。それ以外のパラメータであると、Gap の幅が広くまたは狭くなってしまう。ただし、400 ~ 1000TeV の間のいずれかで共鳴散乱は起る必要があるので、式 (10) より  $10[\text{MeV}] \gtrsim m_{Z'}$  が要求される。

一方でいま FIG.17 から  $g_\mu - 2$  の説明可能領域が定まっており、この領域について条件  $10[\text{MeV}] \gtrsim m_{Z'}$  を課すと、 $3.0 \times 10^{-4} < g_{Z'} < 6.0 \times 10^{-4}$  が結論される。よって、この Chapter では、400 ~ 1000TeV Gap を再現するパラメーター探索をこの領域内で行い、2つの問題の同時解決可能性を議論する。

### A. Cross Section

まず  $L_\mu - L_\tau$  モデルによる宇宙ニュートリノと  $C\nu B$  の断面積を計算する。

未知の天体（ニュートリノ源）から飛来してきた宇宙ニュートリノ  $\nu_i$  は  $C\nu B \bar{\nu}_j$  と  $L_\mu - L_\tau$  相互作用を通じて散乱される。ここでニュートリノについては、Sec.III C での記法を使用している。考える過程は FIG.18 のように表される。

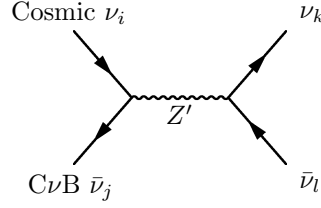


FIG. 18.  $L_\mu - L_\tau$  モデルによる宇宙ニュートリノと  $C\nu B$  の散乱

そして、 $L_\mu - L_\tau$  相互作用は Sec.IV A で導入したように

$$\mathcal{L}_{Z'} = g_{Z'} Q_{\alpha\beta} (\bar{\nu}_\alpha \gamma^\rho P_L \nu_\beta + \bar{\ell}_\alpha \gamma^\rho \ell_\beta) Z'_\rho, \quad (\alpha, \beta = e, \mu, \tau, ) \quad (16)$$

で与えられ、式 (16) の第 1 項目が  $\nu SI$  に対応する。 $L_\mu - L_\tau$  モデルでは、次の Section で議論するように宇宙ニュートリノの平均自由行程は  $> \mathcal{O}(1)$  Mpc となる。これはニュートリノの Coherence length より長く、宇宙ニュートリノはコヒーレンスを失っていると考えられる [29]。よって、宇宙ニュートリノと  $C\nu B$  との散乱はそれぞれの質量の固有状態間の散乱で考えることができる。質量の固有状態の基底では、式 (16) の  $\nu SI$  は

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{Z'\nu\nu} &= g'_{ij} \bar{\nu}_i \gamma^\rho P_L \nu_j Z'_\rho \\ g'_{ij} &= g_{Z'} (V_{i\alpha}^\dagger Q_{\alpha\beta} V_{\beta j}), \quad (i, j = 1, 2, 3) \end{aligned} \quad (17)$$

となる。 $V$  はニュートリノ混合行列である。これにより  $C\nu B$  と宇宙ニュートリノの散乱  $\nu_i \bar{\nu}_j \rightarrow \nu \bar{\nu}$  の断面積は

$$\begin{aligned} \sigma_{ij} &= \frac{1}{6\pi} |g'_{ij}|^2 g_{Z'}^2 \frac{s}{(s - m_{Z'}^2)^2 + m_{Z'}^2 \Gamma_{Z'}^2} \\ \sqrt{s} &= (p_i + p_j)^2 \end{aligned} \quad (18)$$

となる。ここで、 $p_i, p_j$  はそれぞれ宇宙ニュートリノと  $C\nu B$  の運動量。 $\Gamma_{Z'} = g_{Z'}^2 m_{Z'}/(12\pi)$  は  $Z'$  の崩壊幅である。また、Sec.III C で議論したように、 $s = m_{Z'}^2$  を満たす宇宙ニュートリノについては、 $Z'$  の共鳴散乱のため地球に届かない。そして、共鳴条件  $s = m_{Z'}^2$  を満たすエネルギーを持つ宇宙ニュートリノにより IceCube Gap が生じる。

パラメーター 本論文ではニュートリノ二乗質量差とニュートリノ混合行列  $V_{\alpha j}$  については実験を Best Fit するパラメータを使用した (Appendix.D を参照)。これらパラメーターを使用した時、式

(18) の結合定数  $g_{ij}$  は

$$\frac{|g'_{ij}|}{g_{Z'}} = \begin{pmatrix} 0.054(0.051) & 0.163(0.158) & 0.555(0.556) \\ 0.163(0.158) & 0.088(0.082) & 0.806(0.808) \\ 0.555(0.556) & 0.806(0.808) & 0.143(0.133) \end{pmatrix} \quad (19)$$

となる。括弧なしの値がニュートリノが Inverted mass hierachy(IH) を取る場合の値、括弧内の値が Normal mass hierachy(NH) の場合の値である。また、ニュートリノ二乗質量差については

$$\Delta_{21}^2 = 7.60 \times 10^{-5} \text{eV}^2, \quad \begin{aligned} (\text{NH}) \quad |\Delta_{31}^2| &= 2.48 \times 10^{-3} \text{eV}^2 \\ (\text{IH}) \quad |\Delta_{31}^2| &= 2.38 \times 10^{-3} \text{eV}^2 \end{aligned}$$

を使用し [30]、ニュートリノ質量和については、宇宙論からの制限  $0.3 \text{eV} \gtrsim \sum_i m_{\nu_i}$  [31–33]. を考慮する。ここで、注目すべきことは、 $g'_{ij}$  のすべての要素が値を持つことである。このことによって、宇宙ニュートリノのそれぞれの質量固有状態がすべて  $\text{C}\nu\text{B}$  の質量固有状態に散乱される。これは、このモデルの特筆すべき点の一つである。

先行研究 [4, 5] に従い、本研究では  $\pi$  の崩壊により宇宙ニュートリノが生成されると仮定し、ニュートリノ源でのフレーバー比を  $\phi_e : \phi_\mu : \phi_\tau = 1 : 2 : 0$  とする (式 (4))。また、宇宙ニュートリノが宇宙空間を伝搬している間の質量固有状態は、コヒーレントがないため  $\phi_i \equiv \sum_\beta |V_{\beta i}|^2 \phi_\beta$  により得られる。よって、 $\theta_{13} \simeq 0, \theta_{23} \simeq \pi/4$  であることを考慮すると、 $\phi_1 : \phi_2 : \phi_3 = 1 : 1 : 1$  と近似可能であることが理解できる。以下の議論ではこの比を使用する。しかし、本研究の結果はニュートリノ源でのフレーバー比の仮定に強くは依存しない。なぜなら宇宙ニュートリノのそれぞれの質量固有状態は全ての  $\text{C}\nu\text{B}$  の固有状態と共鳴散乱することができるからである。

## B. 平均自由行程

これから、宇宙ニュートリノ  $\nu_i$  が式 (18) を通じて  $\text{C}\nu\text{B}$ ,  $\bar{\nu}_j$  によって散乱される場合の平均自由行程 (Mean Free Path, MFP) を計算する。

エネルギー  $E_{\nu_i}$  の宇宙ニュートリノ  $\nu_i$  の MFP  $\lambda_i$  は、

$$\lambda_i(E_{\nu_i}, z) = \left[ \sum_{j=1}^3 \int \frac{d^3 \mathbf{p}}{(2\pi)^3} f_j(|\mathbf{p}|, z) \sigma_{ij}(\mathbf{p}, E_{\nu_i}^s) \right]^{-1} \quad (20)$$

である。  $z$  は Redshift を表すパラメーターである。  $\mathbf{p}$  は  $\text{C}\nu\text{B}$  の運動量であり、そして

$$f_j(|\mathbf{p}|, z) = (e^{|\mathbf{p}|/(T_{\nu 0}(1+z))} + 1)^{-1} \quad (21)$$

は、現在の温度が  $T_{\nu 0} \sim 1.95 \text{ K}$  で与えられる  $\text{C}\nu\text{B}$  の分布関数である。よって (20) の積分関数  $p$  の絶対値の上限  $|\mathbf{p}|^{\max}$  のオーダーは

$$|\mathbf{p}|^{\max} \sim (1+z)T_{\nu 0} \sim 10^{-4} [\text{eV}] \quad (22)$$

と評価できる。この上限は後に Gap の幅とパラメーターの相関に重要な影響を与える。

式 (20) の  $E_{\nu_i}^s$  は宇宙ニュートリノ  $\nu_i$  の Red shift  $z$  で測定したエネルギーであり、 $E_{\nu_i}$  は IceCube で測定されるエネルギー [34, 35] である。これらのエネルギーは  $E_{\nu_i}^s = (1+z)E_{\nu_i}$  で結び付けられる。故に共鳴条件  $s = m_{Z'}^2$  は式 (20) での CνB の運動量  $p$  と宇宙ニュートリノの運動量のなす角  $\theta$  を使用して

$$s \simeq 2E_{\nu_i}(1+z) \left[ \sqrt{|\mathbf{p}|^2 + m_{\nu_j}^2} - |\mathbf{p}| \cos \theta \right] = m_{Z'}^2, \quad (\text{C}\nu\text{B mass and momentum}) \quad (23)$$

と書き直せる。

ニュートリノ源  $z_g$  での宇宙ニュートリノ  $\nu_i$  数  $N_g$  と地球での ( $z = 0$ ) 数  $N_0$  の比、Survival rate  $R_i$  は、

$$R_i(E_{\nu_i}) = \frac{N_0}{N_g} = \exp \left[ - \int_0^{z_g} \frac{1}{\lambda_i(E_{\nu_i}, z')} \frac{dL}{dz'} dz' \right] \quad (24)$$

$$\frac{dL}{dz} = \frac{c}{H_0 \sqrt{\Omega_m(1+z)^3 + \Omega_\Lambda}}$$

で与えられる。ここで宇宙論のパラメーターについては

Matter energy density  $\Omega_m = 0.315$ , Dark energy density  $\Omega_\Lambda = 0.685$ ,

Hubble constant  $H_0 = 100h$  km/s/Mpc,  $h = 0.673$

を使用した [36]。

そして、IceCube で観測される宇宙ニュートリノのフラックス  $\phi$  は  $R_i(E_{\nu_i})$  を使用して、

$$E_\nu^2 \phi = (\text{Best fit}) \times \frac{1}{3} \{R_1(E_\nu) + R_2(E_\nu) + R_3(E_\nu)\} \quad (25)$$

$$(\text{Best fit}) = 1.5 \times 10^{-8} \times \left( \frac{E_\nu}{100[\text{TeV}]} \right)^{-0.3} [\text{GeVcm}^{-2}\text{s}^{-1}\text{sr}^{-1}]$$

で与えられる。Best fit は IceCube 実験による宇宙ニュートリノフラックスのもの (FIG.2)。

本論文では、宇宙ニュートリノ源について以下 2 つを仮定する。

- (i) ニュートリノ源は  $z_g$  にある点源である。
- (ii) 小さい  $z_g$  を考え、ニュートリノ源の Redshift によるスペクトラム進化を無視する。このスペクトラム進化とは、天体から放出される粒子の時代による放出強度変化のことである。一般に天体は常に同じ強さで粒子を放出するわけではなく、そのため通常、その変化をパラメーター  $m$  を使用して  $\sim (1+z)^m$  と表す。この進化については Appendix.C 参照。



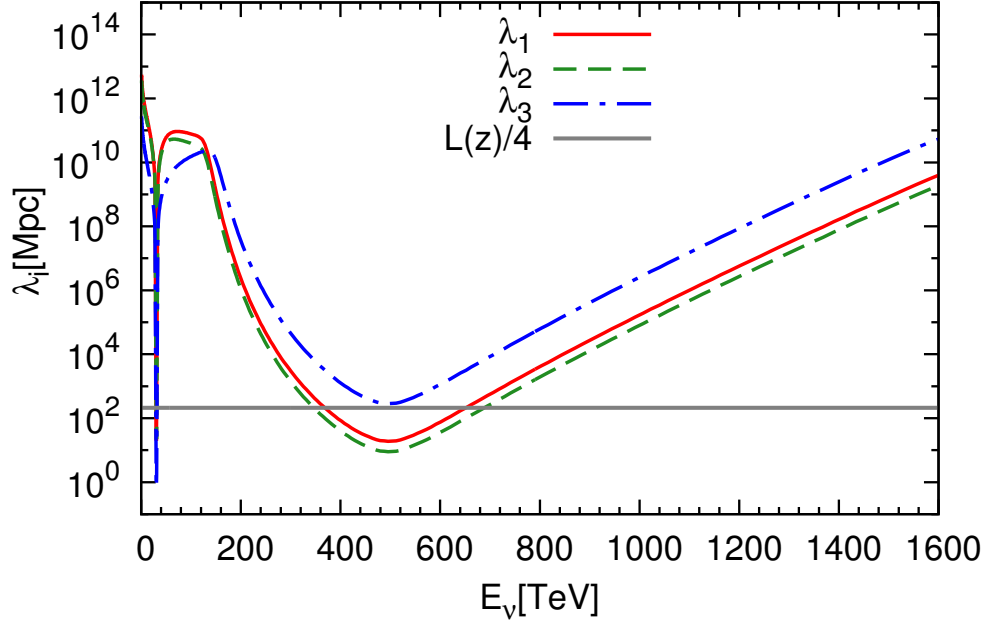


FIG. 19. IH の場合の宇宙ニュートリノの MFP。赤実線、緑破線、青点線破線はそれぞれ宇宙ニュートリノ  $\nu_1, \nu_2, \nu_3$  の MFP(式 (20)) に対応している。灰色線は  $L/4$  の線である。ここで使用したパラメータは  $g_{Z'} = 5.0 \times 10^{-4}, m_{\nu_3} = 3.0 \times 10^{-3}[\text{eV}], m_{Z'} = 2.75[\text{MeV}], z = 0.2$  である。

これら仮定により計算が簡略化される。

FIG. 19 はそれぞれの質量固有状態の宇宙ニュートリノの MFP が書かれている。この図での MFP の急激な減少は共鳴条件  $s \simeq m_{Z'}^2$  を満たし共鳴散乱が生じたことによる。この MFP での急激な減少も Gap と呼ぶ。本来はフラックスで Gap という言葉を使用していたが、MFP でのこの急激な減少がフラックスの Gap を構成するため MFP についても Gap という言葉を使用する。

以下、この MFP と  $m_{Z'}, g_{Z'}, m_\nu, z$  の関係を見ることで、MFP の振る舞いを理解する。実験と比較する最終的な結果は式 (25) であるが、宇宙ニュートリノフラックスの振る舞いは MFP の振る舞いとほぼ同じである。よって MFP の振る舞いを中心に議論する。

### C. Gap の位置、幅とパラメーターの関係

この Section では、以下の 4 つのような Gap の幅、位置とパラメーターの関係を議論する。

- (i) 3 つの Gap の位置と  $m_{Z'}, m_\nu, z$
- (ii) Gap の幅と  $m_\nu$

(iii) Gap の幅と  $z$

(iv) Gap の深さと  $g_{Z'}$

まず、簡単のため宇宙ニュートリノ  $\nu_2$  の MFP のみを考える (FIG.20)。

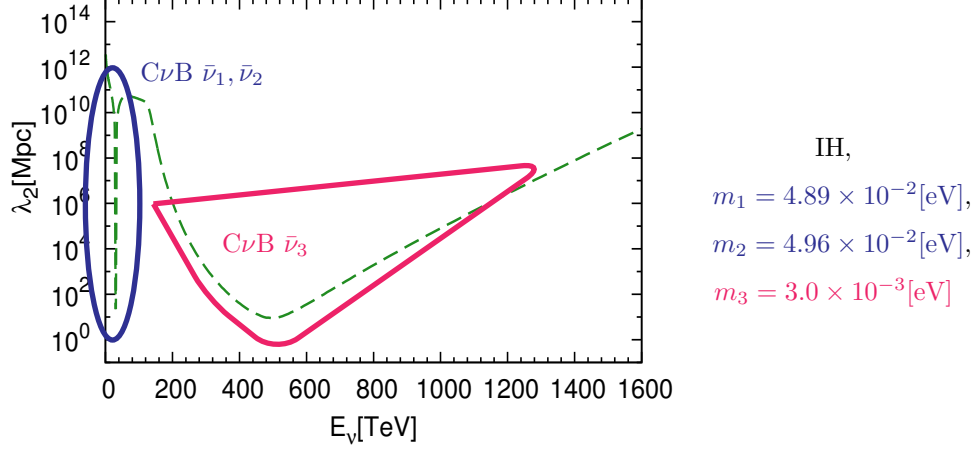


FIG. 20. 宇宙ニュートリノ  $\nu_2$  の MFP とニュートリノ質量。使用したパラメータは FIG.19 と同じ  $g_{Z'} = 5.0 \times 10^{-4}$ ,  $m_{\nu_3} = 3.0 \times 10^{-3}$  [eV],  $m_{Z'} = 2.75$  [MeV],  $z = 0.2$ 。太実線で囲われている領域は、どの CνB との共鳴散乱により Gap が生じているかを示している。また、実線の色は右側のニュートリノ質量と対応させてある。

(i) 3つの Gap の位置と  $m_{Z'}, m_\nu, z$

Gap の数とニュートリノ質量の固有状態の数は等しく 3 となる。それは、共鳴が生じる宇宙ニュートリノ  $\nu_i$  のエネルギー  $E_{\nu_i}^{\text{res}}$  に注目することで理解できる。式 (23) より  $E_{\nu_i}^{\text{res}}$  は、

$$E_{\nu_i}^{\text{res}} = \begin{cases} \frac{1}{1+z} \frac{m_{Z'}^2}{2m_{\nu_{1(2)}}} \simeq 30 \text{ TeV}, \\ \frac{1}{1+z} \frac{m_{Z'}^2}{2m_{\nu_3}} \simeq 500 \text{ TeV} \end{cases} \quad (26)$$

と近似的に評価できる。最右辺の値は実際 FIG. 20 で使用した値  $(m_{Z'}, m_\nu, z)$  を代入することで得られる。また、この数値と FIG.20 の Gap のエネルギーが対応していることが確認できる。この対応を詳しくみると、500 TeV 付近の Gap は一番軽い CνB の状態  $\bar{\nu}_3$  によって作られている。一方 30 TeV 付近の Gap は、2つの重い質量状態の  $\bar{\nu}_1$  と  $\bar{\nu}_2$  による。この2つの重いニュートリノ  $\bar{\nu}_1$  と  $\bar{\nu}_2$  は質量が縮退しているため2つの Gap が 30 TeV 付近に重なっている。そして共鳴条件式 (23) を使用して、適切なエネルギー領域に Gap を再現することが可能となる。

(ii) Gap の幅と  $m_\nu$

軽いニュートリノほど Gap の幅がより広くなる。これは、 $C\nu B$  の熱分布の影響、式 (22) から理解できる。ニュートリノ質量が  $C\nu B$  温度より小さい場合、共鳴条件式 (23) を満たす  $E_{\nu_i}^{res}$  が増えるからである。FIG.20 でのニュートリノ質量では、それぞれの  $C\nu B$  での共鳴条件が近似的に

$$m_{\nu_3} \ll |\mathbf{p}|^{\max} \rightarrow s \simeq 2E_{\nu_2}(1+z) \left[ \sqrt{|\mathbf{p}|^2 + m_{\nu_3}^2} - |\mathbf{p}| \cos \theta \right] = m_{Z'}^2, \quad (27)$$

$$|\mathbf{p}|^{\max} \ll m_{\nu_{1(2)}} \rightarrow s \simeq 2E_{\nu_2}(1+z)m_{\nu_{1(2)}} = m_{Z'}^2, \quad (28)$$

と評価できる。式 (27) を満たす  $E_{\nu_2}$  は  $p$  と  $\theta$  の値によって複数存在しうる。しかし、式 (28) を満たす  $E_{\nu_2}$  は、ほぼ一意に決ってしまう。結果軽いニュートリノ質量に対応する共鳴散乱の MFP への効果は幅広いエネルギー領域に渡る。実際 FIG. 19 を見ると、500 TeV 付近での一番軽いニュートリノによる Gap は、30 TeV 付近の重いニュートリノによる Gap より広がっている。

(iii) Gap の幅と  $z$

大きな Redshift については Gap が広くなる (FIG.21)。式 (20) の積分測度を書き直すと、

$$\lambda = \left[ \int_0^{|\mathbf{p}|^{\max}} d|\mathbf{p}| \int_{\Omega} \frac{d\Omega}{(2\pi)^3} f(|\mathbf{p}|, z) \sigma(\mathbf{p}, E_\nu) \right]^{-1} \quad (29)$$

となる。この運動量の上限のオーダーは式 (22) より、 $|\mathbf{p}|^{\max} \sim (1+z)T_{\nu 0}$  である。よって、大きな  $z$  に対しては積分区間が広がり、共鳴条件を満たしやすくなり、Gap が広くなる。

MFP と最終的な結果である宇宙ニュートリノフラックス式 (25) または、Survival rate  $R_i$  の振る舞いを比較すると、Redshift については異なる点がある。これは Survival rate の定義式 (24) で、MFP の  $z$  について積分を実行しているために生じる。

例えば、FIG.21 の右図の黒点線は  $z_g = 1.6$  の Survival rate  $R_2$  に注目してみる。 $z = 1.6$  から  $z = 0.0$  に渡って MFP を式 (24) のように足し上げる際には、FIG.21 の左図のように、MFP は右にずれながら足し上げられる。故に、Survival rate での Gap は MFP での Gap よりも広くなる。

(iv) Gap の深さと  $g_{Z'}$

MFP のそれぞれの共鳴エネルギーでの深さの違いは結合定数  $g'_{ij}$  の大きさの違いによる。例えば、FIG. 19 の 500 TeV 付近の Gap は、すべての宇宙ニュートリノ  $\nu_{1,2,3}$  が一番軽い  $C\nu B$  (この図の場合  $\bar{\nu}_3$ ) によって共鳴散乱されて生じている。ゆえに、 $|g'_{33}| < |g'_{23}|, |g'_{13}|$  (式 (19)) のため  $\nu_3$  についての MFP、 $\lambda_3$  が他の  $\lambda_{1,2}$  と比較して大きくなっている。

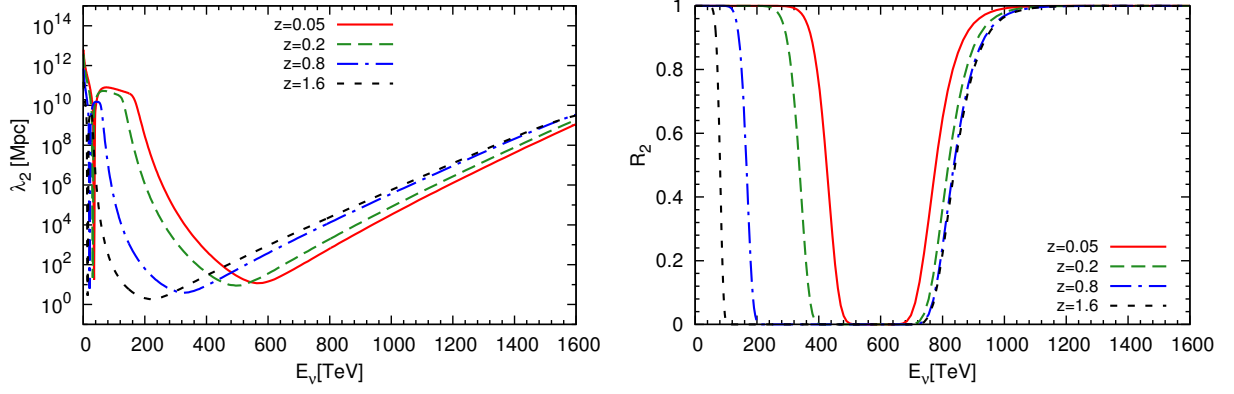


FIG. 21. 様々な  $z$  での宇宙ニュートリノ  $\nu_2$  の MFP(左図) と式 (24) の Survival rate  $R_2$ (右図)。右図では図を見やすくするため重い  $C\nu B$ ,  $\bar{\nu}_{1,2}$  との散乱は描いていない。 $z$  が大きくなるにつれて Gap は広くなる。また Gap の位置は式 (26) のように変化している。

以上の Gap の形状とパラメーターの相関で注目すべきことは、Gap の幅は  $z$  とニュートリノ質量によって決まることである。なぜならば、Gap 幅は  $400 \sim 1000\text{TeV}$  と決まっているので、ニュートリノ質量とニュートリノ源の位置に相関が生じるからである。例えば  $z_g$  を小さくとった場合、ニュートリノ質量も小さくとらなければ十分な幅の Gap を再現できない。よって、 $z_g$  の値または、ニュートリノ質量の値、どちらか一方を他の実験等で決定できれば、残るもう一方の値は  $400 \sim 1000\text{TeV}$  Gap から決定される。

#### D. $400 \sim 1000\text{TeV}$ Gap

前 Section の結果を使用して  $400 \sim 1000\text{TeV}$  にある Gap を説明可能か議論する。Sec.V C(i) から Gap の数はニュートリノ質量固有状態と等しく 3 であるため、どのニュートリノで  $400 \sim 1000\text{TeV}$  Gap を作るかによって 3 つに場合わけが可能である。

- (1) 一番軽いニュートリノが  $400 \sim 1000\text{TeV}$  に Gap を作る。そして、重いニュートリノは  $10\text{TeV}$  程度の低エネルギーに細い Gap を作る。
- (2) ニュートリノ質量が縮退し、3 つの Gap が  $400 \sim 1000\text{TeV}$  の 1 つの Gap を作る。
- (3) 重いニュートリノが  $400 \sim 1000\text{TeV}$  に Gap を作る。軽いニュートリノは  $10\text{PeV}$  あたりに底の浅い広がった Gap を作る。

これからそれぞれの場合での宇宙ニュートリノフラックスについて議論する。これらグラフで使用されてる  $g_{Z'}$ ,  $m_{Z'}$  は  $g_\mu - 2$  の問題も解決できるよう選ばれている。

### Case (1) (軽いニュートリノで 400 ~ 1000TeV Gap を作る)

まず、FIG.22 の上のグラフ、IH についてであるがこれは、400 ~ 1000TeV の Gap を作って

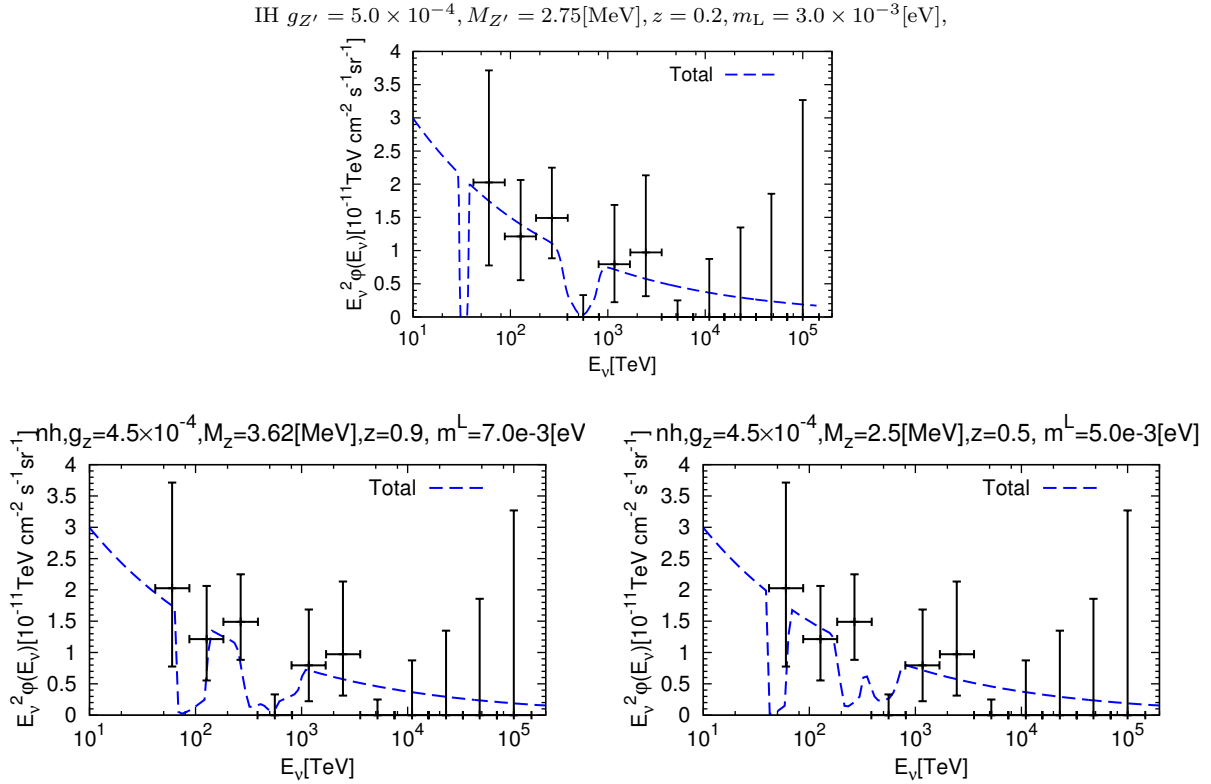


FIG. 22. 式 (25) を使用して計算した宇宙ニュートリノフラックス。軽いニュートリノで 400 ~ 1000TeV Gap を作る場合。上の図が IH、下の図が NH のもの。使用したパラメーターはグラフの上部に記載されている。グラフでの  $z$  は本論文での  $z_g$  に対応しており、 $m^L$  は一番軽いニュートリノ質量の値である。この表記については以下 Case(2),(3) のグラフについても同様。

いる。同時に低エネルギー側に細い Gap が生じているが、これは重い質量固有状態の  $C\nu B$  によるものである。この低エネルギー領域では、背景事象である大気ニュートリノの影響が強い。そのため、宇宙ニュートリノのフラックスにこのような細い Gap があったとしても、背景事象のため Gap は観測されない。また、 $z_g = 0.2$  であるから、Sec.V B の仮定とも矛盾しない。故に、このパラメーターであれば IceCube Gap と  $g_\mu - 2$  を同時説明可能である。ただし、IceCube 実験の解析が進み、10TeV 程度の低エネルギーについても宇宙ニュートリノフラックスの値が報告されている [37]。故に、今後の解析によっては、この低エネルギーの Gap は実験と矛盾する可能性がある。

FIG.22 の下のグラフは、NH についてである。しかし、NH では一番軽いニュートリノ  $C\nu B \bar{\nu}_1$  と  $\bar{\nu}_2$  の質量差が小さいため 400 ~ 1000TeV の Gap を再現できない。一番軽いニュートリノ

$\bar{\nu}_1$  で IceCube Gap を再現した場合、自動的に  $\bar{\nu}_2$  が 400TeV の少し下に同程度の Gap を生じさせてしまうからである。一番軽いニュートリノ質量を  $10^{-3}\text{eV}$  程度に仮定した場合は NH では実験結果と矛盾しない Gap は再現不能である。

### Case (2) (ニュートリノ質量縮退)

FIG.23 ではニュートリノ質量が縮退しているため、3 つの Gap は全て同じ位置に生じる (式

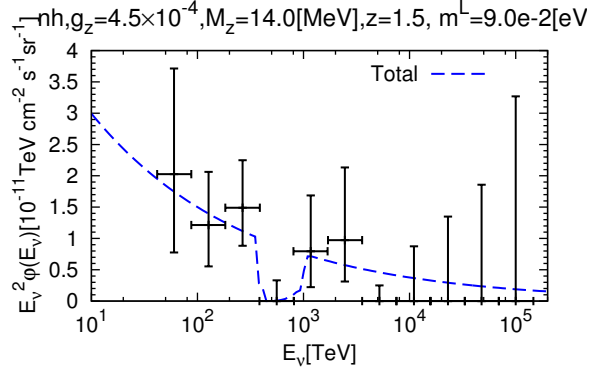


FIG. 23. ニュートリノ質量が縮退している時の宇宙ニュートリノフラックス (式 (25)).

(26)). Gap を再現しているが、 $z_g = 1.5$  と  $z_g$  が大きいため Sec.V B のニュートリノ源についての仮定と矛盾する。故に、今回の計算の枠組みでは正しく宇宙ニュートリノフラックスが計算されている保証はない。よって本論文ではこの Case で IceCube Gap を説明しているかどうかは判断できない。しかし、単純に (1)(2)(3) の結果を比較した時、400 ~ 1000TeV 以外に Gap を生じさせない、ニュートリノ質量が縮退しているこの Case は魅力的である。Sec.V B の仮定を使用しない、Next Work(Appendix.C) では重要になると予想される。

### Case (3) (重いニュートリノによる 400 ~ 1000TeV Gap)

FIG.24 では重いニュートリノが 400 ~ 1000TeV Gap を作り軽いニュートリノが高エネルギー領域に幅広い Gap を作っている。400 ~ 1000TeV Gap を再現しているが、Case(2) と同様  $z_g$  が大きい。よって本論文ではこの Case で IceCube Gap を説明しているかどうかは判断できない。

以上から、本論文では Case(1) の IH の場合についてのみ、IceCube Gap と  $g_\mu - 2$  を説明可能と結論できる。

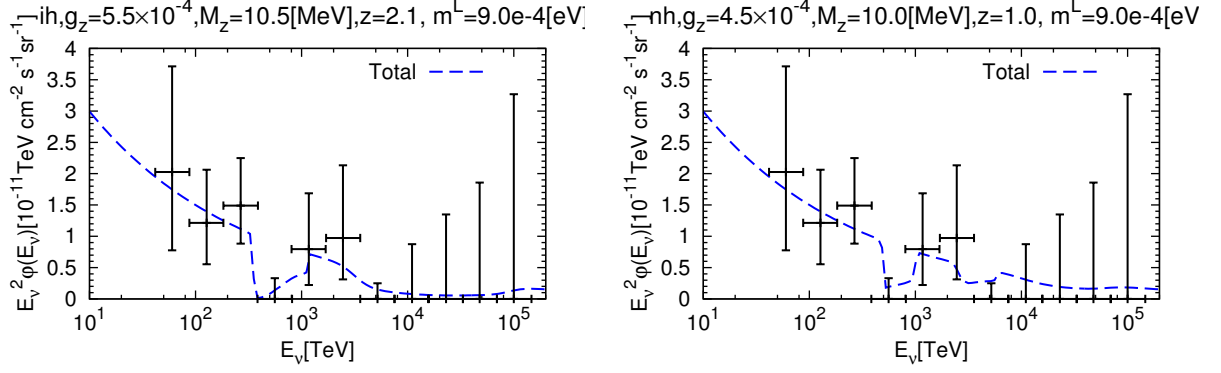


FIG. 24. 重いニュートリノによる 400 ~ 1000 TeV Gap。左図が IH、右図が NH で、軽いニュートリノは超高エネルギー領域に幅広い Gap を作っている。

## VI. SUMMARY

本論文では、IceCube 実験の報告による 400 TeV - 1000 TeV の宇宙ニュートリノフラックスの Gap と  $g_\mu - 2$  問題を Gauged  $L_\mu - L_\tau$  モデルで同時説明可能か議論してきた。

まず、前半部分では、 $\nu$ SI を媒介する粒子の共鳴散乱を使用することで、特定のエネルギーの宇宙ニュートリノが IceCube に届かなくなりうることを確認した。そして、400 ~ 1000 TeV に Gap を生じさせるためには、 $\nu$ SI を媒介する粒子の質量が MeV 程度でなければならないことを導いた。また、 $L_\mu - L_\tau$  を媒介する  $Z'$  についてその質量が MeV 程度であれば、 $g_\mu - 2$  が説明可能であることも確認した。以上のことから、MeV 程度の  $Z'$  を使用して IceCube Gap と  $g_\mu - 2$  を同時解決の可能性を指摘した。

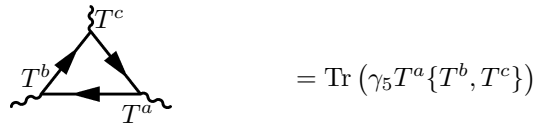
そして、後半部分では宇宙ニュートリノの Mean Free Path(MFP)、Survival rate、宇宙ニュートリノフラックスを計算することで、IceCube Gap を解決できるか議論した。その際に MFP を使用して、モデルパラメータと Gap の形状に 4 つの相関 (i) 3 つの Gap の位置と  $m_{Z'}$ ,  $m_\nu$ ,  $z$ , (ii) Gap の幅と  $m_\nu$ , (iii) Gap の幅と  $z$ , (iv) Gap の深さと  $g_{Z'}$  について議論した。そこで Gap の幅を 400 ~ 1000 TeV としたときニュートリノ質量とニュートリノ源の位置  $z_g$  について相関が生じることを指摘した。Gap の数がニュートリノ質量固有状態の数と等しいことから、IceCube Gap を再現しうる 3 つの Case、(1) 一番軽いニュートリノによる 400 ~ 1000 TeV Gap、(2) ニュートリノ質量縮退、(3) 重いニュートリノによる 400 ~ 1000 TeV Gap に宇宙ニュートリノフラックスが場合分けされた。最終的に FIG.22 の IH の場合により IceCube Gap は説明された。これは、一番軽いニュートリノ質量を  $3 \times 10^{-3}$  eV、 $Z'$  の質量を 1.9 MeV とした場合の図で確かに宇宙ニュートリノの Gap を再現している。また、 $L_\mu - L_\tau$  モデルのゲージ結合定数は  $5.0 \times 10^{-4}$  であり、これは  $g_\mu - 2$  を解決する。

最後に NXET WORK についてコメントしておく。本計算では一度散乱された宇宙ニュートリノ

のフラックスへの寄与は考慮していない。この2次ニュートリノの効果はGapのそこを上げてギャップを低エネルギー側に広げる。よって、IceCube Gapを説明した本計算結果 (FIG.22 のIH) に変更が生じる。また、ニュートリノ源は点源かつスペクトラム進化はないと仮定したが、この仮定を使用しない計算も行う必要もある。

#### Appendix A: $L_\mu - L_\tau$ モデルでの量子異常キャンセル

SM 拡張に際し確認しなければならない条件として、量子異常が現れないことがある。FIG.25 のような3つのゲージボソンからなるトライアングルダイアグラムが値を持つ場合、ワード恒等式を満たさなくなってしまうからである。



$$= \text{Tr} (\gamma_5 T^a \{T^b, T^c\})$$

FIG. 25. 量子異常を評価するトライアングルダイアグラムと、そのダイアグラムの値。

ここで  $T^a$  は拡張 SM を記述する生成子も含むすべての生成子で重力を記述する生成子も含む。また、 $\text{Tr}$  はフェルミオンすべてについて渡る。

SM では量子異常はない。それぞれのフェルミオンは FIG.25 のトライアングルダイアグラムに対して値をもつが、SM のフェルミオンに渡ってトレースを取ることで、全体としてキャンセルすることが確かめられる。一般に SM を拡張したモデルでは、生成子  $T^a$  とフェルミオンが新たに SM に導入されうる。そのため、フェルミオンについてトレースをとったとしても必ずしも全体としてキャンセルするかどうかはわからない。故に、通常は量子異常が消えるよう粒子を複数加える。しかし、 $L_\mu - L_\tau$  モデルでは、特に新たに粒子を導入せずとも量子異常は存在しない [20, 21]。実際、 $U(1)_Y, U(1)_{L_\mu - L_\tau}$  のチャージは以下のように割り当てられている

$$Y = \begin{pmatrix} \frac{1}{6} & & & & \\ & \frac{2}{3} & & & \\ & & -\frac{1}{3} & & \\ & & & -\frac{1}{2} & \\ & & & & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} q_L^i \\ u_R^i \\ d_R^i \\ l_L^i \\ e_R^i \end{pmatrix} \quad L_\mu - L_\tau = \begin{pmatrix} 1 & & & & \\ & -1 & & & \\ & & 1 & & \\ & & & -1 & \\ & & & & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} l_L^2 \\ l_L^3 \\ e_R^2 \\ e_R^3 \end{pmatrix}$$

ので例えば、FIG.25 でゲージボソンを  $U(1)_Y^2 U(1)_{L_\mu - L_\tau}$  としたグラフでは

$$2 \times \left(-\frac{1}{2}\right)^2 (1-1) + (-1)^2 (1-1) = 0 \quad (\text{A1})$$



と FIG.25 はキャンセルする。他のトライアングルダイアグラムも同様にキャンセルすることが確かめられる。この  $L_\mu - L_\tau$  モデルのように SM の粒子のみで量子異常が発生しない、レプトンにチャージを割り当てる  $U(1)$  の数は限られている [21]。

## Appendix B: $L_\mu - L_\tau$ モデルでのニュートリノ混合角 $\theta_{23}$

ニュートリノ振動実験からニュートリノ混合角  $\theta_{23}$  は  $\theta_{23} \simeq \pi/4$  と大きな値を持つ (Appendix.D 参照)。この大きな  $\theta_{23}$  は  $L_\mu - L_\tau$  モデルで説明可能であり、以下それを簡単に示す。

ニュートリノ振動や宇宙論の制限からニュートリノは eV 以下の質量をもつことがわかっている。よってその質量を説明する質量項を SM ラグランジアンに導入する必要がある。右巻きニュートリノを導入しない  $L_\mu - L_\tau$  モデルでは、マヨラナ質量項によりニュートリノ質量を説明する。左巻きニュートリノのマヨラナ質量項は  $(\overline{\nu_L})^c \nu_L$  の形をとるが、これは  $SU(2)_3$  重項のためラグランジアンにはそのまま加えられない。故に以下のような次元 5 の有効ラグランジアンを考える。

$$\frac{h_{\alpha\beta}}{\Lambda} (\overline{L_L^\alpha})^c L_L^\beta \phi_H \phi_H \quad (B1)$$

ここで  $L_L^T = (\nu_L, e_L)$ 、 $\alpha, \beta$  はフレーバーの添字、 $h_{\alpha\beta}$  は結合定数、 $\phi_H$  はヒッグス場であり、 $\Lambda$  はカットオフスケールである。この式 (B1) でヒッグスを真空期待値に置き換えることで、ニュートリノに質量を与えることができる。今、 $U(1)_{L_\mu - L_\tau}$  対称性が課されてるため、結合定数  $h_{\alpha\beta}$  の形は

$$h_{\alpha\beta} = \begin{pmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & b \\ 0 & b & 0 \end{pmatrix}, (a, b \text{ は定数}) \quad (B2)$$

に制限される。故にニュートリノ混合行列  $V_{\alpha i}$  は

$$(V^\dagger)_{i\alpha} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \\ 0 & 1/\sqrt{2} & -1/\sqrt{2} \end{pmatrix} \quad (B3)$$

となり、 $\theta_{23}$  を説明できる。しかし、同時  $\theta_{12} = 0$  となってしまう、これは実験値  $\theta_{12} = 34.6^\circ$  Appendix.D と矛盾する。さらに、ニュートリノの質量については  $m_{\nu_2} = m_{\nu_3}$  となり、これも実験値  $|\Delta_{31}^2| = 2.48 \times 10^{-3} \text{eV}^2$  と矛盾する。これら矛盾は  $U(1)_{L_\mu - L_\tau}$  の破れにより解決される。式 (B2) を

$$h_{\alpha\beta} = \begin{pmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & b \\ 0 & b & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & b \\ 0 & b & 0 \end{pmatrix} + \epsilon \begin{pmatrix} c & d & e \\ d & f & g \\ e & g & h \end{pmatrix} \quad (B4)$$

( $c, d, e, f, g$  は定数。 $a, b$  と同じオーダー。 $\epsilon$  は微小量。)

と変更することで、 $\epsilon$  で表わされる微小な破れを導入する。[22, 23] で、破れの分類とそれぞれの分類での結果について議論されている。

## Appendix C: NEXT WORK

これから、本論文の次に行うべきことについて概説する。本論文では、400 ~ 1000 TeV の IceCube Gap と  $g_\mu - 2$  を  $Z'$  を使用して同時解決可能か議論した。しかし、本論文の趣旨は同時可能性を提示することであり完全かつ厳密な議論を行なうことではない。そのため、計算を行う便宜上いくつかの仮定を使用した。

- (i) ニュートリノ源は  $z_g$  にある点源である。
- (ii) 小さい  $z_g$  を考え、ニュートリノ源の Redshift によるスペクトラム進化を無視する。
- (iii) 一度散乱された宇宙ニュートリノのフラックスへの寄与は考慮していない。
- (iv)  $Z'$  の質量は単なるパラメーターとする。

ここでは、(i)~(iii) の仮定を必要としない”輸送方程式”を使用した宇宙ニュートリノフラックス計算法について概説する。

### 1. 輸送方程式

輸送方程式を使用した宇宙ニュートリノフラックスの計算はすでに [2] で行なわれている。その輸送方程式は宇宙線のフラックスの計算のために使用されていた方程式である [38, 39]。さらにその宇宙線フラックスの計算に使用されている方程式は、流体力学で現われる流体粒子による輸送を記述する方程式を拡張したものである。そこでまず宇宙線についての輸送方程式を示し、各項の意味を流体や熱伝導との関係を援用しながら解説する。

輸送方程式 輸送方程式は宇宙線の密度  $n(t, x)$  を  $E$  で微分した  $\tilde{n}(t, x, E) = \frac{dn}{dE}$  についての偏微分方程式である。 $\tilde{n}(t, x, E)$  と宇宙線フラックス  $J(E)$  との関係は、 $\tilde{n}$  に空間依存性のない場合は簡単な形

$$J_i(E) = \frac{c}{4\pi} \tilde{n}(0, E) \quad (\text{C1})$$

で与えられる。ここで、 $c$  は光速である。そして、 $\tilde{n}$  の時間変化を記述する輸送方程式は以下のよう  
に与えられる [39]。

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tilde{n}_i(t, x, E)}{\partial t} = & \nabla \cdot (D_i \nabla \tilde{n}_i(t, x, E)) - \nabla \cdot \{ \mathbf{u} \tilde{n}_i(t, x, E) \} - \frac{\partial}{\partial E} (b_i(E) \tilde{n}_i(t, x, E)) \\ & + \mathcal{L}_i(t, x, E) - p_i \tilde{n}_i(t, x, E) + v n_b \sum_{k \geq i} \int_E^\infty dE' \tilde{n}_i(t, x, E') \frac{d\sigma_{k,i}(E, E')}{dE} \end{aligned} \quad (C2)$$

添字の  $i$  は宇宙線の粒子の種類を表す。また、エネルギー  $E$  は宇宙線の共動座標系での値である。こ  
れから、各項の意味を流体力学や熱伝導と関連づけて解説する。

(i) 空間的拡散項  $\nabla \cdot (D_i \nabla \tilde{n}_i(t, x, E))$

$D_i$  は粒子  $i$  の拡散係数である。この拡散項はよく知られている熱伝導方程式に含まれている。  
一次元の熱伝導方程式は、

$$\begin{aligned} \frac{\partial T(x, t)}{\partial t} = \kappa_T \frac{\partial^2 T(x, t)}{\partial x^2} \quad (C3) \\ T(x, t) : x \text{ での温度} \quad \kappa_T : \text{熱拡散係数} \end{aligned}$$

である。より一般的には  $\kappa_T$  は空間依存性を持つため、

$$\frac{\partial}{\partial t} \{ \rho c_p T(x, t) \} = \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \rho c_p \kappa_T \frac{\partial T(x, t)}{\partial x} \right\} \quad (C4)$$

と書かれる。ここで  $\rho$  は熱を運ぶ粒子の密度、 $c_p$  は定圧比熱である。仮に  $\rho c_p$  が定数だと  
すると、式 (C4) は、式 (C2) の  $\frac{\partial \tilde{n}_i(t, x, E)}{\partial t} = \nabla \cdot (D_i \nabla \tilde{n}_i(t, x, E))$  部分に対応する。故に  
 $\nabla \cdot (D_i \nabla \tilde{n}_i(t, x, E))$  は宇宙線の空間的拡散を表している。拡散係数  $D_i$  は以下のように扱われ  
る [38]。

$$D_i = \frac{1}{3} \lambda_{D_i} v \quad (C5)$$

ここで、 $\lambda_{D_i}$  は拡散平均自由行程、 $v$  は粒子速度である。

(ii) (位置) 空間対流項  $-\nabla \cdot \{ \mathbf{u} \tilde{n}_i(t, x, E) \}$

この項は宇宙線フラックスの輸送方程式において、系の大局的な輸送を表わしており、 $\mathbf{u}$  はそ  
の運動速度である。

(i)(ii) の項は、ある領域での輸送量収支を考えることで導出される (流体方程式の導出)。ここ  
で簡単にその導出を行う [40]。

FIG.26 の黒点線で表されているような、微小領域内での物理量  $\phi(\mathbf{x})$  の収支を考える。今  $\phi$  は拡散と対流により輸送されている、そして各点での単位面積あたりの輸送量は

$$\text{拡散} \quad \mathbf{q}(\mathbf{x}) = -\Gamma(\mathbf{x})\nabla\phi \quad (\Gamma: \text{拡散係数}) \quad (\text{C6})$$

$$\text{対流} \quad \rho(\mathbf{x})\phi(\mathbf{x})\mathbf{u}(\mathbf{x}) \quad (\rho: \text{密度}, \mathbf{u}: \text{速度}) \quad (\text{C7})$$

と書ける。 $\mathbf{q}$  は拡散流速ベクトルと呼ばれており、 $\phi$  の勾配で与えられる (熱伝導のフーリエの法則)。FIG.26 のように、 $y$  軸に垂直な面からの流出、流入を考えると、微小領域内の  $\phi$  の変化はテイラー展開の次数の 2 次以降を無視すると

$$\begin{aligned} & \left[ \left( q_y(\mathbf{x}) - \frac{\partial q_y(\mathbf{x})}{\partial y} \frac{1}{2} \delta y \right) - \left( q_y(\mathbf{x}) + \frac{\partial q_y(\mathbf{x})}{\partial y} \frac{1}{2} \delta y \right) + \left( \rho\phi u_y - \frac{\partial(\rho\phi u_y)}{\partial y} \frac{1}{2} \delta y \right) - \left( \rho\phi u_y + \frac{\partial(\rho\phi u_y)}{\partial y} \frac{1}{2} \delta y \right) \right] \delta x \delta z \\ &= - \left[ \frac{\partial q_y(\mathbf{x})}{\partial y} \delta y + \frac{\partial(\rho\phi u_y)}{\partial y} \delta y \right] \delta x \delta z = - [(\nabla \cdot \mathbf{q})_y + \{\nabla \cdot (\rho\phi \mathbf{u})\}_y] \Delta V \\ &= - [-\{\nabla \cdot (\Gamma \nabla \phi)\}_y + \{\nabla \cdot (\rho\phi \mathbf{u})\}_y] \Delta V \end{aligned} \quad (\text{C8})$$

となる。他の面での流入、流出も計算できて、それらをまとめると

$$[+\nabla \cdot (\Gamma \nabla \phi) - \nabla \cdot (\rho\phi \mathbf{u})] \Delta V \quad (\text{C9})$$

を得る。一方で微小領域内の  $\phi$  の変化を時間微分を使用して書くことができ、

$$\frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t} \Delta V \quad (\text{C10})$$

となる。故に、

$$\frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t} = +\nabla \cdot (\Gamma \nabla \phi) - \nabla \cdot (\rho\phi \mathbf{u}) \quad (\text{C11})$$

を得る。そして、右辺に現れた項がそれぞれ拡散項と対流項となっている。

(iii) 連続的エネルギー損失項 (エネルギー対流項  $-\frac{\partial}{\partial E}(b\tilde{n}_i(t, x, E))$   
 $b_i(E)$  は

$$b_i(E) = \frac{dE}{dt} \quad (\text{C12})$$

で与えられる。この項は宇宙線の連続的なエネルギー損失を表している。

そして  $-\frac{\partial}{\partial E}(b\tilde{n}_i(t, x, E))$  は (ii) の項で  $x$  の微分を  $E$  に、対局的な速度を  $\frac{dE}{dt}$  に置き換えたものになっている。つまり、エネルギー空間での対流項になっている。導出は (ii) の導出に対してさらに第 4 の軸  $E$  を  $x, y, z$  の 3 軸に加えることで行なわれる。

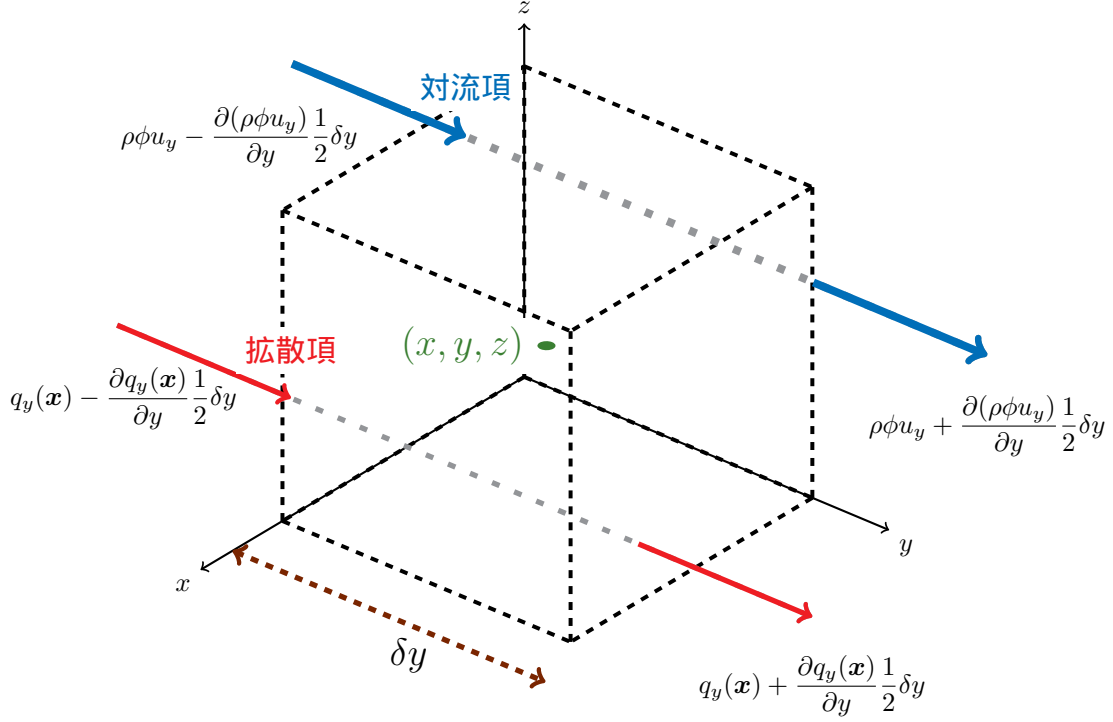


FIG. 26. ある微小領域 (点線で囲まれた立方体) での物理量  $\phi$  の収支を表す図。微小領域の中心は  $(x, y, z)$  で、各辺の長さはそれぞれ  $\delta x, \delta y, \delta z$  である。拡散流速ベクトル ( $q$ ) と、対流 (対流速度  $u$ ) により微小領域内の物理量  $\phi$  は変化する。簡単のため、 $y$  方向についての流入、流出のみ記す。

(iv) 宇宙線源からの寄与 (生成項)  $\mathcal{L}_i(t, x, E)$

この項は宇宙線源からの宇宙線  $i$  についての寄与を表わしている。 $\mathcal{L}_i(t, x, E)d^3x dE dt$  は  $[t, t+dt]$  の間に宇宙線源から放出される区間  $[x, x+dx]$ ,  $[E, E+dE]$  の宇宙線  $i$  の数を与える。この項は拡散、対流とは異なり各点の湧き出しを記述しているため生成項と呼ばれる。

(v) 衝突、崩壊項 (消滅項)  $-p_i \tilde{n}_i(t, x, E)$

この項は素粒子反応による、宇宙線  $i$  の減少を表わしている。 $p_i$  は

$$p_i = v n_b \sigma_i + \frac{1}{\gamma \tau_i} \quad (\text{C13})$$

であり、ここで  $n_b$  は宇宙線と相互作用する粒子密度、 $\sigma_i$  はその断面積、 $\tau_i$  は宇宙線  $i$  の寿命である。この項は、(iv) の生成項とは逆の寄与をもたらすため減少項と呼べる。

(vi) 2次ニュートリノ  $+v n_b \sum_{k \geq i} \int_E^\infty dE' \tilde{n}_i(t, x, E') \frac{d\sigma_{k,i}(E, E')}{dE}$

この項はエネルギー  $E' \geq E$  の宇宙線  $k$  がエネルギー  $E$  の宇宙線  $i$  に散乱される寄与を表わしている。 $\sigma_{k,i}$  は過程

$$\text{始状態: 宇宙線 } k \text{ エネルギー } E' \rightarrow \text{終状態: 宇宙線 } i \text{ エネルギー } E \quad (\text{C14})$$

の全断面積である。この項は (iv) と同様生成項でもある。また、一般的に (iv)(v)(vi) の項をまとめて生成項と呼び以下のように表わす。

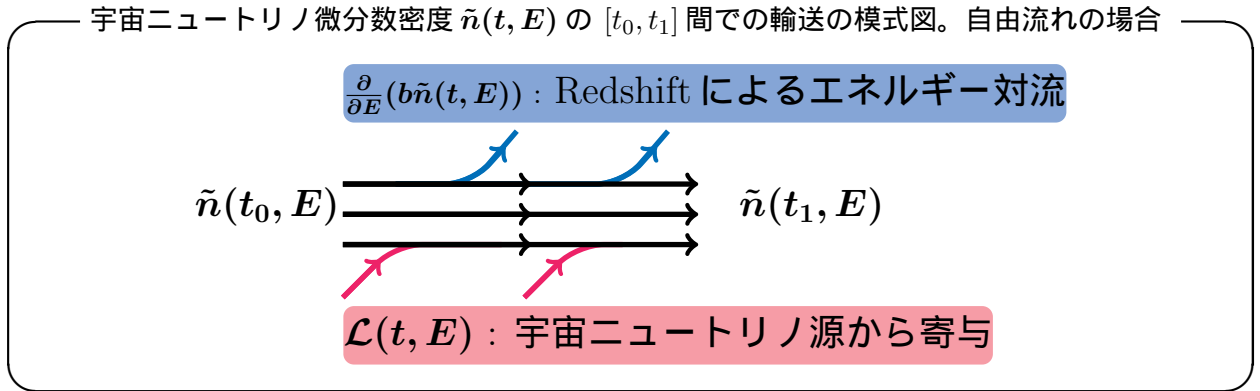
$$\mathcal{L}_i(t, x, E) - p_i \tilde{n}_i(t, x, E) + v n_b \sum_{k \geq i} \int_E^\infty dE' \tilde{n}_i(t, x, E') \frac{d\sigma_{k,i}(E, E')}{dE} = Q_i(t, x, E, \tilde{n}_i) \quad (\text{C15})$$

## 2. 輸送方程式の宇宙ニュートリノフラックス計算への適用

前 Section で導入した宇宙線についての輸送方程式、式 (C2) を [2] に従って宇宙ニュートリノに適用する。以下の議論では、宇宙ニュートリノ源が等方的かつ十分な数存在していると仮定し、 $\tilde{n}$  についての  $x$  依存性を無視する。

まずは相互作用のない、自由な流れの場合について概説する。そして、次に相互作用を導入した方程式について概説する。

### (i) 自由な流れ



相互作用のない場合での宇宙ニュートリノ微分数密度  $\tilde{n}(t, E) = \frac{dn(t, E)}{dE}$  の輸送方程式は式 (C2) より

$$\frac{\partial \tilde{n}(t, E)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial E} (b \tilde{n}(t, E)) + \mathcal{L}(t, E) \quad (\text{C16})$$

で与えられる。右辺第 1 項はエネルギー対流項 (Sec.C 1(iii)) であり、エネルギー損失は Redshift による

$$b = H(t)E \quad H(z) = H_0 \sqrt{\Omega_\Lambda + \Omega_M(1+z)^3} \quad (\text{C17})$$

で記述される。ここでのエネルギー対流項は Sec.C 1(iii) の定義とは符号が反対である。これは、Redshift による影響が必ずエネルギー減少方向のエネルギー対流を引き起こすので、符号を反対に定義しているためである。例えば、[2] 以外の文献 [41] でも Redshift による影響を取り入れている場合、

Sec.C 1(iii) とは符号の定義を逆にしている。右辺第 2 項目はニュートリノ源からの寄与 (Sec.C 1(iv)) である。そしてニュートリノ源の Redshift による進化  $\mathcal{W}(z)$  を使用すると

$$\mathcal{L}(z, E) = \mathcal{W}(z)\mathcal{L}_0(E) \quad (\text{C18})$$

と書ける。この計算では  $\mathcal{W}(z)$  として Star Formation Rate(SFR)FIG.27 [42] を使用する。FIG.27 では  $\mathcal{W}(z)$  の実験値についての 2 種類のフィットが実線描かれている。1 つめは実験値を滑らかにフィットしている、 $\mathcal{W}_{smooth}(z)$

$$\mathcal{W}_{smooth}(z) = h \frac{a + bz}{1.0 + (z/c)^d} [\text{M}_\odot \text{yr}^{-1} \text{Mpc}^{-3}] \quad (\text{C19})$$

ここで  $h = 0.7, a = 0.0170, b = 0.13, c = 3.3, d = 5.3$  であり、 $\text{M}_\odot$  は太陽質量である。2 つめは”Broken power”として [43]

$$\mathcal{W}_{broken}(z) \sim \begin{cases} \dot{\rho}_0(1+z)^{3.4} & 0 < z < 1 \\ \dot{\rho}_0(1+z)^{-0.3} & 1 < z < 4 \\ \dot{\rho}_0(1+z)^{-3.5} & 4 < z < 6 \text{ or } 7 \end{cases} \quad (\text{C20})$$

がある。このフィットは FIG.27 に描かれている直線的なフィットに対応するが、FIG.27 よりも新しい論文の値を使用している。式 (C18) の  $\mathcal{L}_0(E)$  は

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_0(E) &= E^{-\gamma} e^{E/E_{\text{cut}}} Q_0 \\ \gamma &= 2.0, \quad E_{\text{cut}} = 10^7 [\text{GeV}] \end{aligned} \quad (\text{C21})$$

とべき乗と Cut off で記述される。べき乗を使用する理由は、宇宙ニュートリノがべき乗則でフィットされる宇宙線から生じるためである。また Cut off と  $Q$  については IceCube の実験結果 FIG.2 と矛盾しないように選択する。つまり、 $Q$  は  $E^2 J(E) \sim 10^{-8} \text{GeV cm}^{-2} \text{s}^{-1} \text{sr}^{-2}$  程度になるように選ぶ。

#### (ii) $\nu\text{SI}$ 存在下での宇宙ニュートリノの輸送方程式

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tilde{n}(t, E)}{\partial t} &= \frac{\partial}{\partial E} (b\tilde{n}(t, E)) + \mathcal{L}(t, E) \\ &\quad - cn_{C\nu B} \sigma \tilde{n}(t, E) + cn_{C\nu B} \int_E^\infty dE' \tilde{n}(t, E') \frac{d\sigma}{dE} \\ \sigma &= \frac{1}{6\pi} g_{Z'}^4 \frac{s}{(s - m_{Z'}^2)^2 + m_{Z'}^2 \Gamma_{Z'}^2} \end{aligned} \quad (\text{C22})$$

この場合、自由な流れと比較して新たに 2 項 (Sec.C 1 (v)(vi) 項) 加わっている。新たに加わった相互作用項については宇宙ニュートリノの場合、 $C\nu B$  との散乱のみを考慮すればよい。

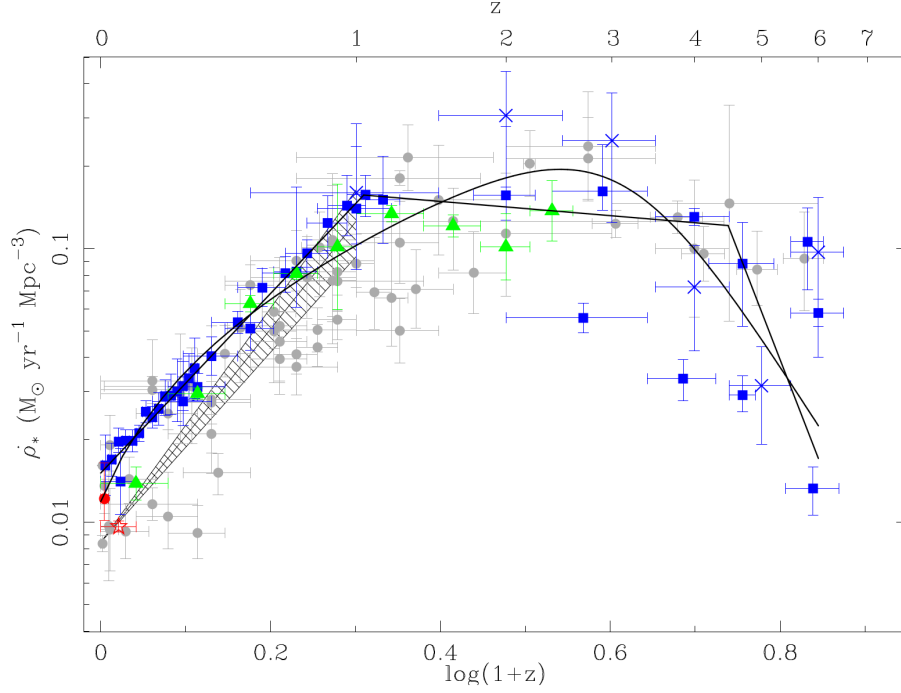
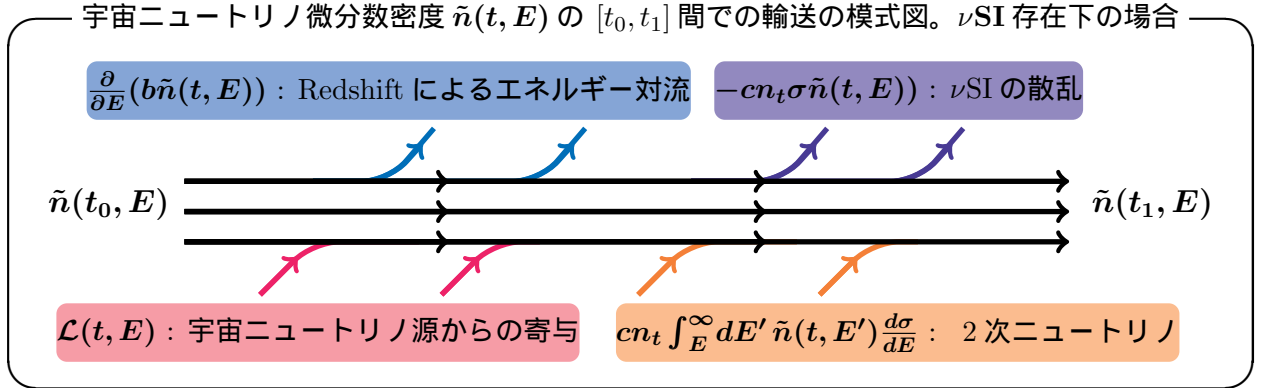


FIG. 27. Star Formation Rate(SFR)[42]。エラー付きの点は実験値、実線がフィット。



### 3. 数値計算、自由な流れ

ここでは、自由な流れ式 (C16) の数値計算について述べる。簡単なデルタ関数型の宇宙ニュートリノ源を仮定し、Redshift によるエネルギー対流効果とニュートリノ数保存が正しく計算されているか議論する。

#### 方程式

使用する方程式は式 (C16) であるが、時間を変数とするより、Redshift  $z$  を変数とする形式がより便



利である。そこで、

$$\frac{\partial \tilde{n}(t, E)}{\partial t} = \frac{\partial \tilde{n}(z, E)}{\partial z} \frac{dz}{dt} = H(z)(z+1) \frac{\partial \tilde{n}(z, E)}{\partial z} \quad (C23)$$

であるから式 (C16) は

$$\frac{\partial \tilde{n}(z, E)}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial E} \left( \frac{E}{1+z} \tilde{n}(z, E) \right) + \frac{1}{(1+z)H(z)} \mathcal{L}(z, E) \quad (C24)$$

となる。

#### 初期条件と境界条件

$$\text{初期条件 } \tilde{n}(z_{max} = 4, E) = 0 \quad (C25)$$

$$\text{境界条件 } \tilde{n}(z, E = 1[\text{PeV}]) = 0 \quad (C26)$$

#### 宇宙ニュートリノ源

宇宙ニュートリノ源については、

$$\mathcal{L}(z, E) = \mathcal{W}(z) \mathcal{L}_0(E) \quad (C27)$$

であるが、Redshift によるエネルギー対流の効果を確認するため以下のデルタ関数型を仮定する。

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_0(E) &= \delta(E - E^s) \Delta E \times E^{-\gamma} e^{E/E_{\text{cut}}} Q_0 \\ E^s &= 10^6 [\text{GeV}], \quad Q_0 = 1.7 \times 10^{-22} [\text{GeV}^{-1} \text{cm}^{-3}], \quad \Delta E = 5.0 \times 10^3 [\text{GeV}] \\ \mathcal{W}_{\text{smooth}}(z) &= \delta(z - z_s) \times h \frac{a + bz}{1.0 + (z/c)^d} \quad (z_s = 2.5) \end{aligned} \quad (C28)$$

つまり、 $z = 2.5$  の時宇宙ニュートリノ源から  $E = 10^6 [\text{GeV}]$  の宇宙ニュートリノのみが放出されたと仮定する。ここで、 $Q_0$  は適当な値を使用する。

このような条件の下、数値計算を行なった結果が FIG.28 である。この FIG.28 と Table.II を使用して、Redshift によるエネルギー対流 (エネルギー損失)

$$\begin{aligned} E^{obs} &= \frac{E^s}{(1 + z_s)} \\ E^{obs} : z = 0 \text{ でのエネルギー}, \quad E^s : z = z_s \text{ でのエネルギー} \end{aligned} \quad (C29)$$

とニュートリノ数 (密度) 保存を確認する。

#### Redshift エネルギー対流 (エネルギー損失)

Table.II には FIG.28 のそれぞれの  $z$  での  $\tilde{n}$  のピーク位置  $E^p$ 、数密度 (面積)  $n$ 、エネルギー密度  $\epsilon$  が書かれている。Table.II の 3 列目に注目すると、 $E^p$  は Redshift によるエネルギー損失式 (C29) に従っていることが確認できる。

### 数密度保存

この計算では、相互作用 (消滅項) が存在しないため、各  $z$  で数密度は保存する。ただし、本来であれば  $n^{obs} = n^s / (1+z)^3$  のような、変化がある。しかし、最終的に IceCube 実験の宇宙ニュートリノフラックスと比較する場合、 $n_s$  の詳細は問題にならない。なぜなら  $z = 0$  での値のみが問題となるからである。そして、 $n$  は以下のように計算される。

$$n = \int \tilde{n}(z, E) dE \quad (C30)$$

数密度保存は Table.II の 4 列目から確認できる。しかし  $z^s = 2.5$  については数密度保存が破れているようにみえる。この破れは鋭い関数に対して数値積分を行なっていることによって生じている。式 (C28) では  $z = 2.5$  でニュートリノが放出されているので、 $\tilde{n}(z = 2.5, E)$  はデルタ関数的に鋭い関数となっている。故に数値積分では  $\tilde{n}(z = 2.5, E)$  の面積を正しく評価することは困難であり、数密度保存が破れているようにみえる。実際、数値積分の際に  $E$  の分割数を FIG.28 の 2 倍に増やすと、

$$\frac{\int \tilde{n}(z^s, E) dE}{\int \tilde{n}(z_1, E) dE} = 0.92 \quad (C31)$$

となる。Table.II でのこの比の値は 0.86 である。さらに  $E$  の分割数を FIG.28 の 5 倍とすると、この比は 0.96 となる。故に、 $\tilde{n}(z = 2.5, E)$  での数密度保存の破れは見かけ上のものである。

### エネルギー密度

Table.II の 5 列目はエネルギー密度の数値積分結果が示されている。エネルギー密度  $\epsilon$  は

$$\epsilon = \int E \tilde{n}(z, E) dE \quad (C32)$$

で与えられる。そして、 $z^s = 2.5$  を除いたそれぞれの  $z$  で  $\epsilon$  は式 (C29) に従っていることが確認できる。 $z^s = 2.5$  では数密度保存と同様、鋭い関数を数値積分を行なっているため、式 (C29) に従っていないように見える。FIG.28 で使用した分割数を 5 倍にすると

$$\frac{\int E \tilde{n}(z^s, E) dE}{\int E \tilde{n}(z_0, E) dE} = 0.98 \quad (C33)$$

を得る。この比は Table.II では 0.89 である。しかし、厳密に  $E^{obs} = \frac{E^s}{(1+z_s)}$  に従うならばこの比は 1.03 となることに注意。

数値計算結果 FIG.28 の各  $z$  では  $\tilde{n}$  はその関数形が変化している。それにも拘らず、数密度保存 (面積保存) と式 (C29) に従うエネルギー密度が得らる。これは、エネルギー対流項  $\frac{\partial}{\partial E} \left( \frac{E}{z+1} \tilde{n} \right)$  の輸送により  $\tilde{n}$  の関数形が変化しているためである。対流項は FIG.26 のように、ある微小領域の収支によって導出された。そこでは、対流による輸送中に輸送される物理量の流量損失はない。故に対流によって関数形は変化するが、数密度の保存などは保証される。

また、この数密度の保存などを確認することで数値計算が正しく行なわれているかどうか評価できる。

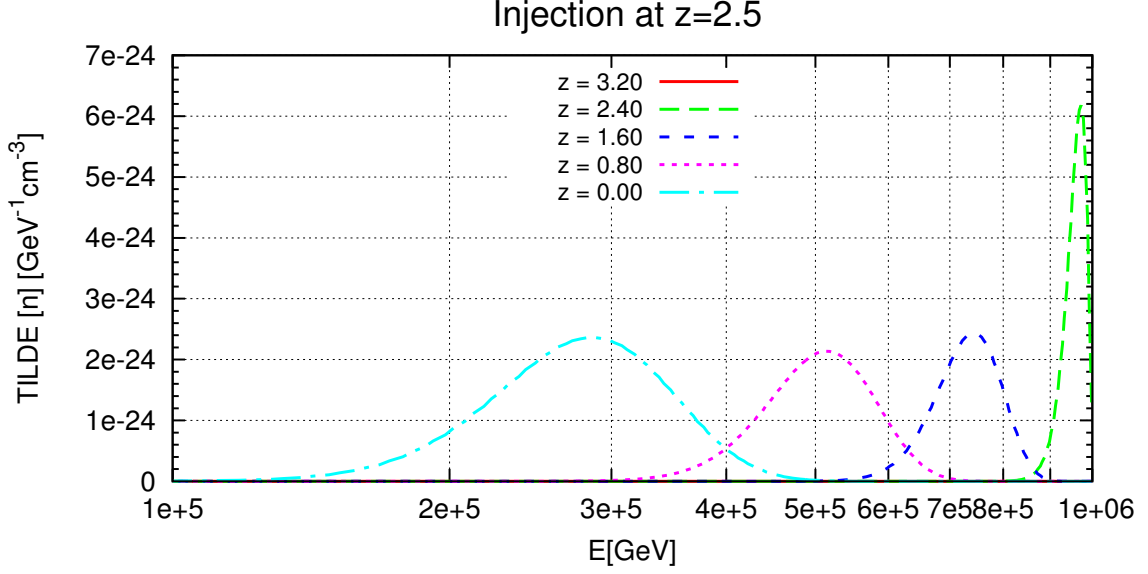


FIG. 28. 様々な  $z$  での  $\tilde{n}(z, E)$  のグラフ。式 (C28) のように、ニュートリノ源について  $\mathcal{W} \sim \delta(z - z_s)$  ( $z_s = 2.5$ ),  $\mathcal{L}_0(E) \sim \delta(E - E^s)$  が仮定されている。エネルギー対流項によって、 $\tilde{n}$  の輸送が生じている。

$i$	$z_i$	$E_i^p$	$n[\text{cm}^{-3}] = \int \tilde{n} dE$	$\epsilon[\text{GeV cm}^{-3}] = \int E \tilde{n} dE$
	$z^s=2.5$	$E^s = 10^6[\text{GeV}]$	$3.80 \times 10^{-19}$	$3.73 \times 10^{-13}$
0	$z_0=2.4$	$E_0^p = \frac{1+z_0}{1+z_s} E^s = \frac{3.4}{3.5} \times 10^6[\text{GeV}] = 9.7 \times 10^5[\text{GeV}]$	$4.38 \times 10^{-19}$	$4.19 \times 10^{-13}$
1	$z_1 = 1.6$	$E_1^p = \frac{1+z_1}{1+z_s} E^s = \frac{2.6}{3.5} \times 10^6[\text{GeV}] = 7.4 \times 10^5[\text{GeV}]$	$4.41 \times 10^{-19}$	$3.24 \times 10^{-13}$
2	$z_2 = 0.8$	$E_2^p = 5.1 \times 10^5[\text{GeV}]$	$4.41 \times 10^{-19}$	$2.27 \times 10^{-13}$
3	$z_3 = 0.0$	$E_3^p = 2.9 \times 10^5[\text{GeV}]$	$4.41 \times 10^{-19}$	$1.29 \times 10^{-13}$

TABLE II. FIG.28 で Redshift によるエネルギー対流 (損失) と数密度保存が成立しているか確認する Table。一列目は FIG.28 の各  $z$  に対応するラベル、二列目はその Redshift である。三列目は FIG.28 の各  $\tilde{n}$  でのピークエネルギー  $E^p$ 、四、五列目は各  $\tilde{n}$  を数値的に積分することによって得た数密度とエネルギー密度である。 $z^s = 2.5$  以外では数密度保存が確認でき、そして Redshift のエネルギー損失に従うエネルギー密度が計算されている。ただし青文字で表されている  $z^s = 2.5$  での値については、鋭い関数の数値積分を行ったため、数密度保存と Redshift のエネルギー損失に従っていない。

#### 4. 課題

この Chapter では、本論文で使用した計算を簡略化するための仮定を使用しない輸送方程式による宇宙ニュートリノフラックスの計算法について概説した。また、簡単な例として、相互作用がなく、かつデルタ関数型の宇宙ニュートリノ源を仮定した輸送方程式の数値計算について議論した。

これ以降に行うべき課題は

- (i) Sec.C 1 の (v)(vi) で与えられる、相互作用項を取り入れた数値計算。
  - (ii) 式 (C22) の  $cn_{C\nu B}\sigma$  を論文本体で計算した Mean Free Path、式 (20) に置き換える。
  - (iii) よりよい精度をもつ輸送方程式の数値計算の実装。具体的には現在は 1 次の精度の風上差分法を使用しているが、2 次の精度を持つ QUICK スキームや TVD スキームを使用する [40]。
- などが挙げられる。

## Appendix D: パラメーター

ここで、本論文で使ったパラメーターについてまとめておく。

(i)  $L_\mu - L_\tau$  モデルパラメーター  $g_{Z'}, m_{Z'}$ .

$$3.0 \times 10^{-4} < g_{Z'} < 6.0 \times 10^{-4}, \quad 1.0\text{MeV} < m_{Z'} < 10\text{MeV}.$$

$g_\mu - 2$  が説明可能な領域に対応する。

(ii) ニュートリノ質量和  $\sum_i m_{\nu_i} \lesssim 0.3$ [31–33]

(iv) ニュートリノ振動パラメーター

$$\Delta_{21}^2 = 7.60 \times 10^{-5} \text{eV}^2,$$

$$\theta_{12} = 34.6^\circ,$$

$$(\text{NH}) \quad |\Delta_{31}^2| = 2.48 \times 10^{-3} \text{eV}^2.$$

$$(\text{IH}) \quad |\Delta_{31}^2| = 2.38 \times 10^{-3} \text{eV}^2$$

$$(\text{NH}) \quad \theta_{23} = 48.9^\circ, \quad \theta_{13} = 8.8^\circ.$$

$$(\text{IH}) \quad \theta_{23} = 49.2^\circ, \quad \theta_{13} = 8.9^\circ$$

を使用する [30]

## 謝辞

埼玉大学素粒子論研究室の谷井教授には日々のゼミでお世話になりました。また同研究室の研究者、太田俊彦氏、下村崇氏、荒木威氏、小西康文氏には研究内容の助言のみならず、様々な面において時には厳しくご指導いただき、時には私を励ましていただきました。そして、指導教員の佐藤丈准教授にはゼミ、学会発表練習、修論作成、など数えきれない場面でご指導をいただきました。この場を借りてお礼申し上げます。

- 
- [1] M. Aartsen *et al.* (IceCube Collaboration) (2014), 1405.5303.
  - [2] K. C. Y. Ng and J. F. Beacom, Phys.Rev. **D90**, 065035 (2014), 1404.2288.
  - [3] K. Ioka and K. Murase, PTEP **2014**(6), 061E01 (2014), 1404.2279.
  - [4] M. Ibe and K. Kaneta, Phys.Rev. **D90**, 053011 (2014), 1407.2848.
  - [5] K. Blum, A. Hook, and K. Murase (2014), 1408.3799.
  - [6] W. Altmannshofer, S. Gori, M. Pospelov, and I. Yavin, Phys.Rev.Lett. **113**, 091801 (2014), 1406.2332.
  - [7] K. Hagiwara, R. Liao, A. D. Martin, D. Nomura, and T. Teubner, J.Phys. **G38**, 085003 (2011), 1105.3149.
  - [8] M. Ageron *et al.* (ANTARES Collaboration), Nucl.Instrum.Meth. **A656**, 11 (2011), 1104.1607.
  - [9] J. J. Hernandez-Rey (2014), 1410.7720.
  - [10] M. Aartsen *et al.* (IceCube Collaboration), Phys.Rev. **D88**, 112008 (2013), 1310.5477.
  - [11] N.Kiyohiko, *Soryushibuturigaku no kiso 1*, Asakura Buturigaku Taikei (Asakura Syoten, 1998).
  - [12] F. Halzen and S. R. Klein, Rev.Sci.Instrum. **81**, 081101 (2010), 1007.1247.
  - [13] M. Aartsen *et al.* (IceCube Collaboration), JINST **9**, P03009 (2014), 1311.4767.
  - [14] T. Gaisser, J.Phys.Conf.Ser. **47**, 15 (2006).
  - [15] P. M. Bauleo and J. R. Martino, Nature **458N7240**, 847 (2009).
  - [16] Z. Chacko, L. J. Hall, T. Okui, and S. J. Oliver, Phys.Rev. **D70**, 085008 (2004), hep-ph/0312267.
  - [17] H. Goldberg, G. Perez, and I. Sarcevic, JHEP **0611**, 023 (2006), hep-ph/0505221.
  - [18] D. Hooper, Phys.Rev. **D75**, 123001 (2007), hep-ph/0701194.
  - [19] E. W. Kolb and M. S. Turner, Phys.Rev. **D36**, 2895 (1987).
  - [20] R. Foot, Mod.Phys.Lett. **A6**, 527 (1991).
  - [21] X. He, G. C. Joshi, H. Lew, and R. Volkas, Phys.Rev. **D43**, 22 (1991).
  - [22] S. Choubey and W. Rodejohann, Eur.Phys.J. **C40**, 259 (2005), hep-ph/0411190.
  - [23] T. Ota and W. Rodejohann, Phys.Lett. **B639**, 322 (2006), hep-ph/0605231.
  - [24] B. L. Roberts, Chin.Phys. **C34**, 741 (2010), 1001.2898.
  - [25] T. Kinoshita and M. Nio, Phys.Rev. **D73**, 013003 (2006), hep-ph/0507249.
  - [26] D. Hanneke, S. Fogwell, and G. Gabrielse, Phys.Rev.Lett. **100**, 120801 (2008), 0801.1134.

- [27] S. Baek, N. Deshpande, X. He, and P. Ko, Phys.Rev. **D64**, 055006 (2001), hep-ph/0104141.
- [28] S. Mishra *et al.* (CCFR Collaboration), Phys.Rev.Lett. **66**, 3117 (1991).
- [29] C.W.Kim and A.Pevsner, *Neutrinos in Physics and Astrophysics* (Harwood academic publisher, 1993).
- [30] D. Forero, M. Tortola, and J. Valle (2014), 1405.7540.
- [31] G. Hinshaw *et al.* (WMAP), Astrophys.J.Suppl. **208**, 19 (2013), 1212.5226.
- [32] P. Ade *et al.* (Planck Collaboration), Astron.Astrophys. (2014), 1303.5076.
- [33] A. B. Mantz, A. von der Linden, S. W. Allen, D. E. Applegate, P. L. Kelly, *et al.* (2014), 1407.4516.
- [34] S. Yoshida and A. Ishihara, Phys.Rev. **D85**, 063002 (2012), 1202.3522.
- [35] S. Yoshida and H. Takami (2014), 1409.2950.
- [36] K. A. Olive *et al.* (Particle Data Group), Chin. Phys. **C38**, 090001 (2014).
- [37] M. Aartsen *et al.* (IceCube Collaboration), Phys.Rev. **D91**, 022001 (2015), 1410.1749.
- [38] V. Ginzburg and S. Syrovatskii, *The origin of cosmic rays*, Pergamon student editions (Pergamon Press, 1964).
- [39] T. K. Gaisser, *Cosmic Rays and Particle Physics* (Cambridge University Press, 1991).
- [40] H.K/Versteeg and W.Malalasekera, *An Introduction to Coputatioal Fluid Dynamics Second Edition* (Pearso Education(In Japanese version,Morikita), 2007).
- [41] V. Berezhinsky, A. Gazizov, and S. Grigorieva, Phys.Rev. **D74**, 043005 (2006), hep-ph/0204357.
- [42] A. M. Hopkins and J. F. Beacom, Astrophys.J. **651**, 142 (2006), astro-ph/0601463.
- [43] H. Yuksel, M. D. Kistler, J. F. Beacom, and A. M. Hopkins, Astrophys.J. **683**, L5 (2008), 0804.4008.